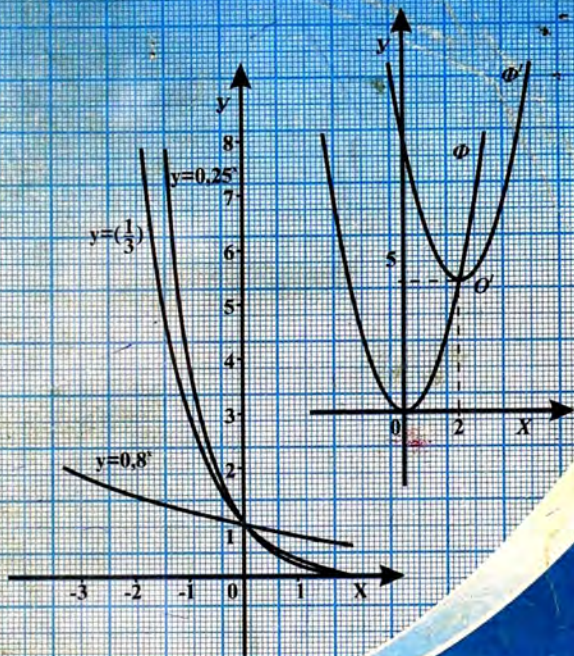


Боймурод Алиев



АЛГЕБРА





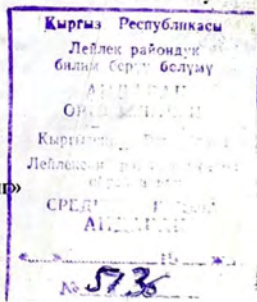
БОЙМУРОД АЛИЕВ

АЛГЕБРА

Китоби дарсӣ барои синфи 8

**Вазорати маорифи Ҷумҳурии Тоҷикистон ба чоп
тавсия кардааст.**

**Душанбе
«Маориф ва фарҳанг»
2005**



ББК 22.14

А-45

Алиев Б. Алгебра. Китоби дарсӣ барои синфи 8. - Душанбе: «Маориф ва фарҳанг», 2005, 328 сах.

БОЙМУРОД АЛИЕВ

АЛГЕБРА

китоби дарсӣ барои синфи 8

Муҳаррир *М.Бозорова*
Муҳаррири ороиш *Р.Имоддинов*
Муҳаррири техники *А.Камолов*

Ба матбаа 08.07. 2005 сол супорида шуд. Ба чопаш 15.07.2005 сол имзо шуд. Андозааш 60x84 $\frac{1}{16}$. Қоғази офсет. Ҳаҷми 20,5. Чузъи нашрию ҳисобӣ 19,53. Супориши № 34 . Адади нашр 10 000 нусха.

$$\frac{A_{8601000000}}{504(12)-2005} - 2005$$

ISBN 5-670 - 00877 - 4

© Маориф ва фарҳанг, 2005.

САРСУХАН

Китоби дарсии мазкур дар асоси "Барномаи алгебра барои синфҳои VII-XI" (Душанбе, "Матбуот", 2002), ки онро Вазорати маорифи Ҷумҳурии Тоҷикистон маъқул донистааст ва стандарти давлатии маълумот аз математика навишта шудааст. Амалан мундариҷаи китоб аз доираи барнома васеътар буда, қариб тамоми маводи таълимиро аз ҷанбаи алгебра барои синфи 8-уми мактабҳои таълимӣ табиӣ риёзӣ дарбар мегирад.

Дар китоб зиёда аз 4 ҳазор мисолу масъалаҳо гирд оварда шудаанд, ки ҳалли онҳо зарурияти истифодаи тамоми пахлуҳои маводи назариявиро инъикос мекунанд. Мисолу масъалаҳои ҳар як пункт чунин ҷойгир карда шудаанд, ки бо зиёд шудани рақамашон протсессии ҳалли онҳо андаке мушкил мегардад. Аз ҳамин сабаб чанд машқи аввалин дар пункти пас аз назария омадаро ҳамчун машқи шифоҳӣ шумурдан мумкин аст.

Дар китоб машқҳои, ки онҳоро шифоҳӣ ё ҳаттӣ иҷро кардан даркор аст, мушаххас нишон дода намешаванд. Бо назардошти сатҳи тайёрии синф ин кор бар зиммаи омӯзгор гузошта мешавад. 8-12 машқи аввалин ҳар пункт ба сатҳи натиҷаҳои ҳатмии таълим мувофиқ меоянд. Машқҳои барои қори хонагӣ ва қори синфӣ аз ҳам ҷудо карда нашудаанд. Ин имконият медиҳад, ки вобаста ба вазъи донишу малакаи синф омӯзгор дар ин кор мустакилона рафтор намояд. Ғайр аз ин доираи васеи машқҳои китоб имконияти ба ҳар талаба бо назардошти қобилияташ фардӣ супурдани вазифаи хонагиро фароҳам меоварад, хусусан аз қисми "Машқҳои иловагӣ доир ба боб", ки дар охири ҳар як боб нисбати ҳар параграф оварда мешавад.

Ҷавобҳои машқҳои ҳар як боб дар охири ҳамин боб оварда мешаванд. Ин имконият медиҳад, ки вақти барои санҷидани дурустии ҷавоби ёфташудаи машқ сарфа карда шавад.

Қисми зарурии маълумоти назариявиеро, ки дар китоб аз курси алгебраи синфи VII баррасӣ шудааст, пеш аз гузаштани мавзӯи нав бояд хотирнишон кард.

Қисми назариявии ҳар як пункт бо овардани саволҳои барои мустаккам кардани маводи омӯзиш ва қисми машқҳои бо машқҳои

барои такрор ба охир мерасад. Дар қисми машқҳои такрорӣ мисолу масъалаҳои гирд оварда шудаанд, ки онҳо ба материалҳои синфҳои IV-VII ва пунктҳои пешина тааллуқ доранд. Рафту агар дар машқҳои пункт масъалаҳои матнӣ набошанд, он гоҳ дар қисми такрор ҳатман чунин масъала оварда мешавад.

Яке аз талаботи стандарти давлатии маълумоти умумӣ дар Тоҷикистон омӯзиши осори илмӣ нест. Хонандагон бояд аз манзараҳои таърихи илм, аз баҳсҳои илмӣ дар гирди ин ё он ғоя, аз тақдири кашфиёт, муаллифонашон ва таъсири бевоситаи онҳо ба инкишофи ояндаи илм воқиф гарданд. Бо ҳамин мақсад дар ҳар боб доир ба пайдоиш ва ривоҷи мафҳумҳои математикии он, таърихи дохил кардани ишоратҳо ва ғайра маълумоти таърихӣ оварда мешавад. Дар айни ҳол диққати асосӣ ба кашфиёте дода мешавад, ки онҳо ба нобигаҳои илми Шарқ, алалхусус Осиеи Марказӣ мансубанд. Ба андешаи мо мавҷуд будани чунин мавод дар китоби дарсӣ аз умумибашарии натиҷаҳои илмӣ гувоҳӣ дода, боиси дарки ифтихор ва ҳештаншиносӣ хоҳанд гардид.

Дар китоб як силсила масъалаҳои ҳаллашон нисбатан мураккаб оварда мешаванд. Ин масъалаҳоро хангоми тайёри ба олимпиадаҳо истифода кардан мумкин аст. Дар пунктҳо бошад, машқҳои мураккабтар бо аломати * ишорат карда мешаванд.

Хангоми навиштани китоб баъзе машқҳо аз китоби дарсии синфи 8-ум "Алгебра" (дар зери таҳрири С.А.Теляковский - Душанбе, "Маориф", 1990), китобҳои дарсии озмоишии "Алгебра 6-8" (муаллифон Ш.О.Алимов, В.А.Илйин ва дигарон - М., "Просвещение", 1981), "Алгебра, 6-9" (муаллифон М.С.Гелфанд, В.П.Простосердов - М., "Просвещение", 1983), гирифта шудаанд. Инчунин маводи таълимии чунин мамлакатҳо ба монанди Россия, Англия, Германия, Туркия, Ўзбекистон, Қирғизистон ва ҷанде дигар мамолиқ истифода шудаанд.

Таълифи китобҳои дарсӣ барои мактабҳои миёнаи Тоҷикистон аз математика идома дорад. Китоби мазкур қадами аввалин дар кори навиштани китоби дарсӣ аз фанни алгебра барои синфи VIII мебошад. Бинобар ин муаллиф фикру мулоҳизаҳоро роҷеъ ба китоб бо қамоли қаноатмандӣ қабул хоҳад кард. Хоҳиш мешавад, ки онҳо ба суроғаи: 734012, Душанбе, хиёбони Айний, 45, Пажӯҳишгоҳи илмҳои педагогии Тоҷикистон фиристонда шаванд.

§1. КАСРИ РАТСИОНАЛӢ. СОҲАИ МУАЙЯНИИ ОН

1. ИФОДА ВА ҚИМАТҲОИ ОН

Чӣ тавре медонем, амалҳои ҷамъ, тарҳ, зарб, тақсим ва бадараҷабардорӣ ба нишондиҳандаи бутуни натуралӣ *амалҳои арифметикӣ* ном доранд. Аз ададҳо ва тағйирёбандаҳо бо ёрии амалҳои арифметикӣ ва қавсҳо ифода тартиб додан мумкин аст. Масалан,

$$\frac{2,4}{(5-2^2) \cdot 3 \frac{1}{4}}, \quad \frac{1}{2}(m^2+n), \quad \frac{3x+2y}{(x-y)^2}, \quad \frac{1}{a+b}, \quad \frac{1}{6} \quad (1)$$

ифода мебошанд.

Ифодаи тағйирёбанда нашошта *ададӣ* номида мешавад. Ифодаи адади *ифодаи арифметикӣ* ҳам мегӯянд. Аз ифодаҳои дар (1) овардашуда аввалин ва охири ададианд. Агар дар ифодаи ададӣ ҳамаи амалҳои дар он бударо мувофиқи қоидаи тартиби иҷрояшон иҷро намоем, ададе ҳосил мекунем, ки он қимати ифодаи ададӣ аст. Ҳар гуна ифодаи ададӣ дорои як қимат мебошад. Ё чӣ тавре мегӯянд, якқимата аст, агар дар он ба нул тақсимшавӣ мавҷуд набошад.

М и с о л и 1. Қимати ифодаи $\frac{2,4}{(5-2^2) \cdot 3 \frac{1}{4}}$ ба $\frac{48}{65}$ баробар

аст.

Дар ҳақиқат,

$$\frac{2,4}{(5-2^2) \cdot 3 \frac{1}{4}} = \frac{2 \frac{2}{5}}{(5-4) \cdot 3 \frac{1}{4}} = 2 \frac{2}{5} : 3 \frac{1}{4} = \frac{12}{5} : \frac{13}{4} = \frac{12 \cdot 4}{5 \cdot 13} = \frac{48}{65}.$$

Қимати ифодаи тағйирёбандадор аз қимати тағйирёбандаҳои дар таркиби он буда вобаста аст. Агар қимати тағйирёбандаҳо иваз шаванд, чун қоида қимати ифода низ тағйир меёбад.

Мисоли 2. Қимати ифодаҳои зеринро ҳисоб мекунем:

а) $\frac{3a+2v}{v+4}$ ҳангоми $a=0,2$ ва $v=-0,1$ будан.

Барои чунин a ва v қимати ифода ба

$$\frac{3 \cdot 0,2 + 2 \cdot (-0,1)}{-0,1 + 4} = \frac{0,6 - 0,2}{3,9} = \frac{0,4}{3,9} = \frac{4}{10} \div \frac{39}{10} = \frac{4}{39} \text{ баробар аст.}$$

б) $a(a^2-6a+11)$ барои $a=1$, $a=2$, $a=3$ ва $a=-1$.

Ҳангоми $a=1$ будан $1 \cdot (1^2 - 6 \cdot 1 + 11) = 1 - 6 + 11 = 6$;

Ҳангоми $a=2$ будан $2 \cdot (2^2 - 6 \cdot 2 + 11) = 2 \cdot (4 - 12 + 11) = 6$;

Ҳангоми $a=3$ будан $3 \cdot (3^2 - 6 \cdot 3 + 11) = 3 \cdot (9 - 18 + 11) = 6$

Ҳангоми $a=-1$ будан $-1 \cdot [(-1)^2 - 6 \cdot (-1) + 11] = -(1 + 6 + 11) = -18$.

Ҳамин тариқ, *барои ёфтани қимати ифода ҳангоми додашудани қимати тағйирёбандаҳо дар ифодаи мазкур ба ҷои тағйирёбандаҳо қиматҳои онҳоро гузошта бо ададҳои ҳосилшуда амалҳои дар ифода бударо иҷро намудан кифоя аст.*

Вале агар ҳангоми ҳисоб кардани қимати ифода барои баъзе қиматҳои тағйирёбанда ба зарурияти ба нул тақсим кардан дучор оем, он гоҳ мегӯянд, ки *барои чунин қиматҳои тағйирёбанда, ифода қимат надорад* (ифода маъно надорад).

Мисоли 3. а) Ифодаи $\frac{4a+1}{5a-1}$ ҳангоми $a=0,2$ будан маъно

надорад, чунки ҳангоми дар ифода ба ҷои a гузоштани $0,2$ махраҷ ба нул баробар мешавад, ба нул бошад тақсим номумкин аст.

б) Ифодаи $\frac{2xy+3}{2x-3y}$ ҳангоми $x=3$ ва $y=2$ будан маъно

надорад; ҳангоми $x=6$ ва $y=4$ будан ё ҳангоми $x=9$ ва $y=6$ будан низ.

Ҳангоми ҳалли масъалаҳои матнӣ ифодаҳои гуногунро ҳосил кардан мумкин аст.

Мисоли 4. Аз ду шахр, ки масофаи онҳо S км аст, дар як вақт ба пешвози ҳамдигар ду мошин равон шуданд. Суръати якум V_1 ва суръати дуум V_2 км/соат аст. Онҳо баъди чанд соат вомехӯранд? Ба савол ҷавоб дода шавад, агар: а) $S=400$ км/соат, $V_1=40$ км/соат, $V_2=60$ км/соат; б) $S=450$ км, $V_1=53$ км/соат, $V_2=37$ км/соат бошад.

Ҳал. Бигузур t вақти вохӯрии мошинҳо аст. Мошини якум дар ин муддат $V_1 \cdot t$ км ва дуум $V_2 \cdot t$ км масофаро тай мекунад. Зохиран фаҳмоист, ки $V_1 t + V_2 t = S$ мебошад. Аз ин ҷо

$$t = \frac{S}{V_1 + V_2}. \quad (2)$$

Ҳамин тариқ, вақти матлуб қимати ифодаи $\frac{S}{V_1 + V_2}$

буда, баробарии (2) формулаи ҳалли масъала аст. Бо ҳарфҳои S , V_1 , V_2 ва t 4 - то тағйирёбанда ишорат карда шудааст. Ададҳои дар шарти масъала буда - 400 ва 450 қиматҳои тағйирёбандаи S ; 40 ва 53 қиматҳои тағйирёбандаи V_1 ; 60 ва 37 қиматҳои тағйирёбандаи V_2 ҳастанд.

Қимати тағйирёбандаи t -ро ҳангоми дода шудани дигар тағйирёбандаҳо ҳисоб мекунем:

$$\text{а) } t = \frac{400}{40 + 60} = 4, \quad t = 4 \text{ соат}; \quad \text{б) } t = \frac{450}{53 + 37} = 5, \quad t = 5 \text{ соат}.$$



1. Ифодаро чӣ тавр тартиб додан мумкин аст? 2. Чӣ гуна ифода ададӣ ном дорад? Ифодаи гайриададӣ чист? 3. Ҳангоми дода шудани тағйирёбандаҳо қимати ифодаро чӣ тавр меёбанд? 4. Ибораи "ифода маъно надорад"-ро шарҳ диҳед. Мисоли чунин ифодаҳоро оред. Тағйирёбандаҳои мувофиқашонро нишон диҳед.

1. Қимати ифодаи ададиरो ёбед:

$$\text{а) } 2\frac{4}{5} - 1\frac{1}{2} \cdot 2,3; \quad \text{б) } \frac{4\frac{2}{5} - 3}{2,6 \cdot (1 - \frac{4}{5})};$$

$$в) \frac{6\frac{1}{15} \cdot 0,5 - 2,5 : 1,2}{0,6 : 2,4 + \frac{2}{3} \cdot 0,15};$$

$$г) 2\frac{4}{7} - \frac{4,7}{2\frac{1}{5} \cdot (4,6 - 2\frac{1}{4})}.$$

2. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

$$а) 10\frac{2}{3} \cdot 0,6 + 7 : 2\frac{1}{2} - 8,6 : 1,5;$$

$$б) \frac{2,5 \cdot 1\frac{13}{15} - 4,5 : 1\frac{4}{15}}{6\frac{1}{2} : 4\frac{3}{4} - 0,5 \cdot \frac{2}{19}}.$$

3. Қимати ифодаро ёбед:

$$а) \frac{2a-5}{2a+5} \quad \text{ҳангоми } a=-2;$$

$$б) x + \frac{x^2-1}{x+2} \quad \text{ҳангоми } x = \frac{1}{2};$$

$$в) \frac{\vartheta^2+4}{3\vartheta} \quad \text{ҳангоми } \vartheta=4;$$

$$г) \frac{c+2}{c} - \frac{c}{c-2} \quad \text{ҳангоми } c=1,5 \text{ будан.}$$

4. Қимати ифодаи $\frac{(a+\vartheta)^2-2}{a^2+\vartheta^2}$ ҳангоми:

а) $a=-1$ ва $\vartheta=-2$; б) $a=-0,5$ ва $\vartheta=1\frac{1}{2}$ будан ба чӣ баробар аст?

5. Қимати ифода ҳисоб карда шавад:

$$а) \frac{a^2-\vartheta^2}{a-\vartheta} \quad \text{ҳангоми } a=6, \vartheta=4,5; \quad б) 2a + \frac{4a^2-1}{a+1} \quad \text{ҳангоми } a = \frac{1}{2};$$

в) $\frac{x+y}{x^2-y^2}$ ҳангоми $x=10, y=5$; г) $\frac{(t+z)^2-(t-z)^2}{t+z}$ ҳангоми $t=7, z=5$ будан.

6. Ифодаи зерин барои кадом қимати тағйирёбанда маъно надорад:

а) $\frac{2-a}{a-4}$; б) $\frac{4}{5x+10}$; в) $\frac{2a+1}{a}$;

г) $\frac{y}{(y-1)^2}$; д) $\frac{2x^2+1}{2x-1}$; е) $\frac{-10}{11+2x}$?

7. Барои ифода ва қиматҳои додашудаи тағйирёбанда ҳамонашро нишон диҳед, ки барояш ифода маъно надорад:

а) $\frac{a-1}{(a-5)(a+5)}$, $a=-5; -2,5; 1,2; 5; 6; 7$.

б) $\frac{4-t^2}{2t^2+t-1}$, $t=-2; -1; 0; \frac{1}{2}; 1\frac{1}{2}; 2$.

в) $\frac{x^2-x-2}{36-12x+x^2}$, $x=-1; 2; 5; 6; 7$.

г) $\frac{2y-1}{(1+y)(y-3)}$, $y=-2; -1; 0; \frac{1}{2}; 3; 3,5$.

8. Барои кадом қимати тағйирёбанда, қимати ифода ба нул баробар аст:

а) $\frac{x-2}{x^2+1}$; б) $\frac{a(a-1)}{2a-1}$; в) $\frac{t^2-9}{t^4+5}$; г) $\frac{2x-5}{x-1}$.

9. Ҷадвалро пур кунед:

x	-12	-4	-0,6	0	$\frac{1}{5}$	1	$4\frac{2}{3}$	8
$\frac{x+1}{x+2}$								

10. Қатора бо суръати V_1 км/соат t_1 соат ва бо суръати V_2 км/соат t_2 соат ҳаракат намуд. Бо кадом суръати миёна қатора тамоми роҳро тай намудааст? Суръати миёнаи қатораро бо воситаи V_1, t_1, V_2 ва t_2 ифода намоед. Суръати миёнаро ёбед, агар: а) $t_1=2, V_1=70, t_2=1, V_2=80$; б) $t_1=1, V_1=90, t_2=2, V_2=80$ бошад.

Машқҳо барои такрор

11. Муодиларо ҳал кунед:

- а) $-6x=17$; б) $-4x=\frac{1}{7}$; в) $2x+3=1$;
 г) $(x-1)(x-2)=0$; д) $-0,7x+2=1$; е) $2-3x=5$.

12. Ифодаро содда намоед:

- а) $(x+y)(x^2-xy+y^2)-x(x^2+y^2)$;
 б) $3(a-2b)(2b+a)-0,5b(a-24b)$.

13. Аз формулаҳои зарби мухтасар истифода карда, бисёрраёзогиро ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед:

- а) x^4-1 ; б) $9z^2-25$; в) $9a^2+24ab+16b^2$; г) $16x^2-9$.

14. Собун шакли параллелепипедо дорад ва андозаҳои он ба 8 см, 4 см ва 2 см баробар аст. Баъди 7 рӯзи истифода андозаҳои он 2 маротиба кам шуданд. Агар миқдори истифодаи харӯза тағйир наёбад, собуни боқимонда ба чанд рӯз мерасад?

2. ИФОДАҲОИ БУТУН ВА РАТСИОНАЛӢ

Т а ғ р и ф и 1. Ифода бутун номида мешавад, агар он аз ададҳо ва тағйирёбандаҳо бо воситаи амалҳои ҷамъ, тарҳ, зарб, инчунин тақсим ба адади аз нул фарқкунанда ва қавсҳо тартиб дода шуда бошад.

Масалан, ифодаҳои $8a^2b^3, (m-n)^2, (x^2-y^2)(3a+b),$

$\frac{2}{3}(a-b), \frac{9a^2-1}{2}$ бутунанд. Ифодаҳои зерин, масалан, бутун нестанд:

$$\frac{3a-b}{4a+3b}, \quad \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}, \quad \frac{1}{y}, \quad \frac{4(x+y)}{7z^3}.$$

Воқеан, намуди соддатарини ифодаи бутун якъзоғиҳанд.

Масалан, $2x^2y^2$, $3a^4z$, $\frac{1}{5}xy$ ва ҳоказо.

Зоҳиран фаҳмост, ки ҳар гуна ифодаи ададӣ ифодаи бутун аст, агар махраҷаш ғайринулӣ бошад. Ифодаи бутун барои ҳамаи қиматҳои тағйирёбандаҳо маъно дорад, яъне яққимата аст. Барои ёфтани қимати ифодаи бутун қифоя аст, ки дар он қиматҳои тағйирёбандаҳо гузошта амалҳои бо тартиби зарурӣ иҷро намоем.

М и с о л и 1. Қимати ифодаи бутуни $(3x^2-4y^2)^2+(2x^2-5)^3+9$ -ро ҳангоми $x=1$ ва $y=2$ будан ҳисоб мекунем:

$$\begin{aligned}(3x^2-4y^2)^2+(2x^2-5)^3+9 &= (3\cdot 1^2-4\cdot 2^2)^2+(2\cdot 1^2-5)^3+9= \\ &= (3-4\cdot 4)^2+(2-5)^3+9=(-13)^2+(-3)^3+9=169-27+9=151.\end{aligned}$$

Т а ъ р и ф и 2. Ифодаи аз ададҳо ва тағйирёбандаҳо иборат буда, ратсионалӣ номида мешавад, агар дар он бо тағйирёбандаҳо танҳо амалҳои ҷамъ, тарҳ, зарб, тақсим ва бадараҷабардорӣ мавҷуд бошад.

Ин ифодаҳо, масалан, мисоли ифодаҳои ратсионалӣ ҳастанд:

$$\frac{3a-5b}{7a+b^2}, \quad 4x^2y^2, \quad a+\frac{1}{a}, \quad 3a(b+c)^2, \quad \frac{2(x+y)}{3a^2}, \quad \frac{1}{x}, \quad 2a+\frac{3b}{c}, \quad \frac{1}{2}c. \quad (3)$$

Возех аст, ки ҳар гуна ифодаи бутун ифодаи ратсионалӣ аст. (Барои чунин ифода тақсимкунанда ба воҳид баробар аст!) Ифодаи бутунро, *бутунан ратсионалӣ* ҳам мегӯянд. Агар ифода дар таркиби худ тақсими ба тағйирёбандаҳо ё ба ягон ифодаи тағйирёбандаҳои дигар дошта бошад, вай *касран ратсионалӣ* ном дорад. Ифодаи ратсионалиро *ифодаи алгебравӣ* ҳам меноманд. Дар (3) ифодаҳои дуҷум, чорум ва охири бутунан ратсионалӣ буда, дигарҳояшон касран ратсионалианд.

Тарзи ёфтани қимати ифодаи дилхоҳро дар пункти 1 дида будем. Дар ин ҷо бо ҳисоби қимати ду ифода, ки барои қиматҳои додашудаи тағйирёбандаҳо маъно доранд, маҳлуд мешавем.

М и с о л и 2. Қимати касри $\frac{3(x-y)}{x^2+y^2}$ -ро ҳангоми $x = \frac{2}{3}$,

$y = -1,5$ будан меёбем:

$$\frac{3(x-y)}{x^2+y^2} = \frac{3\left(\frac{2}{3}-(-1,5)\right)}{\left(\frac{2}{3}\right)^2+(-1,5)^2} = \frac{3\left(\frac{2}{3}+1,5\right)}{\frac{4}{9}+2,25} = \frac{3\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{2}\right)}{\frac{4}{9}+\frac{9}{4}} = \frac{13}{\frac{97}{36}} = \frac{234}{97} = 2\frac{40}{97}$$

М и с о л и 3. Қимати касри $\frac{a^2+\theta^3}{3a\theta}$ ҳангоми $a=2$ ва $\theta=3$

будан ба $\frac{2^2+3^3}{3 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{4+27}{18} = \frac{31}{18} = 1\frac{13}{18}$ баробар аст.



1. Чӣ гуна ифода ифодаи бутун номида мешавад? Мисолҳо оред. Ифодаи бутун чандқимата аст? 2. Яққиматагии ифодаро чӣ хел маънидод кардан мумкин аст? 3. Таърифи ифодаи ратсионалиро диҳед. 4. Оё ҳар гуна ифодаи бутун ратсионалӣ аст? Чаро? 5. Бо мисол нишон диҳед, ки ҳосили чамъ ё тарҳи ду ифодаи ратсионалӣ ифодаи бутун шуда метавонад.

15. Аз ифодаҳои зерин кадомашон бутун ва кадомашон ратсионалӣ мебошанд:

$$2+a^2; \quad \frac{3}{4x}; \quad \frac{(x-y)^2}{2x+y}; \quad \frac{x}{y+1}; \quad \frac{2}{5}; \quad \frac{7a+5}{a^2+1};$$

$$a^2+(\theta-c)^3; \quad \frac{x-2z}{x^2+y^2+z^2}; \quad \frac{z}{2}+1; \quad \frac{4}{5}-\frac{2}{7}?$$

16. Оё ҳамаи ифодаҳои зерин бутунанд:

$$\frac{2}{7}; \quad a+\frac{1}{\theta}; \quad \frac{x-3}{3}; \quad \frac{3x-y^2}{x^2-y^2}; \quad 4a^7\theta^2; \quad \frac{x^2-y^2}{3\frac{1}{3}-2,7}?$$

17. Қимати ифодаи $\frac{(2x-y)^2+1}{x-y^2}$ -ро ҳангоми: а) $x = \frac{2}{3}$ ва

$y=-1$; б) $x=1,2$ ва $y=2$ будан ҳисоб кунед.

18. Ифодае тартиб диҳед, ки он ба:

а) нисбати адади a бар фарқи се каратаи a ва квадрати адади v ;

б) нисбати ду адад, ки фарқи квадраташон ба 36;

в) ҳосили зарби суммаи m ва n бар адади a ;

г) куби ҳосили зарби квадрати a бар v баробар аст.

19. Масофаи байни ду бандар S км аст. Қайки мотордор ин масофа ва масофаи ба он баробарро ба самти муқобил дар чанд соат тай менамояд, агар суръати ҷараёни дарё V км/соат ва суръати қайк дар оби ором u км/соат бошад.

Соати матлубро бо t ишорат намуда, формулаи ҳалли масъаларо тартиб диҳед ва натиҷаро ҳангоми: а) $S=28$, $u=12$, $V=2$; б) $S=18$, $u=16$, $V=4$ будан ёбед.

20. Коргар дар муддати m рӯз a -тоғӣ маҳсулот истехсол кард. Баъд ташкили меҳнатро беҳтар карда, ҳар рӯз v -тоғӣ маҳсулот истехсол мекард. Барои иҷрои тамоми супориш ба вай n рӯз зарур шуд. Супориш аз чанд дона маҳсулот иборат буд?

Барои ҳалли масъала ифода ҳосил намуда, қимати онро ҳангоми:

а) $a=73$, $v=80$, $m=20$, $n=35$; б) $a=100$, $v=120$, $m=12$, $n=27$ будан ҳисоб намоед.

21. Барои кадом қимати тағйирёбанда ифодаҳои зерин қимати нулро қабул мекунад:

$$\frac{3x-2}{x^2+1}; \quad \frac{2-3,2a}{2x+1}; \quad \frac{4(x-1)(x+2)}{x^2+6x+9}; \quad \frac{y^2-4}{y+3}?$$

22. Ифодаҳои зерин барои кадом қимати тағйирёбанда маъно надоранд:

$$\frac{x-1}{x}; \quad \frac{y(y-1)}{3y+4}; \quad \frac{3,5x+2}{y-1}; \quad \frac{7x+3}{2x-5}?$$

Машқҳо барои тақрир

23. Ба бисёрраъзогӣ табдил диҳед:

- а) $(a+1)(a+4)$; б) $(3a-1)(2a+3)$; в) $(x-7)^2$;
г) $(5x-1)^2-(x+2)^2$; д) $(1-x)(2x-3)$; е) $(x^2+1)(x-1)$.

24. Ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед:

- а) x^2-16 ; б) $16x^2-a^2$; в) x^2-4x+4 ;
г) a^3-27 ; д) a^2y^2-1 ; е) $8-a^3x^3$.

25. Графики функсияи $y = -\frac{1}{3}x + 2$ -ро соед. Оё нуқтаи:

- а) А(9;-1); б) В(-6;4); в) С(-2;3) ба ин график тааллуқ дорад?

26. Мошин ба муддати $\frac{5}{6}$ соат 50 км роҳро тай намуда,

баъд суръати худро 8 км/соат зиёд намуд. Дар 2 соат мошин чанд километр мегардад?

3. СОҶАИ МУАЙЯНИИ КАСРИ РАТСИОНАЛӢ

Т а ъ р и ф и 1. Ифодаи намуди $\frac{u}{v}$, ки дар он u ва v ифодаҳои дорон ададҳо ва тағйирёбандаҳо ҳастанд, касри ратсионālӣ ё каср номида мешавад.

Ифодаҳои

$$\frac{2x-y}{3+x}, \quad \frac{x+y}{2a^2}, \quad \frac{1}{x}, \quad \frac{a+\frac{b}{c}}{a+c}, \quad \frac{1}{1+\frac{1}{x}}, \quad \frac{4}{5}$$

мисоли касрҳои ратсионālианд. Таъкид мекунем, ки на ҳар гуна

ифодаи ратсионālӣ каср аст. Масалан, ифодаи касри $a + \frac{1}{b}$ касран ратсионālӣ буда, касри ратсионālӣ нест. Фаҳмост, ки ҳар гуна ифодаи касран ратсионālӣ дар таркиби худ касри ратсионālӣ дорад.

Ифодаеро, ки дар таъриф бо u ишорат шудааст, *сурати каср* ва бо v - *махраҷи каср* меноманд.

Барои ҳисоби қимати каср ҳангоми дода шудани қимати тағйирёбандаҳо амали охирин амали тақсим аст. Агар барои баъзе қимати тағйирёбандаҳо махраҷи каср v ба нул мубаддал гардад, он гоҳ барои ин қимат каср маъно надорад. (ниг. ба мисоли

3-и пункти 1). Масалан, касри $\frac{x}{x^2 - y^2} = \frac{x}{(x-y)(x+y)}$ барои ҳамон

қиматҳои x ва y , ки $x - y \neq 0$ ё $x \neq y$ ва $x + y \neq 0$ ё $x \neq -y$ мебошанд,

маъно дорад. Дар навбати худ, касри $\frac{2}{a(a-1)}$ маъно надорад, агар

$a(a-1)=0$ шавад, яъне дар ҳолати $a=0$ ва $a=1$ будан.

Т а ъ р и ф и 2. Соҳаи муайянии каср ё соҳаи қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳо гуфта, ҳамаи ҳамон қиматҳои тағйирёбандаҳо меноманд, ки барояшон каср маъно дорад.

Зоҳиран фаҳмоист, ки соҳаи муайянии ифодаи касран ратсионалӣ аз ҳамаи ҳамон қиматҳои тағйирёбандаҳо иборат аст, ки барояшон ҳар як касри ифода маъно дорад. Рафту агар сурат ва махраҷи каср ифодаҳои бутун бошанд, он гоҳ соҳаи муайянии чунин каср аз ҳамаи ҳамон қиматҳо иборат аст, ки барояшон қимати махраҷ адади гайринулӣ аст.

М и с о л и 1. Касри $\frac{2x+1}{x-3}$ ҳангоми $x=-3, -1, 0, \frac{4}{5}$ ва 2 будан,

мувофиқан қиматҳои $\frac{5}{6}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{3}, -1\frac{2}{11}$ ва -5 -ро қабул менамояд.

Ҳангоми $x=3$ будани махраҷи каср $x-3$ ба нул мубаддал мегардад. Ба нул бошад тақсим номумкин аст. Пас, ҳамаи қиматҳо, ба гайр аз қимати $x=3$, соҳаи муайянии каср ё қиматҳои имконпазири тағйирёбандаи x аст.

М и с о л и 2. Соҳаи муайянии касри $\frac{2a+6}{a^2-4}$ -ро меёбем.

Азбаски $a^2-4=(a-2)(a+2)$ аст, пас касрро дар намуди

$\frac{2a+s}{(a-2)(a+2)}$ навишта мебинем, ки хангоми $(a-2)(a+2)=0$, яъне

$a-2=0$ ё $a+2=0$ будан махраҷи он нул мешавад. Ҳамин тарик, агар $a=2$ ё $a=-2$ бошад, махраҷ a^2-4 баробари нул аст.

Инак, соҳаи муайянии каср ҳамаи қиматҳои a , ғайр аз қиматҳои $a=2$ ва $a=-2$ аст. Кӯтоҳ, соҳаи муайянии каср $a \neq 2$ ва $a \neq -2$ аст.

М и с о л и 3. Соҳаи муайянии ифодаи $x^3 + \frac{2}{x} - \frac{3x}{x-1}$ -ро меёбем.

Ин ифода дар таркиби худ як ифодаи бутун ва ду касрро дорост. Касри якум маъно дорад, агар $x \neq 0$ бошад. Касри дуюм хангоми $x-1 \neq 0$ ё $x \neq 1$ будан маъно дорад.

Ҳамин тарик, ҳамаи қиматҳои тағйирёбанда, ки ба 0 ё ба 1 баробар нестанд, соҳаи муайянии ин ифода мебошанд.

М и с о л и 4. Қимати тағйирёбандаро, ки барояш қимати касри $\frac{2y-5}{y+4}$ ба нул баробар аст, меёбем.

Каср ба нул баробар аст, агар сурати он (таксимшаванда) нул бошад: $2y-5=0$. Аз ин ҷо, $2y=5$, $y=2,5$.

Инак, хангоми $y=2,5$ будан қимати касри мазкур нул аст.

? 1. Касри ратсионалӣ чист? 2. Оё ҳар гуна ифодаи касран ратсионалӣ каср аст? 3. Дар кадом ҳолат каср маъно надорад? 4. Кадом қиматҳои тағйирёбандаҳо соҳаи муайянии каср ё соҳаи қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳоро ташкил медиҳанд? 5. Соҳаи муайянии касреро, ки сурату махраҷаш ифодаи бутун аст, чӣ тавр меёбанд?

27. Кадоме аз ифодаҳои ратсионали

$$\frac{a^2-1}{a^3+1}, \quad \frac{x+y}{2}+x, \quad a^2+2a-6, \quad a^6+\frac{a^4}{c^3}, \quad \frac{a^2+3}{4a}, \quad -\frac{2}{5},$$

$$5a^2 + 2, \quad 4a + \frac{2}{a}, \quad x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}, \quad \frac{4}{3}x^2, \quad \frac{2x+1}{x-1}, \quad \frac{4x}{x^3+1}$$

бутуан ратсионалй ва кадомашон касран ратсионалианд?
Кадоми онҳо каср ҳастанд?

28. Барои кадом қимати тағйирёбанда ифода маъно дорад:

а) $\frac{2x-1}{4x+3}$; б) $\frac{2}{a-1}$; в) $\frac{4}{5}x^2 + 1$;

г) $a + \frac{3}{2a+4}$; д) $\frac{2}{(x-1)(x-2)}$; е) $\frac{4}{5}a$?

29. Барои кадом қимати тағйирёбанда ифода маъно надорад:

а) $\frac{3x-1}{2-x}$; б) $\sigma + \frac{1}{2\sigma-1}$; в) $\frac{4x+1}{(4x-1)(2x+5)}$; г) $\frac{x}{x^2-25}$?

30. Соҳаи муайяни касро ёбед:

а) $\frac{3x}{2x-7}$; б) $\frac{2x+1}{3x+5}$; в) $\frac{2x+6}{(x-2)(x-4)}$; г) $\frac{2x-1}{(x+5)(2x-3)}$;

д) $\frac{3x+4}{5x-1}$; е) $\frac{4x}{x^2-9}$; ж) $\frac{x+1}{(2x-5)(x+1)}$; з) $\frac{5x}{(4x-3)(x-6)}$.

31. Барои кадом қиматҳои тағйирёбанда қимати касри:

а) $\frac{y-6}{5}$; б) $\frac{2x+1}{7}$; в) $\frac{x(x-2)}{x+3}$; г) $\frac{x(x-1)}{x-2}$

ба нул баробар аст?

32. Қимати тағйирёбандаҳоро, ки барои онҳо ифода нул нест, ёбед:

а) $\frac{2x-3}{5}$; б) $\frac{x-2}{x+4}$; в) $\frac{x^2-36}{x}$; г) $\frac{x(x+3)}{4x-5}$.

33. Соҳаи муайяни функсияро ёбед:

а) $y = \frac{1}{x-1}$; б) $y = \frac{2x+1}{x(x+3)}$; в) $y = \frac{1}{1+x}$; г) $y = x + \frac{1}{x+2}$.

34. Барои кадом қимати тағйирёбанда касри $\frac{2x-3}{5}$ ба:

а) -2; б) -1; в) 3; г) -5 баробар мешавад?

35. Нишон диҳед, ки барои қиматҳои дилхоҳи тағйирёбанда қимати касри:

а) $\frac{2}{x^2+2}$ мусбат; б) $\frac{y^2+1}{-2}$ манфӣ; в) $\frac{(x-1)^2}{10}$ гайриманфӣ;

г) $\frac{(y+2)^2}{-y^2-4}$ гайримусбат мебошад.

36. Оё аломати касри $\frac{a}{b}$ ҳангоми $a>0$ ва $b<0$ будан мусбат аст? Ҳангоми $a<0$ ва $b>0$ будан ҷӣ?

37. Касре тартиб диҳед, ки:

а) сурати он фарқи квадратҳои тағйирёбандаҳои x ва y буда, махраҷаш ҳосили ҷамъи онҳост;

б) сураташ фарқи тағйирёбандаҳои x ва y буда, махраҷаш дучандаи ҳосили зарби онҳо аст.

38. Ҷадвалро пур кунед:

x	-2	-1,5	0	$\frac{1}{2}$	2	2,5	3
x^2+4x							

39. Чунин қимати тағйирёбандаро ёбед, ки барои он қиматҳои ифодаҳо ба ҳам баробаранд:

а) $4+5a$ ва $3a+4$; б) $2+\frac{x-1}{2}$ ва $3x-5$.

40. Нисбати суммаи кубҳои ададҳои a ва b -ро бар суммаи квадрати онҳо тартиб дода, қимати нисбатро ҳангоми $a=-4$ ва $b=-2$ будан ҳисоб кунед.

41. Барои кадом қиматҳои a решаи муодила нул аст:

а) $ax-7=2a-x$;

б) $3ay+12=3a+4$;

в) $a^2+ax=4x+1$;

г) $a^2+az=z+9$?

Машқҳо барои тақрор

42. Бисёраъзогиро ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед:

а) $mx+2m$;

б) x^3+x^2+x ;

в) $20ax-10ay$;

г) $-15a^2x^2+5a^3x$;

д) x^2-5ax ;

е) $5v^3-10v^2+5v$.

43. Ифодаро содда намоед:

а) $v^2-(v+1)(v-5)$;

б) $(4x-0,5)(4x+0,5)-16x^2$;

в) $3x(1-3x)+9x^2$;

г) $2(x-2y)(2y+x)-0,5y(x-16y)$.

44. Баъди 5 соату 25 дақиқа пас аз он ки амад равон шуд, қанқ ба ҳаракат сар кард. Дар кадом масофа аз бандар онҳо вохемӯранд, агар суръати оби дарё 3 км/соат ва суръати қанқ дар оби ором 13 км/соат бошад?

45. Ҳангоми хушк кардан, ангур чоряки массаи худро нигоҳ медорад. $\frac{3}{4}$ хиссаи ангури хушк қанд аст. 42 кг ангур чӣ қадар қанд дорад?

4. ХОСИЯТИ АСОСИИ КАСР. ИХТИСОРИ КАСРҲО.

Хотиррасон мекунем, ки дар курси математикаи синфи VI

нисбати ду адад $\frac{m}{n}$ -ро касри оддӣ ё касри аладини оддӣ номида

будем, ки дар ин ҷо m ва n ададҳои бутунанд. Инчунин дида будем, ки агар сурату махраҷи касрро якбора ба ҳамон адади гайринулӣ зарб ё тақсим намоем, аз ин бузургии каср тағйир

намеёбад. Яъне $\frac{m}{n} = \frac{mp}{np}$ ва $\frac{m}{n} = \frac{\frac{m}{p}}{\frac{n}{p}}$ барои ҳар гуна $p \neq 0$.

Ин хосияти асосии каср аст. Вай имконият медиҳад, ки каср ихтисор карда шавад, ки ин амалиёт аз тақсим намудани

сурату махрачи каср ба ҳамон як адади натуралӣ иборат аст. Барои ин сурату махраҷро ба зарбкунандаҳои содда ҷудо карда, зарбкунандани умумии онҳоро хат задан лозим аст. Масалан,

$$\frac{21}{51} = \frac{3 \cdot 7}{3 \cdot 17} = \frac{7}{17}, \quad \frac{156}{286} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 13}{2 \cdot 11 \cdot 13} = \frac{6}{11}.$$

Нишон медиҳем, ки ин хосият барои касри ратсионалии

$\frac{u}{v}$ низ дуруст аст. Чӣ тавре дидем, барои қиматҳои соҳаи муайянии тағйирёбандаҳо, қимати мувофиқи касри ратсионалӣ, касри ададӣ аст. Барои ҳамин қиматҳо, қимати ифодаи t ҳам ба ададе баробар аст. Агар ин адад нул набошад, пас аз рӯи хосияти касри ададӣ, баробарии

$$\frac{u}{v} = \frac{u \cdot t}{v \cdot t} \quad (4)$$

барои ҳамин қиматҳо дуруст мебошад. Масалан, сурат ва

махрачи касри $\frac{x}{x-2}$ -ро ба $x+1$ зарб карда, касри $\frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)}$ -ро

ҳосил мекунем. Касри якум ҳангоми $x=2$ ва касри дуюм ҳангоми $x=2$ ва $x=-1$ будан маъно надоранд. Барои ҳамаи дигар қиматҳои тағйирёбандаҳо қимати ин ифодаҳо мавҷуд буда, яхелаанд. Дар

ҳақиқат, масалан, ҳангоми $x=5$ будан ифодаи $\frac{x}{x-2}$ ба $\frac{5}{3}$ ва

ифодаи $\frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)}$ низ ба $\frac{5}{3}$ баробар мебошанд. Ҳангоми $x=1$

будан касри якум ба -1 ва касри дуюм ба $\frac{1 \cdot 2}{(-1) \cdot 2}$, яъне боз ба -1

баробар аст.

Т а ъ р и ф. Ду ифодаи аз тағйирёбандаҳои яхела иборат, айниятан баробар номида мешаванд, агар барои қиматҳои имконпазирӣ тағйирёбандаҳо қиматҳои мувофиқи онҳо бо ҳам баробар бошанд.

Ҳамин тарик, $\frac{x}{x-2}$ ба $\frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)}$ айниятан баробар аст,

агар $x \neq -1$ ва $x \neq 2$ бошад.

Ду ифодаи айниятан баробарро бо аломати баробарӣ бо ҳам пайваст карда айният ҳосил мекунем. Инак, баробарии

$$\frac{x}{x-2} = \frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)}$$

айният мебошанд.

Аз мулоҳизаҳои боло бармеояд, ки баробарии (4) айният аст, яъне барои ҳамаи қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳо (барои ҳамаи қиматҳо аз соҳаи муайянии касрҳои дар қисми чап ва рост будаи он) дуруст аст. Хосиятеро, ки бо воситаи айниятии (4) ифода шудааст, *хосияти асосии каср* меноманд. Айниятан тағйир додани ифода *табдилдиҳиҷи айниятии* он ном дорад.

Хосияти асосии каср (4) имконият медиҳад, ки каср ихтисор карда шавад, ки ин яке аз намудҳои табдилдиҳиҷи айниятӣ аст. Барои ин сурат ва махраҷи касрро ба ифодаҳои аз зарбкунандаҳо иборатбуда ҷудо карда, ифодаҳои умумии онҳоро хат задан даркор аст.

М и с о л и 1. Касри $\frac{49x^7y^4}{63x^3y^4}$ -ро ихтисор мекунем:

Сурат ва махраҷи касрро ба намуди ҳосили зарбҳои дорон ҳамон як зарбкунандаи $7x^3y^4$ буда, ифода карда, касрро ба ҳамин зарбкунанда ихтисор мекунем:

$$\frac{49x^7y^4}{63x^3y^4} = \frac{7x^4 \cdot 7x^3y^4}{9 \cdot 7x^3y^4} = \frac{7x^4}{9} = \frac{7}{9}x^4.$$

М и с о л и 2. Касри $\frac{a^2-4}{a+2}$ -ро ихтисор менамоем.

Суратро ба зарбкунандаҳо ҷудо мекунем: $a^2-4=(a-2)(a+2)$. Пас

$$\frac{a^2-4}{a+2} = \frac{(a-2)(a+2)}{a+2}.$$

Ифодаи $a+2$ зарбкунандаи умумии сурату махраҷ аст. Ба он ихтисор карда меёбем $\frac{a^2-4}{a+2}=a-2$.

Мисоли 3. а) $\frac{x^2-y^2}{x^3-y^3} = \frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} = \frac{x-y}{x^2+xy+y^2}$.

б) $\frac{3x-6y}{18y-9x} = \frac{3(x-2y)}{9(2y-x)} = \frac{3(x-2y)}{3 \cdot (-1) \cdot 3(x-2y)} = \frac{1}{3 \cdot (-1)} = -\frac{1}{3}$.

Айнияти (4)-ро барои ба махраҷи додашуда овардани касрҳо низ истифода кардан мумкин аст.

Мисоли 4. Касри $\frac{v}{4a^2c}$ -ро ба махраҷи $20a^3c^2$ меорем.

Азбаски $20a^3c^2=4a^2c \cdot 5ac$ аст, пас сурат ва махраҷи касрро ба

$5ac$ зарб намуда, $\frac{v}{4a^2c} = \frac{v \cdot 5ac}{4a^2c \cdot 5ac} = \frac{5avc}{20a^3c^2}$ -ро ҳосил мекунем.

Зарбкунандаи $5ac$ зарбкунандаи *иловагии* сурату махраҷ ном дорад.

Мисоли 5. Касри $\frac{2}{3x-4y}$ -ро ба махраҷи $4y-3x$ меорем.

Барои ин кифоя аст, ки сурату махраҷро ба -1 зарб кунем:

$$\frac{2}{3x-4y} = \frac{2 \cdot (-1)}{(3x-4y) \cdot (-1)} = \frac{-2}{-3x+4y} = -\frac{2}{4y-3x}$$

Дар ин ҷо зарбкунандаи *иловагӣ* адади -1 мебошад. Қайд

мекунем, ки ифодаҳои $\frac{-u}{v}$ ва $\frac{u}{-v}$ айниятан ба $-\frac{u}{v}$ баробаранд,

яъне $\frac{-u}{v} = \frac{u}{-v} = -\frac{u}{v}$, ки аз ин мо дар боло истифода кардем.

Дар охир қайд менамоем, ки пеш аз ҳисоби қимати каср ихтисори он, ҳисобро хеле кӯтоҳ мекунад.

М и с о л и б. Қимати касри $\frac{15a^2 - 10av}{3av - 2v^2}$ -ро ҳангоми $a = -2$ ва $v = -0,1$ меёбем.

$$\text{Дорем } \frac{15a^2 - 10av}{3av - 2v^2} = \frac{5a(3a - 2v)}{v(3a - 2v)} = \frac{5a}{v} = \frac{5 \cdot (-2)}{-0,1} = 100.$$

? 1. Хосияти асосии касри адади ро баён карда, тарзи ихтисори онро фаҳмонед. 2. Чӣ гуна ифодаҳоро айниятан баробар меноманд? 3. Таърифи айниятро оред. 4. Табдилдиҳии айнияти ифода чист? 5. Чаро ихтисори каср як тарзи табдилдиҳии айниятӣ аст? 6. Мафҳуми зарбкунандан иловагии касрро шарҳ диҳед. 7. Чаро ихтисори каср ҳисоби қимати онро осон мегардонад?

46. Магар қимати каср тағйир меёбад, агар сурат ва махраҷи он ба 10 зарб ё тақсим карда шавад?

47. Оё баробарии зерин айният аст:

$$\text{а) } \frac{x-y}{x} = \frac{x^2-xy}{x^2}; \quad \text{б) } \frac{a-v}{a+v} = \frac{a^2-v^2}{a^2+v^2};$$

$$\text{в) } \frac{6a-2v}{10a} = \frac{3a-v}{5a}; \quad \text{г) } \frac{0,2t-1}{0,2t+1} = \frac{t-1}{2t+20}?$$

48. Исбот кунед, ки баробарии зерин айният аст:

$$\text{а) } (x^2-16):(x+4)=x-4; \quad \text{б) } \frac{a^2+a-2}{a-1} = a+2;$$

$$\text{в) } \frac{7+6y-y^2}{y-7} = -y-1; \quad \text{г) } (2t-10):(t-5)=2.$$

49. Касрро ихтисор кунед:

$$\text{а) } \frac{4x}{5x}; \quad \text{б) } \frac{6a}{18a^2}; \quad \text{в) } \frac{18xy}{9x};$$

$$\text{г) } \frac{26x^3}{91xy}; \quad \text{д) } \frac{0,3n^3}{0,6n^5}; \quad \text{е) } -\frac{4xy}{7x^2y};$$

$$\text{ж)} \frac{8z^2x^2}{32zx^3}; \quad \text{з)} \frac{-24m^3}{-16m^2n}; \quad \text{и)} \frac{(-a)^5}{(-a)^3};$$

$$\text{к)} \frac{(x-y)^2}{y-x}; \quad \text{л)} \frac{a-\theta}{(\theta-a)^3}; \quad \text{м)} \frac{5m(m-n)}{15m(n-m)}.$$

50. Касрро ихтисор кунед:

$$\text{а)} \frac{0,4x^2r^2z}{0,2xr^3z^2}; \quad \text{б)} \frac{0,8a^2\theta c^3}{0,4a^5\theta^4c}; \quad \text{в)} \frac{3a(x+y)^2}{9a^2(x+y)};$$

$$\text{г)} \frac{0,1x^3y^5(a+\theta)}{3x^2y^3(a+\theta)^3}; \quad \text{д)} \frac{x^2-2xy}{xy-2y^2}; \quad \text{е)} \frac{1-x^2}{x^2-x};$$

$$\text{ж)} \frac{x^6-y^6}{x^3-y^3}; \quad \text{з)} \frac{3a-6\theta+9c}{5a-10\theta+15c}; \quad \text{и)} \frac{xy}{x^2y-y^2x};$$

$$\text{к)} \frac{4\kappa^2-p^2}{(p-2\kappa)^2}; \quad \text{л)} \frac{4+2a+a^2}{a^3-8}; \quad \text{м)} \frac{4a^2\theta-25\theta^2}{2a^2-5a\theta}.$$

51. Дар баробарӣ зарбкунандаи иловагии сурату махраҷи касри дар қисми чап бударо ёбед:

$$\text{а)} \frac{a}{5a^2\theta} = \frac{5a^2\theta}{25a^3\theta^2}; \quad \text{б)} \frac{4}{x-y} = -\frac{4y}{y^2-xy}.$$

52. Ифодаро содда кунед:

$$\text{а)} \frac{5a^2+3a\theta}{a^2-0,36\theta^2}; \quad \text{б)} \frac{8y^3-1}{y-4y^3}; \quad \text{в)} \frac{xy}{x^2y-y^2x}; \quad \text{г)} \frac{ax-\theta x}{a-\theta}.$$

53. Қимати ифодаро ёбед:

$$\text{а)} \frac{51+17^2}{10}; \quad \text{б)} \frac{37^2+111}{40}; \quad \text{в)} \frac{29^2+116}{66}.$$

54. Касрро ихтисор намоед:

$$\text{а)} \frac{p^2-4q^2}{p^3+2p^2q}; \quad \text{б)} \frac{x^2-25y^2}{2x-10y}; \quad \text{в)} \frac{\theta+3}{\theta^3+27};$$

$$\begin{array}{lll} \text{г)} \frac{a^2 - \theta^2}{a^2 - 2a\theta + \theta^2}; & \text{д)} \frac{xz + yz}{yz + xz}; & \text{е)} \frac{10x^2y^5(4a - 3\theta)}{-18x^3y^4(3\theta - 4a)}; \\ \text{ж)} \frac{a^2 - 6a + 9}{27 - a^3}; & \text{з)} \frac{y^6 - y^8}{y^4 - y^2}; & \text{и)} \frac{4x^2 - y^2}{(10x - 5y)^2}; \\ \text{к)} \frac{x^{30} - x^{23} + x^{16}}{x^{30} + x^9}; & \text{л)} \frac{3m^2 - 3n^2}{6m^3 + 6n^2}; & \text{м)} \frac{x^3 + y^3}{x^2 - y^2}. \end{array}$$

55. Қимати касрро ёбед:

а) $\frac{2x^2 + 6xy}{4xy + 12y^2}$ ҳангоми $x = \frac{4}{5}$ ва $y = -0,2$ будан;

б) $\frac{7a^3\theta + 14a^4}{10a\theta^4 + 5\theta^5}$ ҳангоми $a=1$ ва $\theta=2$ будан.

56. Тақсимро иҷро намоед:

а) $\frac{x^2 - 49\theta^2}{x - 7\theta}$; б) $\frac{36a^2 - \theta^2}{6a + \theta}$; в) $\frac{81x^2 - 1}{1 - 9x}$;

г) $\frac{64k^2 - 48km + 9m^2}{-8k + 3m}$; д) $\frac{8a^3 - 27\theta^3}{2a - 3\theta}$; е) $\frac{100t^2 - 1}{-10t - 1}$.

57. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{27x^3 - y^3}{18x^2 + 6xy + 2y^2}$ ҳангоми $x = \frac{2}{3}$ ва $y=1$ будан;

б) $\frac{9x^2 - y^2}{6x + 2y}$ ҳангоми $x = \frac{1}{6}$ ва $y=1$ будан.

58. Касри:

а) $\frac{5}{3x^2y}$ -ро ба махраҷи $15x^3y^2$ оред;

б) $\frac{\theta}{\theta - 2}$ -ро ба махраҷи $\theta^2 - 2\theta$ оред;

в) $\frac{a}{a-2}$ -ро ба махрачи $4-a^2$ оред;

г) $\frac{2}{x-y}$ -ро ба махрачи $\frac{2}{y-x}$ оред.

Машқҳо барои тақрир

59. Қимати тағйирёбандаро, ки барояш ифода маъно надорад, ёбед:

а) $\frac{3x+1}{2x-4}$; б) $\frac{x}{3x+7}$; в) $\frac{x-1}{2,5x-1}$; г) $\frac{1}{4x-6,4}$.

60. Соҳаи муайяни касрро ёбед:

а) $\frac{1}{2x+1,5}$; б) $\frac{x+4}{2x-7,2}$; в) $\frac{2}{(x-2)(3x-8)}$; г) $\frac{x-2}{x^2-16}$.

61. Муодиларо ҳал кунед:

а) $5(x-8,2)=2x+19$;

б) $0,5(4-2a)=a-1,8$.

62. Дар 4 кишлоқ 2180 одам зиндагӣ мекунад. Дар ду юмин миқдори одамон нисбат ба якумин 3 бор зиёд аст. Нисбат ба ду юмин дар кишлоқи сеюм 108-то зиёд ва дар чорумин 78-то кам одам ҳаст. Дар ҳар як кишлоқ чанд одам зиндагӣ мекунад?

63. Ҳозир қисми гузаштаи шабонарӯз аз қисми боқимондааш 3,5 соат зиёд аст. Ҳозир соат чанд аст?

§2. СУММА ВА ФАРҚИ КАСРҲО

5. ЧАМЪ ВА ТАРҲИ КАСРҲОИ МАХРАЧАШОН ЯКХЕЛА

Чи тавре медонем, ҳосили чамъи ду касри оддии махраҷашон якхела касрест, ки сураташ ба чамъи суратҳои касрҳо ва махраҷаш ба ҳамон махраҷи умумӣ баробар аст. Яъне, ҳангоми натуралӣ будани m , n ва p :

$$\frac{m}{p} + \frac{n}{p} = \frac{m+n}{p}.$$

$$\text{Масалан, } \frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{2+5}{9} = \frac{7}{9}.$$

Касрҳои ратсионалии дилҳои махраҷашон аз ифодаҳои якхела иборат буда, низ ҳамин ҳел ҳам карда мешаванд:

$$\frac{u}{v} + \frac{s}{v} = \frac{u+s}{v}. \quad (1)$$

Нишон медиҳем, ки барои қиматҳои дилҳои имконпазири тағйирёбандаҳо (барои қиматҳо аз соҳаи муайянии ҳар ду каср), яъне ҳангоми $v \neq 0$ будан, баробарии (1) ҷой дорад. Бо иборати дигар, (1) айнӣ аст.

Асосноккунии (1) айнан нишон додани қоидаи ҳамҷамии касрҳои махраҷашон якхелаи ададиरो менамояд. Дар ҳақиқат, агар $\frac{u}{v} = t$, $\frac{s}{v} = k$ бошад, он гоҳ мувофиқи таърифи ҳосили тақсим $u = vt$, $s = vk$. Аз ин ҷо $u + s = vt + vk = v(t + k)$. Азбаски $v \neq 0$ аст, пас

аз ин ҷо боз мувофиқи таърифи ҳосили тақсим $t + k = \frac{u+s}{v}$. Акнун

агар ба назар гирем, ки қисми чапи ин баробарӣ ба $\frac{u}{v} + \frac{s}{v}$ баробар аст, аз он дурустии (1)-ро ҳосил менамоем.

Мо айнӣтаре ҳосил кардаем, ки он қоидаи ҳамҷамии касрҳои махраҷашон якхеларо ифода менамояд: **Барои ҳамҷамии касрҳои махраҷашон якхела суратҳои онҳоро ҳамҷам намуда, махраҷро бетағйир гузоштан лозим аст.**

Ин қоида ҳангоми ҳамҷамии кардани миқдори дилҳои касрҳои ратсионалии махраҷашон якхела бетағйир менамояд.

Акнун амали тарҳро барои касрҳои махраҷашон якхела дида мебароем. Нишон медиҳем, ки

$$\frac{u}{v} - \frac{s}{v} = \frac{u-s}{v}, \quad (2)$$

агар $v \neq 0$ бошад. Дурустии (2) аз он бармеояд, ки суммаи

касрҳои $\frac{u-s}{v}$ ва $\frac{s}{v}$ ба $\frac{u}{v}$ баробар аст, яъне

$$\frac{u-s}{v} + \frac{s}{v} = \frac{u-s+s}{v} = \frac{u}{v}.$$

Айнияти (2) қоидаи тарҳи касрҳои махраҷашон якхеларо ифода менамояд: **барои ёфтани ҳосили тарҳи касрҳои махраҷашон якхела аз сурати касри якум сурати касри дуюмро тарҳ намуда, махраҷро бетағйир гузоштан лозим аст.**

Э з о х. Дар назар дошта мешавад, ки баъди иҷрои амал касри натиҷавӣ, агар имконпазир бошад, ихтисор карда мешавад.

М и с о л и 1. Касрҳои $\frac{4a+5b}{9ab}$ ва $\frac{2a-2b}{9ab}$ -ро ҷамъ мекунем:

$$\frac{4a+5b}{9ab} + \frac{2a-2b}{9ab} = \frac{4a+5b+2a-2b}{9ab} = \frac{6a-3b}{9ab} = \frac{3(2a-b)}{9ab} = \frac{2a-b}{3ab}.$$

М и с о л и 2. Аз касри $\frac{x^2+4}{2x-4}$ касри $\frac{4x}{2x-4}$ -ро тарҳ

менамоём: $\frac{x^2+4}{2x-4} - \frac{4x}{2x-4} = \frac{x^2+4-4x}{2x-4} = \frac{(x-2)^2}{2(x-2)} = \frac{x-2}{2}.$

Баъзан иҷрои ҷамъу тарҳи касрҳо бо тарзи якҷоя нисбат бо тарзи пай дар пай қулайтар мебошад.

М и с о л и 3. Ифодаи $\frac{7y-5}{12y} - \frac{10y-19}{12y} + \frac{10-15y}{12y}$ -ро содда мекунем:

$$\begin{aligned} \frac{7y-5}{12y} - \frac{10y-19}{12y} + \frac{10-15y}{12y} &= \frac{7y-5-(10y-19)+10-15y}{12y} \\ &= \frac{7y-5-10y+19+10-15y}{12y} = \frac{-18y+24}{12y} = \frac{24-18y}{12y} = \frac{6(4-3y)}{12y} = \frac{4-3y}{2y}. \end{aligned}$$

М и с о л и 4. Касрҳои $\frac{2a}{x-a}$ ва $\frac{2x}{a-x}$ -ро ҷамъ мекунем.

Махрачи касрҳо аз ифодаҳои ба ҳам муқобил иборатанд. Аломати касри дуюм ва аломати махрачи онро иваз намуда баробарии

$$\frac{2x}{a-x} = -\frac{2x}{x-a}$$

-ро ҳосил мекунем. Акнун дорем

$$\begin{aligned} \frac{2a}{x-a} + \frac{2x}{a-x} &= \frac{2a}{x-a} + \left(-\frac{2x}{x-a}\right) = \frac{2a}{x-a} - \frac{2x}{x-a} = \frac{2a-2x}{x-a} = \\ &= \frac{-2(x-a)}{x-a} = -2. \end{aligned}$$

? 1. Қоидаҳои ҷамъ ва тарҳи касрҳои раціоналини махраҷашон якхеларо баён кунед. 2. Магар бо қоидаҳои ҷамъу тарҳи касрҳои ададӣ ин қоидаҳо умумият доранд?

64. Амалҳои ҷамъ ё тарҳро иҷро кунед:

а) $\frac{x}{4} + \frac{y}{4}$; б) $\frac{2a}{3} - \frac{a}{3}$; в) $\frac{6e^2}{a} - \frac{8e^2}{a}$;

г) $\frac{3c-x}{e} + \frac{x}{e}$; д) $\frac{2x+3}{8} + \frac{x+1}{8}$; е) $-\frac{12a-11}{4} - \frac{1}{4}$;

ж) $\frac{5x-y^4}{2y^5} - \frac{y^4+5x}{2y^5}$; з) $\frac{5c-2d}{4c} - \frac{3d}{4c} + \frac{d-5c}{4c}$;

и) $\frac{a}{4} - \frac{2e-3a}{4}$; к) $\frac{a^2}{a-e} - \frac{e^2}{a-e}$; л) $\frac{x-9}{x^2-36} + \frac{3}{x^2-36}$;

м) $\frac{16}{a+4} - \frac{a^2}{a+4}$; н) $\frac{5a+2e}{(a+e)^2} - \frac{2a-e}{(a+e)^2}$.

65. Ба намуди каср нависед:

а) $\frac{4x}{3x^2} + \frac{5x}{3x^2}$; б) $\frac{2x^2}{2x^2+4x} - \frac{4x}{2x^2+4x}$; в) $\frac{8x^2}{9x^2-4} - \frac{6x-x^2}{9x^2-4}$;

$$\text{г) } \frac{1}{x} - \frac{4}{x} + \frac{6-2x}{x}; \quad \text{д) } \frac{2}{x-1} + \frac{3-5x}{x-1}; \quad \text{е) } \frac{x+1}{x^2-1} - \frac{2x}{x^2-1};$$

$$\text{ж) } \frac{3-x}{x^2} + \frac{2}{x^2} - \frac{4x-1}{x^2}; \quad \text{з) } \frac{3x+5}{2x+3} + \frac{-5x-8}{2x+3}; \quad \text{и) } \frac{x^2+3}{2x^2+4x} - \frac{3-2x}{2x^2+4x}.$$

66. Қимати ифодаи:

$$\text{а) } \frac{a^2+1}{a-2} - \frac{5}{a-2} \text{ -ро ҳангоми } a=1 \text{ будан};$$

$$\text{б) } \frac{3x-1}{x^2-16} + \frac{x+17}{x^2-16} \text{ -ро ҳангоми } x=2,5 \text{ будан ёбед.}$$

67. Аломати яке аз касрҳо ва аломати махраҷи онро тағйир дода, амалхоро иҷро кунед:

$$\text{а) } \frac{2x}{x-y} - \frac{x}{y-x}; \quad \text{б) } \frac{a}{a-b} + \frac{b}{b-a}; \quad \text{в) } \frac{2a+c}{c-1} - \frac{3a-5c}{1-c};$$

$$\text{г) } \frac{2a+b}{a-b} - \frac{b}{b-a}; \quad \text{д) } \frac{a+5}{3a-2} + \frac{7-2a}{2-3a}; \quad \text{е) } \frac{x+y}{y-x} + \frac{x+y}{x-y};$$

$$\text{ж) } \frac{5ab+c}{2a-b} - \frac{2c-3ab}{b-2a}; \quad \text{з) } \frac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2} + \frac{x^2-xy+y^2}{y^2-x^2}.$$

68. Қимати ифодаро ёбед:

$$\text{а) } \frac{x-4}{x^2-9} - \frac{1}{9-x^2} \quad \text{ҳангоми } x=2 \text{ будан};$$

$$\text{б) } \frac{x^2}{x^2-2x} + \frac{x}{2x-x^2} \quad \text{ҳангоми } x=1 \text{ будан.}$$

69. Ифодаро содда кунед:

$$\text{а) } \frac{y}{x-y} + \frac{x}{y-x}; \quad \text{б) } \frac{x^2+4}{x-2} + \frac{4a}{2-x}; \quad \text{в) } \frac{5p}{2q-p} + \frac{10q}{p-2q};$$

$$\text{г)} -\frac{y^2}{-y+1} - \frac{1}{y-1}; \quad \text{д)} \frac{x^2+16y^2}{x-4y} + \frac{8xy}{4y-x}; \quad \text{е)} \frac{a^2-43}{a-6} - \frac{7}{6-a};$$

$$\text{ж)} \frac{x^2-2x}{x-3} - \frac{9-4x}{3-x}; \quad \text{з)} \frac{a^2}{a^2-4} + \frac{4}{4-a^2}.$$

70. Касрро ба намуди сумма ё фарқи касрҳо тасвир кунед:

$$\text{а)} \frac{2x+y}{x^2}; \quad \text{б)} \frac{x^2-4a^2x}{2ax^2}; \quad \text{в)} \frac{b^2+ab}{a^2}; \quad \text{г)} \frac{x^2-2xy}{x^3}.$$

71. Ба намуди сумма ё фарқи касрҳо ва ё ифодаи бутуни касрӣ нависед:

$$\text{а)} \frac{3a+b}{b}; \quad \text{б)} \frac{x^2-3x+1}{x}; \quad \text{в)} \frac{x^2+2x-1}{x^2}; \quad \text{г)} \frac{a^2+4a}{2a}.$$

Машқҳо барои такрор

72. Муодиларо ҳал кунед:

$$\text{а)} 2(3x-5)-4x=x+1; \quad \text{б)} 2x-5(x+4)=32-x;$$

$$\text{в)} 0,1(0,6x-5)+0,06=1,7(x-1,2); \quad \text{г)} 2,1(0,1x+3,2)+0,3(1,7-x)=11.$$

73. Соҳаи муайянии касрро нишон диҳед:

$$\text{а)} \frac{2a}{3a+9}; \quad \text{б)} \frac{2x}{x^2+1}; \quad \text{в)} \frac{3x}{5x(x+4)}; \quad \text{г)} \frac{a}{(a+1)(a-2)}.$$

74. Ҳосили чамъи тарафҳои якҷум ва дуҷуми секунҷа 58 см, ҳосили чамъи тарафҳои дуҷум ва сеҷум 52 см, ҳосили чамъи тарафҳои якҷум ва сеҷуми секунҷа бошад ба 50 см баробар аст. Тарафҳои секунҷаро ёбед.

75. Ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед:

$$\text{а)} (2x-y)^2-4x^2; \quad \text{б)} 27y^3-27y^2+9y-1; \quad \text{в)} m^8-1; \quad \text{г)} x^6-64.$$

76. Се ададро чамъ карданд. Адади якҷум 51% ва дуҷум 11%-и суммаро ташкил медиҳанд. Адади сӯм 7,6 аст. Ду адади аввала ва суммаро ёбед.

6. ЧАМЪ ВА ТАРҲИ КАСРҲОИ МАХРАЧАШОН ҲАРХЕЛА

Чамъ ва тарҳи касрҳои махраҷашон ҳархела (гуногун) ба чамъу тарҳи касрҳои махраҷашон якхела оварда мешавад.

Фарз мекунем, ки касрҳои $\frac{u}{v}$ ва $\frac{s}{t}$ -ро чамъ кардан лозим

аст. Дар аввал онҳоро ба як махраҷи умумии vt меорем. Мувофиқи хосияти асосии каср агар сурат ва махраҷи касри якумро бо махраҷи касри дуюм t , сурату махраҷи касри дуюмро бо махраҷи касри якум v зарб кунем, аз ин қимати касрҳо тағйир намеёбад. Яъне,

$$\frac{u}{v} = \frac{ut}{vt}, \quad \frac{s}{t} = \frac{vs}{vt}.$$

Пас мувофиқи қоидаи чамъи касрҳои махраҷашон якхела ҳосил мекунем:

$$\frac{u}{v} + \frac{s}{t} = \frac{ut}{vt} + \frac{vs}{vt} = \frac{ut + vs}{vt}.$$

Айнан аз рӯи қоидаи тарҳи касрҳои махраҷашон якхела ҳосил мекунем:

$$\frac{u}{v} - \frac{s}{t} = \frac{ut}{vt} - \frac{vs}{vt} = \frac{ut - vs}{vt}.$$

Баръало дида мешавад, ки қоидаи чамъу тарҳи касрҳои махраҷашон ҳархела қоидаи чамъу тарҳи касрҳои ададии махраҷашон гуногунро мемунад. Яъне касрҳоро пешакӣ ба махраҷи умумӣ оварда, сонӣ амалро иҷро кардан лозим аст. Фаҳмост, ки аксар вақт назар ба истифодаи ҳосили зарби махраҷҳо махраҷи умумии соддатарро ёфтан ва онро истифода кардан қулайтар аст.

Мисоли 1. Касрҳои $\frac{m}{6av^3}$ ва $\frac{n}{8vc^2}$ -ро чамъ мекунем.

Хурдтарин каратнокии ададҳои 6 ва 8 адади 24 аст. Ба ин адад ҳамчун зарбкунадаҳо ҳамаи тағйирёбандаҳои дар махраҷҳо бударо бо дараҷаи калонтаринашон сабт мекунем, яъне a , v^3 , c^2 -ро. Ифодаи $24av^3c^2$ махраҷи умумӣ аст. Зарбкунадаҳои иловагии махраҷҳоро меёбем.

$$\frac{24av^3c^2}{6av^3} = 4c^2; \quad \frac{24av^3c^2}{8vc^2} = 3av^2.$$

$$\text{Пас } \frac{m}{6av^2} + \frac{n}{8vc^2} = \frac{m \cdot 4c^2 + n \cdot 3av^2}{24av^3c^2} = \frac{4c^2m + 3av^2n}{24av^3c^2}.$$

М и с о л и 2. Фарқи $\frac{a+4}{a^2-av} - \frac{v+4}{av-v^2}$ -ро ҳисоб мекунем.

Барои ёфтани махрачи умумӣ махрачи касрҳоро ба зарбкунандаҳо чудо мекунем: $a^2-av=a(a-v)$, $av-v^2=v(a-v)$. Ифодаи $av(a-v)$ махрачи умумӣ аст. (Вай нисбат ба $(a^2-av)(av-v^2)=av(a-v)^2$ соддатар мебошад.) Зарбкунандаҳои иловагии махрачи касрҳо мувофиқан v ва a мебошанд. Барои ҳамин

$$\begin{aligned} \frac{a+4}{a^2-av} - \frac{v+4}{av-v^2} &= \frac{a+4}{a(a-v)} - \frac{v+4}{v(a-v)} = \frac{(a+4)v - (v+4)a}{av(a-v)} = \\ &= \frac{av+4v-av-4a}{av(a-v)} = \frac{4v-4a}{av(a-v)} = \frac{-4a+4v}{av(a-v)} = \frac{-4(a-v)}{av(a-v)} = \frac{-4}{av} = -\frac{4}{av}. \end{aligned}$$

Чамъ ё тарҳи ифодаҳое, ки касран ратсионалианд, ба чамъ ё тарҳи касрҳо оварда мешавад.

М и с о л и 3. Ифодаи $a+1 + \frac{-a^2+2}{a-1}$ -ро содда менамоем.

Барои ин ифодаи $a+1$ -ро ба намути касри махрачаш ба 1 баробар навишта, чамъи касрҳоро иҷро менамоем:

$$\begin{aligned} a+1 + \frac{2-a^2}{a-1} &= \frac{a+1}{1} + \frac{2-a^2}{a-1} = \frac{(a+1)(a-1) + (2-a^2) \cdot 1}{a-1} = \\ &= \frac{a^2-1+2-a^2}{a-1} = \frac{1}{a-1}. \end{aligned}$$

Қайд мекунем, ки ҳангоми тартиб додани махрачи умумии касрҳо истифодаи баробариҳои айнияти зерин

$$\frac{a}{v} = -\frac{-a}{v} = -\frac{a}{-v} = \frac{-a}{-v} \quad \text{ва} \quad av = -(-a)v = -(-v)a = (-a)(-v)$$

баъзан хеле бамаврид аст. Масалан, барои ёфтани ҳосили чамъи

$$\frac{1}{1-a} + \frac{1}{(a-1)^2}. \text{ Дар ҳақиқат,}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{1-a} + \frac{1}{(a-1)^2} &= -\frac{1}{-(1-a)} + \frac{1}{(a-1)^2} = -\frac{1}{a-1} + \frac{1}{(a-1)^2} = \\ &= \frac{1}{(a-1)^2} - \frac{1}{a-1} = \frac{1-(a-1)}{(a-1)^2} = \frac{2-a}{(a-1)^2}. \end{aligned}$$

Дар охир бо мақсади дурустар азхудкунии тарзи ёфтани махраҷи умумии касрҳо боз ҳалли чанд мисолро дида мебароем.

$$\text{а) } \frac{3}{x} + \frac{1}{2} = (\text{махраҷи умумӣ: } 2x) = \frac{6+x}{2x};$$

$$\text{б) } \frac{2}{a} - \frac{1}{a-1} = (\text{махраҷи умумӣ: } a(a-1)) = \frac{2(a-1)-a}{a(a-1)} = \frac{a-2}{a(a-1)};$$

$$\text{в) } \frac{4}{x^2-1} + \frac{1}{(x-1)(x+3)} = \frac{4}{(x-1)(x+1)} + \frac{1}{(x-1)(x+3)} = (\text{махраҷи}$$

$$\text{умумӣ: } (x-1)(x+1)(x+3)) = \frac{4(x+3)+1 \cdot (x+1)}{(x-1)(x+1)(x+3)} = \frac{5x+13}{(x-1)(x+1)(x+3)}.$$

$$\text{г) } \frac{a^2+3a+2}{a^2+2a+1} - \frac{a^2-3a+2}{a^2-4} = \frac{(a+1)(a+2)}{(a+1)^2} - \frac{(a-1)(a-2)}{(a-2)(a+2)} =$$

$$= \frac{a+2}{a+1} - \frac{a-1}{a+2} = (\text{махраҷи умумӣ: } (a+1)(a+2)) =$$

$$= \frac{(a+2)^2 - (a-1)(a+1)}{(a+1)(a+2)} = \frac{a^2+4a+4 - a^2+1}{(a+1)(a+2)} = \frac{4a+5}{a^2+3a+2}.$$



1. Ду касри махраҷашон гуногунро чӣ тавр ба касрҳои махраҷашон якхела овардан мумкин аст? 2. Соддатарин махраҷи умумии ду каср чист? 3. Чамъ ё тарҳи касрҳои ратсионалии махраҷашон гуногун чӣ тавр иҷро карда мешавад? 4. Чамъ ё тарҳи ифодаҳои касран ратсионалӣ чӣ тавр ба чамъ ё тарҳи касрҳо оварда мешаванд?

77. Чамъ ё гархи касрхоро ичро намоед:

$$\begin{array}{lll}
 \text{а)} \frac{1}{x} + \frac{1}{4x}; & \text{б)} \frac{x}{2a} - \frac{3x}{7a}; & \text{в)} \frac{4}{2v} - \frac{1}{v^2}; \\
 \text{г)} \frac{a}{v} + \frac{v}{a}; & \text{д)} \frac{x}{2} - \frac{y}{6}; & \text{е)} \frac{3x+5}{35x} + \frac{x-3}{21x}; \\
 \text{ж)} \frac{2x}{a} - \frac{y}{v}; & \text{з)} \frac{2x}{mn} - \frac{3y}{m^2}; & \text{и)} \frac{x^2 - 2av}{ax} - \frac{3ax - 2v^2}{vx}; \\
 \text{к)} \frac{2a^2 - 2v^2}{av} + \frac{3v - 2a}{v}; & \text{л)} \frac{4(1+3a)}{5} + \frac{5(2a-3)}{4} - \frac{2(7a-5)}{3}.
 \end{array}$$

78. Ба каср табдил диҳед ва агр имкон бошад, ихтисор кунед:

$$\begin{array}{ll}
 \text{а)} \frac{2a+5v}{2a-v} - \frac{2a-3v}{v-2a} + \frac{4a-7v}{v-2a}; & \text{б)} \frac{3x-4y}{x-2y} - \frac{2x-y}{2y-x} + \frac{8y-x}{x-2y}; \\
 \text{в)} \frac{a}{a+v} - \frac{a}{a-v}; & \text{г)} \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}; \quad \text{д)} \frac{2+v}{3} + \frac{7}{2v} + \frac{2v-3}{3+2v}; \\
 \text{е)} \frac{a}{2x+4} - \frac{a}{3x+6}; & \text{ж)} \frac{x}{6a-12} + \frac{x}{2-a}; \quad \text{з)} \frac{3-2x}{5x^2-10x} - \frac{4x+1}{x^2-4}; \\
 \text{и)} \frac{4n}{m^2-mk} - \frac{5m}{nm-nk}; & \text{к)} \frac{2a-1}{81-a^2} - \frac{3a-2}{a^2+18a+81}; \quad \text{л)} \frac{7y-1}{6y^2+2y} + \frac{5-3y}{9y^2-1};
 \end{array}$$

79. Ифодаро содда карда, киматашро ҳангоми $x=2$ будан ҳисоб кунед:

$$\begin{array}{ll}
 \text{а)} \frac{x+2}{x^2-4x} - \frac{x}{x^2-16}; & \text{б)} \frac{x+2}{x^2+3x} + \frac{x+1}{x^2-9}; \\
 \text{в)} \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+2} - \frac{2x-5}{(x-1)(x+2)}; & \text{г)} \frac{10}{4x-5} + \frac{32x+60}{25-16x^2}.
 \end{array}$$

80. Ифодаро содда кунед:

$$\text{a) } 2 - \frac{x}{3} + \frac{y}{2}; \quad \text{б) } \frac{1}{x} + 4 - \frac{5}{x}; \quad \text{в) } x + \frac{2x-y}{3};$$

$$\text{г) } \frac{4a-2b}{5} - \frac{b-2a}{7} - 3; \quad \text{д) } a-b + \frac{b^2}{a+b};$$

$$\text{е) } a^2 - \frac{a^4+1}{a^2-1} + 1; \quad \text{ж) } \frac{b-1}{16-b^2} - 3 - \frac{5}{b+4};$$

$$\text{з) } x - \frac{16}{x-4} - 4; \quad \text{и) } \frac{a+1}{25-a^2} - \frac{4}{a+5} + 2.$$

81. Ифодаро дар намуди каср навишта, касро дар ҳолати имконпазир ихтисор намоед:

$$\text{а) } \frac{3x}{(x-1)(x+2)} - \frac{1}{x-1}; \quad \text{б) } \frac{5}{x+1} - \frac{3}{x+3} - \frac{1}{x+5};$$

$$\text{в) } \frac{4}{x^2-1} + \frac{2}{x+1}; \quad \text{г) } \frac{3}{a-1} + \frac{1}{a} - \frac{4}{a+1};$$

$$\text{д) } \frac{2a+b}{2a^2-ab} - \frac{4b}{4a^2-b^2} - \frac{2a-b}{2a^2+ab}; \quad \text{е) } \frac{2x^2+16}{x^3+8} - \frac{2}{x+2};$$

$$\text{ж) } \frac{3y^2-15}{(y+1)(y+3)} - \frac{2y}{y+3}; \quad \text{з) } \frac{1}{12-6x} - \frac{1}{-4+2x};$$

$$\text{и) } \frac{2}{3ab+a^2} - \frac{4}{a^2-9b^2} - \frac{1}{3b-a}; \quad \text{к) } \frac{3}{x^2-3x} - \frac{2}{x^2+x} - \frac{1}{(x+1)(x-3)}.$$

82. Ба ҷои нуқтаҳо ифодаҳои лозимиро гузored ва ҳисобкуниро ба охир расонед:

$$\text{а) } \frac{x+3}{2+x} + \frac{2-x}{\dots} = \frac{(x+3)(x-3) + (2+x)(2-x)}{\dots};$$

$$\text{б) } \frac{a^2}{a^2-1} - \frac{a+5}{\dots} + \frac{2}{\dots} = \frac{a^2 - (a+5)(a-1) + 2(a^2-1)}{\dots}.$$

83. Айниятро исбот кунед:

а) $\frac{a^3 - e^3}{a - e} - ae - e^2 = a^2$; б) $\frac{3}{x+2} - \frac{2x-5}{x^2+x-2} = \frac{1}{x-1}$.

84*. Амалҳоро иҷро намоед:

а) $\frac{4}{y^2-4y} + \frac{1}{y^2+y}$; б) $\frac{x+5}{x+2} - \frac{3}{x-3} + \frac{5x}{(x+2)(x+3)}$;

в) $\frac{2x+a}{3x-3a} - \frac{a-c}{2a-2c} + \frac{cx-a^2}{a^2-ac+cx-ax}$;

г) $1+3a + \frac{9a^2}{1+3a} + \frac{1}{3a-1} + \frac{6a}{1-9a^2}$.

Машқҳо барои такрор.

85. Касри $\frac{10x^3+640}{x^2-4x+16}$ -ро ихтисор карда, қиматашро ҳангоми:

а) $x=0,5$ будан; б) $x=-2$ будан ҳисоб кунед.

86. Функция бо формулаи $y = \frac{3x-2}{4}$ дода шудааст.

Қиматашро ҳангоми ба -2 ; 0 ; 7 баробар будани x муайян кунед. Барои кадом қиматҳои аргумент қимати функция ба -3 ; 0 ; 8 баробар мешавад?

87. а) Аз баробарии $g = \frac{m}{y}$ тағйирёбандаи y -ро бо воситаи

g ва m ифода кунед;

б) Аз баробарии $S = \frac{av}{c}$ тағйирёбандаи a -ро бо воситаи S ,

v ва c ифода кунед.

88. Дар 2 оғил говҳо нигоҳ дошта мешаванд. Агар аз оғили дуюм як гов ба оғили якум гузаронида шавад, миқдори говҳо дар ҳар ду оғил баробар мешавад. Агар аз оғили якум як гов ба дуюм

гузаронида шавад, миқдори говҳои оғили якум нисфи миқдори говҳои оғили дуюмро ташкил медиҳад. Дар ҳар як оғил чанд гов буд?

89. Ҳисоб кунед:

а) $25^2 \cdot (-4)^2 \cdot (0,001)^3$; б) $(-0,125)^2 \cdot 8^2 \cdot 10^3$.

90. Айниятро исбот кунед:

а) $(a+b+c)(av+ac+bc)=(a+b)(b+c)(c+a)+abc$;

б) $(a^2+b^2)(x^2+y^2)=(ax+by)^2+(ay-bx)^2$.

91. Қисми чапи муодиларо ба зарбкунандаҳо чудо намуда, онро ҳал намоед:

а) $3x^2-9x=0$;

б) $y-7+y(y-7)=0$;

в) $2x^4-x^3=0$;

г) $(y+1)y+3(y+1)=0$.

§3. ЗАРБ ВА ТАҚСИМИ КАСРҲО

7. ЗАРБИ КАСРҲО. АМАЛИ БА ДАРАҶА БАРДОШТАНИ КАСР

Чӣ тавре медонем, ҳосили зарби ду каср касрест, ки сураташ ба ҳосили зарби суратҳо ва махраҷаш ба ҳосили зарби махраҷҳо баробар аст. Масалан,

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 9} = \frac{8}{45}.$$

Зарби касрҳои ратсионалӣ ҳам айнан ҳаминро менамояд:

$$\frac{u}{v} \cdot \frac{s}{t} = \frac{u \cdot s}{v \cdot t} = \frac{us}{vt}.$$

Нишон медиҳем, ки ин баробарӣ барои қиматҳои дилхохи тағйирёбандаҳо аз соҳаи муайянии касрҳо, яъне ҳамон қиматҳои тағйирёбандаҳо, ки барояшон $v \neq 0$ ва $t \neq 0$ аст, дуруст

мебошад. Бигузор $\frac{u}{v} = m$, $\frac{s}{t} = n$. Аз ин ҷо мувофиқи таърифи

ҳосили тақсим $u=vm$, $s=tn$. Пас, $u \cdot s = vm \cdot tn = vt \cdot mn$. Ҳар ду тарафи ин баробариро ба $vt \neq 0$ тақсим намуда, ҳосил мекунем:

$$m \cdot n = \frac{us}{vt}.$$

Акнун ифодаҳои m ва n -ро дар ин баробарӣ гузошта, мебинем, ки

$$\frac{u}{s} \cdot \frac{s}{t} = \frac{us}{vt}$$

Мо айниятро ҳосил кардем, ки аз он қоидаи зарби касрҳо бармеояд: барои касрро ба каср зарб кардан сураҷҳоро бо ҳамдигар ва махраҷҳоро бо ҳамдигар зарб карда, ҳосили зарби якумро дар сураҷ ва ҳосили зарби дуюмро дар махраҷ навиштан лозим аст.

Мисоли 1. Касри $\frac{7a^4}{9b^2}$ -ро ба касри $\frac{3b}{14a^2}$ зарб мекунем:

$$\frac{7a^4}{9b^2} \cdot \frac{3b}{14a^2} = \frac{7a^4 \cdot 3b}{9b^2 \cdot 14a^2} = \frac{21a^4b}{126a^2b^2} = \frac{a^2}{6b}$$

Мисоли 2. Касрҳои $\frac{x-y}{xy}$ ва $\frac{2xy}{xy-x^2}$ -ро зарб мезанем:

$$\begin{aligned} \frac{x-y}{xy} \cdot \frac{2xy}{xy-x^2} &= \frac{(x-y) \cdot 2xy}{xy \cdot (xy-x^2)} = \frac{2(x-y)}{xy-x^2} = \frac{2(x-y)}{x(y-x)} = \\ &= \frac{2(x-y)}{-x(x-y)} = \frac{2}{-x} = -\frac{2}{x} \end{aligned}$$

Мисоли 3. Касри $\frac{2x-1}{2x+1}$ -ро ба бисёраъзогии $4x^2-1$ зарб

менамоём. Ҳангоми касрро ба бисёраъзогӣ ё бисёраъзогиरो ба каср зарб кардан бисёраъзогиरो дар намуди каср (махраҷаш 1) менависанд ва пас аз он қоидаи зарби касрҳоро татбиқ менамоянд:

$$\begin{aligned} \frac{2x-1}{2x+1} \cdot (4x^2-1) &= \frac{2x-1}{2x+1} \cdot \frac{4x^2-1}{1} = \frac{(2x-1)(4x^2-1)}{2x+1} = \\ &= \frac{(2x-1)(2x-1)(2x+1)}{2x+1} = (2x-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1. \end{aligned}$$

Қоидаи ҳосили зарби касрҳо ба ҳосили зарби якҷанд зарбшавандаҳо низ татбиқшаванда аст. Алалхусус,

$$\frac{u}{v} \cdot \frac{s}{t} \cdot \frac{m}{n} = \frac{us}{vt} \cdot \frac{m}{n} = \frac{usm}{vtn}$$

Акнун амали ба дараҷа бардоштани касрро дида мебароем. Аз таърифи дараҷаи бутуни касрҳои ададӣ ва қоидаи ёфтани ҳосили зарби якчанд касрҳо бевосита бармеоҷад, ки барои ҳар гуна n -и натуралӣ айнияти зерин ҷой дорад:

$$\left(\frac{u}{v}\right)^n = \frac{u^n}{v^n}$$

Яъне, барои ба дараҷа бардоштани каср, сурат ва махраҷро ба ҳамин дараҷа бардошта, натиҷаи якумро дар сурат ва натиҷаи дуюмро дар махраҷи каср навиштан лозим аст.

М и с о л и 4. Касри $\frac{3a}{b^2}$ -ро ба дараҷаи се мебардорем:

$$\left(\frac{3a}{b^2}\right)^3 = \frac{(3a)^3}{(b^2)^3} = \frac{27a^3}{b^6}$$



1. Ҳосили зарби ду касри ратсионалиро ҷй тавр меёбанд? 2. Магар қоидаи зарби ду каср ба қоидаи зарби касрҳои оддӣ шабоҳат дорад? 3. Бисёраъзоғӣ ба каср ҷй тавр зарб карда мешавад? 4. Тарзи ба дараҷа бардоштани касрро фаҳмонед.

92. Амали зарбро иҷро кунед:

а) $\frac{91}{46} \cdot \frac{23}{26}$; б) $\frac{62}{5} \cdot \frac{10}{93}$; в) $\frac{2}{3x} \cdot \frac{4y}{5}$; г) $\frac{3a^2}{10} \cdot \frac{5}{a}$;

д) $\frac{5x}{8y} \cdot \frac{7}{15}$; е) $\frac{4}{3a} \cdot \frac{5a}{2}$; ж) $\frac{12}{c^2} \cdot \frac{c^3}{24}$; з) $\frac{5}{4x^3} \cdot \frac{16x^2}{25}$.

93. Ба намуди каср ифода намоед:

а) $\frac{a^2}{14} \cdot \frac{21}{av}$; б) $\frac{3,5}{x^2} \cdot \frac{4x^3}{2y^2}$; в) $\frac{2av}{15c} \cdot \frac{9ac}{4v}$;

$$\text{г) } \frac{7av}{9b^3} \cdot \frac{3a^2}{14c^2}; \quad \text{д) } \frac{9a}{bc} \cdot \frac{2c}{3av}; \quad \text{е) } \frac{2x^2z}{5y^3} \cdot \frac{15xy}{z^2};$$

$$\text{ж) } \frac{x^4}{y^3} \cdot \frac{y^2}{x^3}; \quad \text{з) } \frac{28a^2}{27x^3} \cdot \frac{63x^4}{140a}.$$

94. Содда намоед:

$$\text{а) } xy \cdot \frac{1}{y}; \quad \text{б) } c \cdot \frac{ac}{b}; \quad \text{в) } y^3 \cdot \frac{x}{y^2};$$

$$\text{г) } \frac{a^2}{b^2} \cdot ab; \quad \text{д) } \frac{7a}{4x^2} \cdot 6ax^2; \quad \text{е) } \frac{13x^{10}}{7} \cdot \frac{14}{x^7}.$$

95. Ифодаро ба каср табдил диҳед:

$$\text{а) } \left(-\frac{x^2y^4}{2}\right) \cdot \frac{12}{xy^5}; \quad \text{б) } \frac{11a^2c^2}{7m} \cdot \left(-\frac{21m^2}{22a^4}\right);$$

$$\text{в) } \frac{a^3b^2}{c} \cdot \left(-\frac{c^3}{ab^4}\right); \quad \text{г) } \left(-\frac{2a^2b^2}{3mn^2}\right) \cdot \frac{m^2n^3}{14b^3a^2}.$$

96. Ифодаро содда кунед:

$$\text{а) } \frac{20a^4x^3}{21b^7} \cdot \frac{7a^3b^4}{4x^6} \cdot \frac{3b^3x^2}{5a^6}; \quad \text{б) } \frac{b^3c^5}{3a^4d^4} \cdot \frac{36a^4d^3}{5b^2c^4} \cdot \frac{5a^3b}{4c^2}.$$

97. Ба дараҷа бардоред:

$$\text{а) } \left(\frac{1}{2x}\right)^3; \quad \text{б) } \left(\frac{x}{3y}\right)^4; \quad \text{в) } \left(\frac{n^2}{2m}\right)^3; \quad \text{г) } \left(\frac{4a^2}{5b^3}\right)^2;$$

$$\text{д) } \left(\frac{2x}{a^2b^2}\right)^3; \quad \text{е) } \left(-\frac{5a^2x}{y^4}\right)^2; \quad \text{ж) } \left(-\frac{3ab}{4m^2n}\right)^3; \quad \text{з) } \left(-\frac{4x^2}{5y^3}\right)^3.$$

98. Ба намуди каср ифода намоед:

$$\text{а) } \frac{2x}{y^2} \cdot \frac{xy+y^2}{6}; \quad \text{б) } \frac{ax-ay}{4a^3} \cdot \frac{2a^4}{x-y}; \quad \text{в) } \frac{7av}{cx+dx} \cdot \frac{ax+ax}{14av};$$

$$\text{г) } (a^2 - a^2) \cdot \frac{a-a}{a+a}; \quad \text{д) } -6x^3(a+a) \cdot \frac{3x}{a^2 - a^2}; \quad \text{е) } \frac{y}{3y^2 - 12} \cdot (y^2 - 4y + 4).$$

99. Нишон диҳед, ки натиҷаи зарб ифодаи бутун аст:

$$\text{а) } \frac{a+a}{a-a} \cdot (a^2 - a^2); \quad \text{б) } (a^3 - a^3) \cdot \frac{a+a}{a^2 + a + a^2};$$

$$\text{в) } \frac{x^2 - y^2}{12y} \cdot \frac{6xy - 6y^2}{x+y}; \quad \text{г) } \frac{15a - 15a}{4a + 4a} \cdot \frac{2a + 2a}{5a - 5a};$$

$$\text{д) } \frac{a^2 - a^2}{a^2 + a^2} \cdot \frac{3a^2 + 3a^2}{a+a}; \quad \text{е) } \frac{2x + 2y}{3z - y} \cdot \frac{y - 3z}{x+y}.$$

100. Ифодаро содда намоед:

$$\text{а) } \frac{2x^2}{x^2 - 4} \cdot \frac{2a - ax}{5x}; \quad \text{б) } \frac{3-a}{a} \cdot \frac{4a}{a^2 - 9};$$

$$\text{в) } \frac{a^2 - a^2}{av} \cdot \frac{a}{a-a}; \quad \text{г) } \frac{(y+1)^2}{2y+10} \cdot \frac{y^2 - 25}{2y+2};$$

$$\text{д) } \frac{a^2 + 2ac}{a+1} \cdot \frac{5a+5}{a^2 - 4c^2}; \quad \text{е) } \frac{x^2 - 1}{4x} \cdot \frac{x}{1+x};$$

$$\text{ж) } \frac{x^2 - 4x}{x+1} \cdot \frac{x^2 - 1}{2x-8}; \quad \text{з) } \frac{10m^2 - 15m}{9m^2 + 36} \cdot \frac{3m^2 + 12}{2m^3 - 3m^2}.$$

101. Қимати ифодаро ёбед:

$$\text{а) } \frac{25 - x^2}{24xy} \cdot \frac{48y^2}{x^2 - 10x + 25}, \quad \text{агар } x=1 \text{ ва } y=2 \text{ бошад};$$

$$\text{б) } \frac{0,04x^2 - 1}{y^2 - 3y + 9} \cdot \frac{27 + y^3}{0,2x - 1}, \quad \text{агар } x=5 \text{ ва } y=1 \text{ бошад}.$$

102. Касрхоро зарб кунед:

а) $\frac{a^2 - \theta^2}{a^2 - 3a} \cdot \frac{a - 3}{(a + \theta)^2}$;

б) $\frac{ax + ay}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot \frac{x^2 - xy}{4x + 4y}$;

в) $\frac{\theta^3 + 8}{18\theta^2 + 27\theta} \cdot \frac{2\theta + 3}{\theta^2 - 2\theta + 4}$;

г) $\frac{12x^5}{x^3 + y^3} \cdot \frac{x^2 - xy + y^2}{8x^4}$;

д) $\frac{y^2 - 2xy}{xy + 4x^2} \cdot \frac{4xy + y^2}{4x^2 - y^2}$;

е) $\frac{x^2 + xy + y^2}{x + y} \cdot \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^3 - y^3}$;

ж) $\frac{51a^6x^9}{56y^{11}} \cdot \frac{40xy^8}{9a^5} \cdot \frac{21y^3}{85ax^{10}}$;

з) $\frac{a^3 - 1}{a^2 - 1} \cdot \frac{a^2 + 2a + 1}{a^2 + a + 1} \cdot \frac{1}{2a + 2}$.

Машқхо барои такрор.

103. Соҳаи муайянии касри $\frac{2 + x}{(2x - 1)(10 - 3x)}$ -ро ёбед.

104. Касри $\frac{8x^5y^4 - 24x^2y^6}{20x^7y^2 - 60x^4y^4}$ -ро ихтисор карда нишон

диҳед, ки бузургии он барои қиматҳои ба ҳам баробари x ва y доимӣ аст. Ин бузургии доимиро ёбед.

105. Ифодаҳои

а) $\frac{1}{x-1} + \frac{x}{x^2-1}$ ва б) $\frac{6}{x-1} - \frac{1-2x}{1+x+x^2} - \frac{3x-5-4x^2}{x^3-1}$ -ро

сода намоед. Қимати онҳоро хангоми $x = -2$ будан ёбед.

106. x -ро бо воситаи a ва θ ифода кунед:

а) $2x + a = \theta$; б) $\theta - 4x = a - \theta$; в) $\frac{x}{a} + 1 = \theta$; г) $\theta - 5x = a$.

107. Агар ба шоҳи ҳар як гул яктоғӣ булбул шинад, ба як булбул гул намерасад. Агар ба ҳар як гул дутоғӣ булбул шинад, як гул ҳолӣ мемонад. Чанд гулу булбул ҳаст?

8. ТАҚСИМИ КАСРҲО

Мо дида будем, ки ҳосили тақсими ду касри оддӣ касрест, ки сураташ ба ҳосили зарби сурати зарбкунанда бар махраҷи зарбшаванда ва махраҷаш ба ҳосили зарби махраҷи зарбкунанда бар сурати зарбшаванда баробар аст. Яъне, ҳангоми тақсим касри якумро ба касре зарб мекунам, ки он ба касри дуҷум чаппа аст. Масалан,

$$\frac{5}{8} : \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 4}{8 \cdot 3} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

Касрҳои дилхоҳ низ ҳамин тавр тақсим карда мешаванд. Нишон медиҳем, ки барои қиматҳои дилхоҳи имконпазири тағйирёбандаҳо, яъне ҳангоми $v \neq 0, s \neq 0$ ва $t \neq 0$ будан баробари

$$\frac{u}{v} : \frac{s}{t} = \frac{u \cdot t}{v \cdot s}$$

дуруст аст. Азбаски $\frac{s}{t} \cdot \frac{t}{s} = \frac{st}{st} = 1$ аст, пас $\frac{u}{v} = \frac{u}{v} \cdot 1 = \frac{u \cdot s \cdot t}{v \cdot t \cdot s}$

$= \left(\frac{u \cdot t}{v \cdot s} \right) \cdot \frac{s}{t}$. Аз ин ҷо мувофиқи таърифи ҳосили тақсим ($\frac{a}{b} = m$ аст, агар $a = mb$ бошад) ҳосил мекунем:

$$\frac{u}{v} : \frac{s}{t} = \frac{u \cdot t}{v \cdot s}$$

Аз айнияти ҳосилшуда қоидаи тақсими касрҳо бармеояд: барои як касро ба касри дигар тақсим кардан, касри якумро ба чаппаи дуҷум зарб кардан лозим аст.

Айнияти мазкур ва қоидаи зарби касрҳо истифода карда

$$\frac{u}{v} : \frac{s}{t} = \frac{u \cdot t}{v \cdot s} = \frac{ut}{vs}$$

-ро ҳосил менамоем.

Мисоли 1. Касри $\frac{4a^3}{b^5}$ -ро ба касри $\frac{8a^2}{b^3}$ тақсим мекунем:

$$\frac{4a^3}{b^5} : \frac{8a^2}{b^3} = \frac{4a^3}{b^5} \cdot \frac{b^3}{8a^2} = \frac{4a^3 \cdot b^3}{b^5 \cdot 8a^2} = \frac{4a^3 b^3}{8a^2 b^5} = \frac{a}{2b^2}$$

Мисоли 2. Касри $\frac{x-1}{x}$ -ро ба касри $\frac{x+1}{x-2}$ тақсим менамоем:

$$\frac{x-1}{x} : \frac{x+1}{x-2} = \frac{x-1}{x} \cdot \frac{x-2}{x+1} = \frac{(x-1)(x-2)}{x(x+1)} = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x}$$

Ҳангоми касрро ба бисёраъзогӣ ё бисёраъзогиро ба каср тақсим кардан аввал бисёраъзогиро дар намуди каср (махраҷаш 1) менависанд ва пас қоидаи тақсими касрҳоро татбиқ менамоенд.

Мисоли 3. Касри $\frac{a^2-16}{4x}$ -ро ба бисёраъзогии $a+4$ тақсим мекунем:

$$\begin{aligned} \frac{a^2-16}{4x} : (a+4) &= \frac{a^2-16}{4x} : \frac{a+4}{1} = \frac{a^2-16}{4x} \cdot \frac{1}{a+4} = \frac{a^2-16}{4x(a+4)} = \\ &= \frac{(a-4)(a+4)}{4x(a+4)} = \frac{a-4}{4x}. \end{aligned}$$

Дар охир тақсими мураккабтарро дида мебароем.

Мисоли 4.

$$\begin{aligned} \frac{m^2-n^2}{2a^2-2av+2v^2} : \frac{m^2+2mn+n^2}{a^3+v^3} &= \frac{(m^2-n^2) \cdot (a^3+v^3)}{(2a^2-2av+2v^2) \cdot (m^2+2mn+n^2)} = \\ &= \frac{(m-n)(m+n)(a+v)(a^2-av+v^2)}{2(a^2-av+v^2)(n+m)^2} = \frac{(m-n)(a+v)}{2(m+n)}. \end{aligned}$$

?

1. Ҳосили тақсими ду касри раціоналиро чӣ тавр меёбанд? 2. Магар қоидаи тақсими ду каср ба қоидаи тақсими касрҳои оддӣ шабоҳат дорад?

108. Тақсимиро иҷро кунед:

а) $\frac{299}{989} : \frac{13}{43}$;

б) $\frac{55}{56} : \frac{11}{43}$;

в) $\frac{4a^2}{5b} : \frac{8a}{25}$;

г) $\frac{x^2}{4y} : \frac{xy}{20}$;

д) $\frac{13}{5y} : (39x^2)$;

е) $\frac{2a^4}{5b} : (8a^2b)$;

ж) $\frac{2}{x^3} : \frac{4}{xy^2}$;

з) $3x^2 : \frac{5x}{2}$;

и) $27a^3 : \frac{18a^4}{13b}$.

109. Ифодаро содда кунед:

- а) $\frac{3x^2y}{7a^2} : \frac{9xy^2}{14a}$; б) $\frac{2x^2}{5y} : \frac{4x}{10y^3}$; в) $\frac{4c}{21d^2} : \frac{6c^2}{7d}$;
 г) $\frac{2x^4y^6}{3a} : \frac{2x^4y^3}{a^4}$; д) $-\frac{7y^2}{12x^3} : \frac{y^6}{24x^7}$; е) $\frac{48a^4b}{x} : \left(-\frac{24ab}{x^2}\right)$;
 ж) $\frac{15x^2z}{a^7} : \frac{5xz}{-a^6}$; з) $\left(-\frac{6xy^2}{5ab}\right) : \left(-\frac{9x^2y^2}{10ab}\right)$; и) $\frac{192m^6n^9}{-77k^5p} : \frac{36m^5n^8}{55k^4p^3}$.

110*. Ба намуди каср ифода кунед:

- а) $\frac{4x^2}{5y^3} : \frac{2x^3}{15y^2} \cdot \frac{7y}{3x}$; б) $\frac{a^5x^4}{18c^9} : \frac{a^4x^5}{54c^8} : \frac{a^3}{9c^3x}$;
 в) $\frac{8c^4}{22d^3} \cdot \frac{11d^2}{16c^2} : \frac{c}{d^2}$; г) $\frac{8x^3}{7y^3} : \frac{x^2}{49y^2} \cdot \frac{7y^2}{x^2}$;
 д) $\frac{64xy^3z}{a^5c} : (8x^2yz) \cdot \frac{a^3c}{x}$; е) $11ab^3c : \frac{121a^2b^2c}{x^3y^2} \cdot \frac{a^2}{b} \cdot \frac{1}{xy^4}$;
 ж) $-16a^2b^3 \cdot \frac{2z}{8a^2b} : \frac{bz^2}{-a}$; з) $\frac{10a^2b^3}{21c^7} : \frac{22a^4b}{39d^3} \cdot \frac{7ac^6}{5bd^2} : \frac{13bd^2}{11a^2c^3}$.

111. Таксимро ичро кунед:

- а) $\frac{x^2 - 4x}{2m^2} : \frac{x}{8m}$; б) $\frac{a^2 - 4ab}{3b} : (3a - 12b)$;
 в) $\frac{x^3}{y^2} : \frac{x^3}{xy - y^2}$; г) $(a^2 - 9b^2) : \frac{5a + 15b}{b}$;
 д) $\frac{3x^2 + x^3}{7a^2} : \frac{x + 3}{14a}$; е) $(a - 2b)^2 : \frac{a^3 - 4ab^2}{5}$;
 ж) $\frac{xy}{x^2 - 3x} : \frac{3xy}{3 - x}$; з) $\frac{x^4 - x^2}{x^2 + 1} : (x^2 - 1)$.

112. Амалхоро ичро намоед:

а) $\frac{x^2 - y^2}{x^3} : \frac{x - y}{3x^2}$;

б) $\frac{x+1}{y} : \frac{x^2-1}{4y^2}$;

в) $\frac{2a^2 - 2b^2}{b^2 + bc} : \frac{4a - 4b}{b + c}$;

г) $\frac{ab^2}{a^2 - 1} : \frac{2b}{a - a^2}$;

д) $\frac{x^2 - 4x}{x^2 - 36} : \frac{x^2 - 16}{x - 6}$;

е) $(5x-1):(25x^2-10x+1)$.

113. Ба намуди каср ифода намоед:

а) $\frac{a^2 + 2a}{a^2 - 4} : \frac{2a + 4}{a - 2}$;

б) $\frac{x^3 - x^2y}{y^2} : \frac{x - y}{2y^3}$;

в) $\frac{16p^2 - 1}{pq + 2q} : \frac{1 - 4p}{4p + 8}$;

г) $\frac{bc + cx}{av - ax} : \frac{av + ax}{bc - cx}$;

д) $\frac{x^2 - y^2}{x^2 - 1} : \frac{4y - 4x}{5x + 5}$;

е) $\frac{x + 3}{2x + 4} : \frac{x^2 + 3x}{x^2 - 4}$;

ж) $(x^2 - 16y^2):(x^2 + 8xy + 16y^2)$;

з) $(m^2 - n^2) : \frac{m - n}{mn}$.

114. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{x^2 - 81}{x + 1} : \frac{x^2 + 9x}{x^2 + 2x + 1}$,

агар $x=1,5$ бошад;

б) $(a - 5b) : \frac{a^2 - 25b^2}{a + b}$,

агар $a=1$ ва $b=2$ бошад.

115. Амали тақсирро ичро намуда, натиҷаро содда кунед:

а) $\frac{x + y}{x^2 - y^2} : \frac{3x + 3y}{x^2 - 2xy + y^2}$;

б) $\frac{y^2 - x^2}{x^2 + 2xy + y^2} : \frac{xy - y^2}{x + y}$;

в) $\frac{a^3 + b^3}{a^2 - b^2} : \frac{a^2 + ab}{b(a - b)}$;

г) $\frac{4x^2 - 25}{x^3 + 8} : \frac{2x + 5}{x^2 - 2x + 4}$;

$$д) \frac{m^2 + 6m + 9}{3xy^2} : \frac{am + 3a}{6x^2y}; \quad е) \frac{a^3 - x^3}{x^2 - 1} : \frac{a^2 + ax + x^2}{x - 1};$$

$$ж) \frac{8 + y^3}{2x + 2} : \frac{y^2 - 2y + 4}{x^2 - 1}; \quad з) \frac{8a + a^2 + 16}{15x - 3} : \frac{16 - a^2}{25x^2 - 1}.$$

Машқҳо барон такрор.

116. x -ро аз муодила ёбед:

а) $x \cdot 3av = 12a^2v^3;$

б) $x \cdot 0,1ac = a^2c;$

в) $37a^2v \cdot x = 111a^3v^3;$

г) $0,15vy \cdot x = \frac{3}{2}vy^2.$

117. Ифодаро содда намоед:

а) $\frac{5}{5a + 2a^2} - \frac{2}{5 - 2a} - \frac{20}{4a^2 - 25};$ б) $\frac{5}{2a + 2} - \frac{1}{10a - 10} - \frac{24}{15 + 10a}.$

118. Аз формулаҳои $a = \frac{v}{3c}$ ва $\frac{1}{a} + \frac{1}{v} = \frac{1}{c}$ тағйирёбандаи c -ро бо воситаи тағйирёбандаҳои a ва v ифода намоед.

119. Кадоми ин нуктаҳо $A(-1;1)$, $B(-2;3)$, $C(3;2)$ ва $D\left(\frac{1}{2};4\right)$

ба графики функцияи $y=2x+3$ тааллуқ доранд?

120. Кампире ба бозор як сабад тухм меовард. Дар даромадгоҳи бозор дузде сабадро аз дасти кампир гирифта гурехт. Ҳангоми таъкиб дузд ба даст афтод, вале тухмҳо шикаста буданд. Ҳокими бозор хост, ки пули тухмҳоро руёнида баргардонад ва аз кампир миқдори тухмҳоро пурсид. Кампир гуфт, ки миқдори тухмҳояш адади хурдтаринест, ки ба 7 бебақия тақсим шуда, ҳангоми онро ба 2, 3, 4, 5 ва 6 тақсим намудан бақия ба як баробар аст. Кампир чанд дона тухм ба бозор оварда буд?

121. Суръати чараёни дарё 3 км/соат аст. Суръати қайқе, ки ба самти чараён шино мекунад, аз суръати вай нисбати муқобили чараён шино карданаш чӣ қадар зиёд аст?

9. ТАБДИЛДИҲИИ АЙНИЯТИИ ИФОДАҲОИ РАТСИОНАЛӢ

Айниятан тағйир додани ифодаро, мо табдилдиҳии айниятии он номида будем. Инчунин қайд карда, бо мисолҳо

нишон дода будем, ки ихтисори касрҳо яке аз шаклҳои табдилдиҳӣ аст (ниг. ба п.4). Акнун нишон медиҳем, ки ҳар гуна ифодаи ратсионалиро дар намуди касри ратсионалӣ, яъне ҳамчун ҳосили тақсими ду ифодаи бутун тасвир кардан мумкин аст.

Дар ҳақиқат, чӣ тавре дидем, натиҷаи ҷамъ ё тарҳ, зарб ё тақсим ва ё ба дараҷа бардоштани касрҳо ҳамеша каср аст. Азбаски ифодаи ратсионалиро мураккаб, аз ифодаҳои байни худ бо ин 5 амали арифметикӣ пайваस्तбуда иборат аст, пас натиҷаи ниҳоии иҷрои амалҳо аз рӯи қоидаҳои зарурӣ низ каср мебошад. Пай дар пай иҷро кардани ин амалҳо ва дар ҳолати зарурӣ ихтисори натиҷаи онҳо, табдилдиҳии айнияти ифодаи ратсионалӣ ном дорад.

Вале бояд қайд кард, ки ҳангоми табдилдиҳии айнияти соҳаи муайяни каср (натиҷа) тағйир ёфта метавонад. Масалан,

$$\frac{x^2 - 4}{x + 2} = x - 2$$

аст. Касри дар қисми ҷап буда, ҳангоми $x = -2$ будан маъно надорад. Қисми рост $x - 2$ барои ин қимат ба -4 баробар аст. Барои ҳамаи дигар қиматҳои тағйирёбанда ифодаҳои ҷапу рост баробаранд, яъне дар ёд $x \neq -2$ ҳисоб карда мешавад. Ин аст, ки ҳангоми табдилдиҳии ифодаҳо ба тағйирёбии соҳаи муайяни онҳо эътибор дода намешавад.

М и с о л и 1. Ифодаи

$$x + 3 - \frac{1}{x + 3} \cdot \frac{x^2 - 9}{x}$$

-ро ба касри ратсионалӣ табдил медиҳем.

Барои ин аввал касрҳоро зарб карда, сонӣ аз бисёрраъзогии $x + 3$ натиҷаи ҳосилшударо тарҳ менамоем:

$$1) \frac{1}{x + 3} \cdot \frac{x^2 - 9}{x} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x + 3)x} = \frac{x - 3}{x};$$

$$2) x + 3 - \frac{x - 3}{x} = \frac{x + 3}{1} - \frac{x - 3}{x} = \frac{x(x + 3) - (x - 3)}{x} = \frac{x^2 + 3x - x + 3}{x} = \frac{x^2 + 2x + 3}{x}.$$

Мисоли 2. Ифодаи

$$\left(\frac{2av}{4a^2 - 9v^2} + \frac{v}{3v - 2a} \right) : \left(1 - \frac{2a - 3v}{2a + 3v} \right)$$

-ро ба касри ратсионалӣ табдил медиҳем.

Аввал касрҳои дар қавси якум бударо ҳамчун карда, сонӣ тарҳи ифодаҳои дар қавси дуюм бударо иҷро менамоем. Дар охир ҳосили ҳамчун ба ҳосили тарҳ тақсим мекунем:

$$\begin{aligned} 1) \frac{2av}{4a^2 - 9v^2} + \frac{v}{3v - 2a} &= \frac{2av}{(2a - 3v)(2a + 3v)} - \frac{v}{2a - 3v} = \\ &= \frac{2av - (2a + 3v)v}{(2a - 3v)(2a + 3v)} = \frac{2av - 2av - 3v^2}{(2a - 3v)(2a + 3v)} = -\frac{3v^2}{(2a - 3v)(2a + 3v)}; \end{aligned}$$

$$2) 1 - \frac{2a - 3v}{2a + 3v} = \frac{2a + 3v - (2a - 3v)}{2a + 3v} = \frac{2a + 3v - 2a + 3v}{2a + 3v} = \frac{6v}{2a + 3v};$$

$$3) -\frac{3v^2}{(2a - 3v)(2a + 3v)} : \frac{6v}{2a + 3v} = -\frac{3v^2 \cdot (2a + 3v)}{(2a - 3v)(2a + 3v) \cdot 6v} = -\frac{v}{2(2a - 3v)}.$$

Ҳангоми ҳисоби қимати ифода дар бисёр мавридҳо пешакӣ табдил додани он заҳматро кам мекунад.

Мисоли 3. Қимати ифодаи

$$\left(\frac{a}{a - 2v} + \frac{v}{a + 2v} \right) \cdot \frac{a^3 + 8v^3}{a^3 + 3a^2v - 2av^2}$$

-ро ҳангоми $a=0,5$ ва $v=1$ будан ҳисоб мекунем.

• Аввал ифодаро содда менамоем:

$$\begin{aligned} 1) \frac{a}{a - 2v} + \frac{v}{a + 2v} &= \frac{a(a + 2v) + v(a - 2v)}{(a - 2v)(a + 2v)} = \\ &= \frac{a^2 + 2av + av - 2v^2}{(a - 2v)(a + 2v)} = \frac{a^2 + 3av - 2v^2}{(a - 2v)(a + 2v)}; \end{aligned}$$

$$2) \frac{a^2 + 3av - 2v^2}{(a - 2v)(a + 2v)} \cdot \frac{a^3 + 8v^3}{a^3 + 3a^2v - 2av^2} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{a^2 + 3av - 2v^2}{(a-2v)(a+2v)} \cdot \frac{a^3 + (2v)^3}{a(a^2 + 3av - 2v^2)} = \\
 &= \frac{(a+2v)(a^2 - 2av + 4v^2)}{a(a-2v)(a+2v)} = \frac{a^2 - 2av + 4v^2}{a(a-2v)}.
 \end{aligned}$$

Дар ин натиҷаи ниҳой $a=0,5$ ва $v=1$ гузошта меёбем:

$$\begin{aligned}
 \frac{a^2 - 2av + 4v^2}{a(a-2v)} &= \frac{0,5^2 - 2 \cdot 0,5 \cdot 1 + 4 \cdot 1^2}{0,5(0,5 - 2 \cdot 1)} = \frac{0,25 - 1 + 4}{0,5 \cdot (-1,5)} = \\
 &= \frac{3,25}{-0,75} = -4 \frac{1}{3}.
 \end{aligned}$$

Мисоли 4. Касри

$$\frac{\frac{1}{x-1} + \frac{4-x}{x^2-x}}{\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x}}$$

-ро ба намуди касри ратсионалӣ менависем.

Ин табдилдиҳиро бо тарзҳои гуногун иҷро кардан мумкин аст. Масалан, сурат ва махраҷро дар алоҳидагӣ ба касри ратсионалӣ оварда, баъд натиҷаи ҷамъро ба натиҷаи тарҳ тақсим кардан мумкин аст. Вале агар ҳосияти асосии касрро истифода барему сурат ва махраҷро ба $x^2-x=x(x-1)$ зарб намоем, пас ҳисоб соддатар мешавад:

$$\frac{\frac{1}{x-1} + \frac{4-x}{x^2-x}}{\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x}} = \frac{\left(\frac{1}{x-1} + \frac{4-x}{x^2-x}\right) \cdot (x^2-x)}{\left(\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x}\right) \cdot (x^2-x)} = \frac{x+4-x}{2x-(x+2)} = \frac{4}{x-2}.$$

? 1. Чаро ҳар гуна ифодаи ратсионалиро дар намуди каср навиштан мумкин аст? 2. Оё табдилдиҳии айнияти соҳаи муайяни ифодаро тағйир медиҳад? Ҷавобро бо мисолҳо шарҳ диҳед. 3. Барои чӣ барои ёфтани қимати ифода баъзан содда кардани он муфид аст?

4 122. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $\frac{x}{3} - \frac{x}{15} - \frac{1}{2}$;

б) $\frac{2}{x-2} + \frac{3}{x+1}$;

в) $\frac{4}{a^2-1} + \frac{2}{a+1}$;

г) $\frac{3}{y^2-1} - \frac{2}{(y-1)^2}$.

123. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $\left(\frac{5}{y} - 4y^2\right) : \left(4y - \frac{5}{y^2}\right)$;

б) $\frac{av + v^2}{5} : \frac{v^3 - a + v}{5a - v}$;

в) $\left(\frac{a}{v^2} + \frac{a^2}{v^3}\right) : \left(\frac{v^2}{a^2} + \frac{v}{a}\right)$;

г) $\frac{3}{2a+2v} + \frac{a}{ac+vc} - \frac{c}{8a}$.

124. Ифодаро содда намоед:

а) $\left(\frac{x}{x+2} + 1\right) \cdot \frac{2+x}{3x+1}$;

б) $\left(\frac{3a}{a+1} - a\right) : \frac{2-a}{(a+1)^2}$;

в) $\frac{x^2 - y^2}{y^3} \cdot \left(1 - \frac{x-y}{x+y}\right)$;

г) $\frac{x-1}{x-2} \cdot \left(x + \frac{x}{1-x}\right)$.

125. Амалҳоро иҷро намоед:

а) $\frac{c^2}{c^2 + av} \cdot \left(\frac{a+c}{a} - \frac{c-v}{c}\right)$;

б) $\frac{x^2}{x^2 - ay} \cdot \left(\frac{y-x}{x} + \frac{a-x}{a}\right)$;

в) $\left(\frac{v}{a+v} - \frac{a}{a-v}\right) : \frac{a^2 + v^2}{av + v^2}$;

г) $\frac{a^2 + v^2}{a+v} : \left(\frac{2a}{a+v} + \frac{v-a}{a}\right)$.

126. Ифодаро содда кунед:

а) $\left(\frac{a}{a-3} + \frac{10}{a-3} + \frac{25}{a^2-3a}\right) : \left(\frac{5}{a^2} + \frac{2}{a} + \frac{1}{5}\right)$;

б) $\left(\frac{1}{xy + y^2} - \frac{6}{x^2 + xy} + \frac{9y}{x^3 + x^2y}\right) : \left(\frac{x}{y^2} - \frac{6}{y} + \frac{9}{x}\right)$;

в) $\left(\frac{x-2}{3x+6} + \frac{1}{x^2-4} + \frac{x-6}{6-3x}\right) : \frac{38}{9x^2-36}$;

$$г) \left(\frac{x-y}{2x+2y} + \frac{y^2}{x^2-y^2} + \frac{x-3y}{2y-2x} \right) \cdot \frac{3x^2-3y^2}{2y}.$$

127. Амалхоро ичро кунед:

$$а) \left(\frac{x^2}{5-x} + \frac{x^2}{5+x} \right) \cdot \left(\frac{1}{10} - \frac{2x-5}{2x^2} \right); \quad б) \left(\frac{1}{a^2-1} - \frac{1}{a^3-1} \right) \cdot \left(\frac{1}{a^2} - a \right);$$

$$в) \left(\frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2} \right) : \left(\frac{x}{y} + 1 + \frac{y}{x} \right); \quad г) \left(1 + \frac{\theta}{a} + \frac{\theta^2}{a^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{\theta}{a} + \frac{\theta^2}{a^2} \right).$$

128. Ифодаро содда кунед:

$$а) \left(\frac{3+x}{3-x} - \frac{x-3}{x+3} \right) : \left(\frac{x+3}{x-3} - \frac{3-x}{3+x} \right);$$

$$б) \left(\frac{\theta^2+25}{\theta} - 5 \right) \cdot \frac{25-\theta^2}{\theta^3+125} : \left(\frac{1}{\theta} - \frac{1}{5} \right);$$

$$в) \left(\frac{a}{a+2} + a + 2 \right) : \left(\frac{1}{2+a} - a - 2 \right);$$

$$г) \left(\frac{a}{a+\theta} + \frac{\theta}{a} \right) : \left(\frac{\theta^2}{a+\theta} + a \right).$$

129. Содда кунед:

$$а) \left(\frac{xy}{x^2-y^2} + \frac{y}{y-x} \right) : \left(x-y + \frac{4y^2-x^2}{x+y} \right);$$

$$б) \frac{4}{y-4} + \frac{8-y}{y^3-64} : \frac{y-8}{16y+4y^2+y^3};$$

$$в) \left(\frac{x}{x+1} - 1 \right) \cdot \frac{1-x^2}{y-y^2} \cdot \frac{1-y^2}{1-x};$$

$$г) \left(1 - \frac{9x^2+4}{12x} \right) : \left(\frac{1}{3x} - \frac{1}{2} \right) + 1.$$

130. Амалхоро ичро кунед:

а) $(a^2 + 2a + 1) \cdot \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a^2-1} - \frac{1}{a-1} \right);$

б) $(x^2 - 9) \cdot \left(\frac{3}{x+3} - \frac{2}{x-3} \right) + 12;$

в) $\left(\frac{y-1}{y^2+y+1} - \frac{1}{y-1} \right) \cdot \left(\frac{2+y}{y} + 2y+1 \right);$

г) $\frac{4a-2v}{3av} : \left(\frac{8av}{12a^2-3v^2} + \frac{2a-v}{2a+v} - \frac{2a+v}{6a-3v} \right).$

131. Ифодаро содда кунед:

а) $\left[\left(1 - \frac{2}{1-3a} \right) \left(1 - \frac{9a-9a^2}{3a+1} \right) \right] : [2(1-9a^2)];$

б) $\frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \left(\frac{2x-3y}{x^2-y^2} - 2x+3y \right);$

в) $\left(x - \frac{x+y}{x-y} + y \right) : \left(1 - \frac{x+y}{x^2-y^2} \right);$

г) $\frac{a^2-v^2}{a-v} - \frac{a^3-v^3}{a^2-v^2}.$

132. Амалхоро ичро кунед:

а) $\left(\frac{1}{p-2q} + \frac{6q}{4q^2-p^2} - \frac{2}{p+2q} \right) : \left(\frac{p^2+4q^2}{p^2-4q^2} + 1 \right);$

б) $\frac{2a}{a^2-4x^2} + \frac{1}{2x^2+6x-ax-3a} \cdot \left(x + \frac{3x-6}{x-2} \right);$

в) $\left(\frac{xy+y^2}{5x^2-5xy} + xy + y^2 \right) \cdot \frac{5x}{x+y} - \frac{y}{x-y};$

$$\text{г) } \left(\frac{x-y}{x^2+xy} - \frac{x}{y^2+xy} \right) : \left(\frac{y^2}{x^3-xy^2} + \frac{1}{x+y} \right).$$

133. Ифодаро содда намоед:

$$\text{а) } \frac{a^2-1}{n^2+an} \cdot \frac{a-an^3-n^4+n}{1-a^2}; \quad \text{б) } \frac{x-1}{y+10x} : \frac{2x^3-2x}{100x^2-y^2};$$

$$\text{в) } \frac{30x^2-26xy}{9x^2+6xy+y^2} \cdot \frac{y+3x}{x}; \quad \text{г) } \frac{(x+y)^2-4xy}{2x} \cdot \frac{x^2+xy}{6xy} \cdot \frac{3x}{x^2-y^2}.$$

134. Ифодаро содда кунед:

$$\text{а) } \frac{4xy}{y^2-x^2} : \left(\frac{1}{y^2-x^2} + \frac{1}{x^2+2xy+y^2} \right);$$

$$\text{б) } \left(\frac{a^2}{a+n} - \frac{a^3}{a^2+n^2+2an} \right) : \left(\frac{a}{a+n} - \frac{a^2}{a^2-n^2} \right);$$

$$\text{в) } \left(\frac{y^2-4y}{y^2-8y+16} - \frac{3y+12}{y^2-16} \right) \cdot \left(1 - \frac{4}{y} \right);$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{x+1} - \frac{3}{x^3+1} + \frac{3}{x^2-x+1} \right) \cdot \left(x - \frac{2x-1}{x+1} \right).$$

135. Айниятро исбот кунед:

$$\text{а) } \frac{2x-y}{xy} - \frac{1}{x+y} \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) = \frac{1}{y};$$

$$\text{б) } \left(\frac{a-\epsilon}{a^2+a\epsilon} - \frac{a}{\epsilon^2+a\epsilon} \right) : \left(\frac{\epsilon^2}{a^3-a\epsilon^2} + \frac{1}{a+\epsilon} \right) = \frac{\epsilon-a}{a};$$

$$\text{в) } \frac{1}{\epsilon^2} - \frac{1}{a\epsilon} + \frac{1}{a^2} = \frac{1}{a\epsilon(a+\epsilon)} \left(\frac{a^2}{\epsilon} + \frac{\epsilon^2}{a} \right);$$

$$\text{г) } \frac{2}{8+x^3} - \frac{1}{4-x^2} = \frac{1}{x-2} \cdot \frac{x^2}{x^3+8};$$

$$д) \frac{1,4x^2 - xy}{0,49x^2 - 0,25y^2} = \frac{20x}{7x + 5y};$$

$$е) \frac{3,5x + 4,5y}{0,49x^2 - 0,81y^2} = \frac{50}{7x - 9y}.$$

136. Искот кунед, ки барои ҳамаи қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳо қиматҳои ифода аз қимати тағйирёбандаҳои дар он дохилбуда вобаста нест. Ин қиматро ёбед:

$$а) \left(\frac{3-a}{2+a} - 1\right) \left(\frac{a}{2} - \frac{1+a^2}{2a-1}\right); \quad б) \left(3 - \frac{9+4x}{3+2x}\right) \cdot \left(\frac{1}{2x} + \frac{2}{3-2x}\right) \cdot (3-2x);$$

$$в) \frac{y^2}{x^2 + xy + y^2} + \frac{x}{x-y} - \frac{xy(x+2y)}{x^3 - y^3}; \quad г) \left(\frac{a+b}{5a} - a - b\right) : \frac{a+b}{7} - \frac{7}{5a}.$$

137. Ба намуди бисёръзогӣ ё касри ратсионалӣ ифода намоед:

$$а) \left(x + \frac{1}{2x}\right)^2;$$

$$б) \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)^2;$$

$$в) \left(\frac{x}{y} + 1\right)^2 + \left(1 - \frac{x}{y}\right)^2;$$

$$г) \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 - \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)^2;$$

$$д) a^2 \cdot \left(\frac{a+b}{a} - 1\right)^2 + b^2 \cdot \left(\frac{a-b}{b} + 1\right)^2; \quad е) \frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2} : \frac{1}{a+b} - ab.$$

138. Касрро дар намуди нисбати ду бисёръзогӣ нависед:

$$а) \frac{\frac{1}{3} - \frac{x}{y}}{\frac{1}{6} + \frac{x}{y}};$$

$$б) \frac{2 + \frac{1}{x-1}}{1 - \frac{1}{x+2}};$$

$$в) \frac{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}};$$

$$г) \frac{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}};$$

$$д) \frac{\frac{1}{x-1} + \frac{4-x}{x^2-x}}{\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x}};$$

$$е) \frac{a-b}{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}};$$

$$\text{ж) } \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}{\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}};$$

$$\text{з) } 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}};$$

139. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{0,3x - y}{0,009x^2 - y^2}$ хангоми $a = \frac{2}{3}$ ва $b = -\frac{4}{5}$ будан;

б) $\frac{x - y}{x + y} - \frac{x + y}{x - y}$ хангоми $x = \frac{1}{4}$ ва $y = \frac{1}{3}$ будан;

в) $\left(\frac{3}{2x - 2y} + \frac{y}{ay - ax} \right) : \frac{4xy - 6ax}{3xy - 3y^2}$ хангоми $x = \frac{1}{a}$ ва $y = \frac{1}{3}$ будан;

г) $\left(a + b - \frac{4ab}{a + b} \right) : \left(\frac{b}{a - b} + \frac{3ab - a^2}{b^2 - a^2} \right)$ хангоми $a = -1,5$ ва $b = -3$ будан;

д) $\frac{x^2 - 144}{x^2 - 9} \cdot \frac{x + 3}{x + 12} : \frac{x - 12}{2x^2 - 6x}$ хангоми $x = 525$ будан.

140. Маълум ки $x - \frac{2}{x} = 8$ аст. Қимати ифодаи $x^2 + \frac{4}{x^2}$ -ро ёбед.

141*. Агар $x - \frac{1}{x} = 4$ бошад, он гоҳ:

а) $x^2 + \frac{1}{x^2}$;

б) $x^3 - \frac{1}{x^3}$;

в) $x^4 + \frac{1}{x^4}$

ба чанд баробар аст?

142*. а) Агар $a + \frac{1}{b} = 4$ ва $b + \frac{1}{a} = 12$ бошад, он гоҳ $\frac{a}{b}$ чанд аст?

б) Маълум, ки $\frac{a}{b} = 4$ ва $a + \frac{1}{b} = 6$ мебошад. Қимати ифодаи

$a^3 + \frac{1}{b^3}$ чанд аст?

Машқҳо барои такрор.

143. Координатаҳои нуқтаҳои буриши графикаи функсияи

$$y = \frac{1}{4}x - 8 \text{ -ро бо тири абсисса } ox \text{ ва тири ордината } oy \text{ ёбед.}$$

144. Решаи муодиларо ёбед:

$$\text{а) } x : \left(-\frac{96}{101} \right) = \frac{1}{2} \frac{5}{48}; \quad \text{б) } \left(4\frac{1}{3} - 3x \right) : 1\frac{2}{9} = 6;$$

$$\text{в) } (4,21 - 6,36) \cdot \frac{3x}{2} = 2\frac{3}{20}; \quad \text{г) } \frac{101}{200}x : (3,012 + 2,038) = -0,4.$$

145. Дар анбори якум 120 т ва дар анбори дуюм 85т гандум ҳаст. Баъди он ки аз анбори якум назар ба анбори дуюм 2 маротиба зиёдтар гандум ба осиб бурданд, дар анбори якум назар ба анбори дуюм 3 маротиба камтар гандум боқӣ монд. Аз анбори якум чанд тонна гандум ба осиб бурдаанд?

146. Системаи муодилаҳоро ҳал намоед:

$$\text{а) } \begin{cases} 6x - 3y = 4, \\ y = 2x - 5; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} a + 2b = 5, \\ 5a = 7 - 2b. \end{cases}$$

147. Қайки мотордор, ки суръаташ дар оби ором 15км/соат аст, аз бандар ба муқобили ҷараёни дарё ба шинокунӣ сар кард. Баъди 1 соату 15 дақиқаи шинокунӣ мотори қайқ аз кор баромад ва онро пас аз 5 соат ҷараёни дарё ба бандар баргардонд. Суръати ҷараёни дарёро ёбед.

148. Дар қуттӣ тазарв ва харгӯшҳо ҳастанд. Ҳамаи ҳайвонҳо 35 сар ва 94 пой доранд. Дар қуттӣ чандто тазарв ва чандто харгӯш ҳаст?

10. ФУНКСИЯИ $y = \frac{k}{x}$. ХОСИЯТҲО ВА ГРАФИКИ ОН

Т а ъ р и ф. Бузургҳои тағйирёбанда x ва y мутаносибан чаппа номида мешаванд, агар ҳосили зарби қиматҳои мувофиқи онҳо ба адади доимии гайринул баробар бошад.

Агар ин адади доимро бо k ишорат намоем, он гоҳ мутаносибии чаппа бо формулаи $xy=k$ ё $y = \frac{k}{x}$ ифода карда мешавад. Ин формула (вобастагӣ) нишон медиҳад, ки ҳангоми якчанд маротиба зиёд шудани қимати x қимати мувофиқи y ҳамон қадар маротиба кам мешавад. Масалан, агар x 2 маротиба афзояд, y 2 бор кам мешавад, агар x 3 бор кам шавад, y 3 маротиба меафзояд ва ҳоказо.

М и с о л и 1. Бигузур дарозӣ ва бари росткунҷаҳое, ки масоҳаташон 20см^2 мебошад, мувофиқан x см ва y см аст.

Вобастагии y аз x бо формулаи $y = \frac{20}{x}$ ифода меёбад.

М и с о л и 2. Масофаи 2 шаҳр 90 км аст. Вобастагии вақти барои тай кардани ин масофа сарф мешудагӣ t аз суръати ҳаракат v бо формулаи $t = \frac{90}{v}$ ифода мешавад. Дар ин чо бузургҳои t ва v бо ҳам мутаносиби чаппаанд.

Фаҳмост, ки ҳангоми зарурӣ миқдори ин гуна мисолҳоро зиёд кардан мумкин аст.

Ҳангоми муоина кардани функсияи $y = \frac{k}{x}$, ки дар он x

тағйирёбандаи новобаста буда, адади k нобаробари нул аст, дар назар дошта мешавад, ки тағйирёбандаи x ҳам қимати мусбат ва ҳам қимати манфӣ қабул мекунад. Барои чунин қиматҳои x ҳам, яъне барои ҳар гуна қимати x аз тири ададӣ, ки нул нест, ин функсия ҳам мутаносибии чаппа ном дорад.

Мо дар мисоли функсияи $y = \frac{2}{x}$ хосиятҳо ва графики мутаносибии чаппаро дида мебароем.

1) Соҳаи муайянии функсия ҳамаи ададҳои аз нул фарқкунанда мебошад. Ин аз он бармеояд, ки ифодаи $\frac{2}{x}$ ҳангоми $x=0$ будан маъно надорад (ба нул тақсим кардан мумкин нест!)

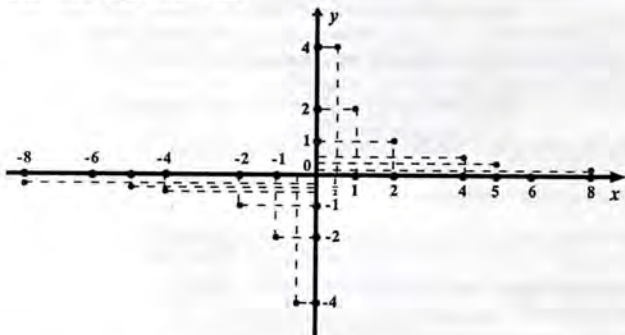
Яъне дар графики нуқтаи абсиссааш 0 вучуд надорад, ё ки график тири ордината oy -ро намебурад. Инчунин барои ягон қимати x қимати y ба нул баробар нест. Пас графики функция тири абсисса ox -ро низ намебурад.

2) Ҷадвали қиматҳои y -ро, ки ба баъзе қиматҳои мусбат ва ба қиматҳои ба онҳо муқобили манфии x мувофиқанд, месозем:

x	1	2	4	5	8	10	20
y	2	1	0,5	0,4	0,25	0,2	0,1

x	-1	-2	-4	-5	-8	-10	-20
y	-2	-1	-0,5	-0,4	-0,25	-0,2	-0,1

Дар ҳамвори координатавӣ 5-то нуқтаҳои аввали координатаҳошон дар ҷадвалҳо бударо месозем (расми 1). Аз ҷадвалҳо дида мешавад,

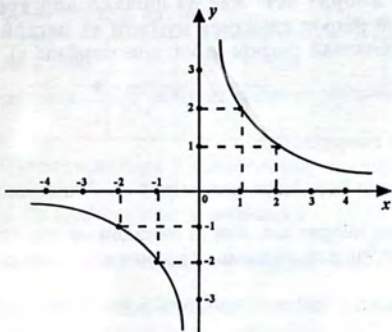


Расми 1.

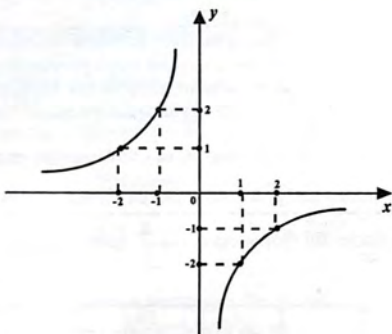
ки ба қиматҳои мусбати x қиматҳои мусбати y мувофиқ омада, ҳангоми аломати манфӣ доштани x бузургии y низ аломати худро ба муқобил иваз менамояд, яъне $y(-x) = -y(x)$ аст.

3. Қимати мусбати x чӣ қадаре калон бошад, қимати мувофиқи y ҳамон қадар хурд аст. Масалан, агар $x=10$ бошад, $y=0,2$; агар $x=100$ бошад, $y=0,02$; агар $x=10000$ бошад, $y=0,0002$. Яъне ҳангоми мусбат будан ва афзудани x бузургии y кам мешавад, ё ки чӣ тавре мегӯянд, функция камшаванда аст. Ҳангоми ба нул наздик шудани x қимати y меафзояд. Масалан, агар $x=0,01$ бошад, $y=200$; агар $x=0,0001$ бошад, $y=20000$ аст.

Зохиран фаҳмост, ки ҳангоми манфӣ будан ва афзудани x функсия низ камшаванда аст.



Расми 2.



Расми 3.

Графики функцияи $y = \frac{2}{x}$, ки дар расми 2 оварда шудааст, аз ду шоха иборат аст. Яке аз шохаҳо дар чоряки якуми координатавӣ (барои қиматҳои мусбати x), дигарӣ дар чоряки сеюми координатавӣ (барои қиматҳои манфии x) ҷойгир аст.

Графики функцияи дилхоҳи намуди $y = \frac{k}{x}$ хангоми $k > 0$ будан айнан чунин намуд дорад.

Дар расми 3 графики функцияи $y = -\frac{2}{x}$ оварда шудааст. Он низ аз ду шоха иборат аст. Яке аз шохаҳои он дар чоряки дуюми координатавӣ, шохаи дигараш дар чоряки чоруми координатавӣ ҷойгир мебошад. Графики функцияи $y = -\frac{k}{x}$ хангоми $k > 0$ будан, айнан намуди графики $y = -\frac{2}{x}$ -ро дорад.

Хате қаче, ки графики мутаносибии чаппа аст, **гипербола** ном дорад. Гипербола аз ду шоха иборат аст.

? 1. Чӣ гуна вобастагиро мутаносибии чаппа меноманд? Мисолҳо оред. 2. Формулаи функцияи мутаносибии чаппаро навишта, хосиятҳои онро номбар кунед. 3. Чаро графики ин функция тирҳои $0x$ ва $0y$ -ро намебурад. 4. Камшаванда будани функцияро бо мисол шарҳ диҳед. 5.

Графики функцияи $y = \frac{k}{x}$ хангоми $k > 0$ ва $k < 0$ будан дар кадом чорякҳои координатавӣ ҷойгир аст? 6. Кадом хати қач гипербола ном дорад?

149. Функция бо формулаи $y = \frac{4}{x}$ дода шудааст. Ҷадвалро

пур кунед:

x	-4		-0,2	2	4		20
y		-2				0,4	

150. Мутаносибии чаппа бо формулаи $y = \frac{100}{x}$ дода

шудааст. Ҷадвалро пур наомед:

x	-800	-400		20	160		400	800
y			-0,2			0,5		

151. Суръати қатора v км/соатбуда, масофаи 500 км-ро дар t соат тай менамояд. Формулаеро нависед, ки он вобастагии: а) v -ро аз t ; б) t -ро аз v ифода менамояд.

152. Мутаносибии чаппа бо формулаи $y = \frac{5}{x}$ дода шудааст.

Қиматҳои функсияро ҳангоми ба: 0,02; 0,1; 200; 500 баробар будани аргумент ёбед. Оё нуқтаи А(-0,1; -50); В(40; 0,12); С(100; 0,05); Д(1000; 0,002) ба графики функсияи мазкур тааллуқ дорад?

153. Маълум, ки функсия мутаносибии чаппа аст ва ба қимати ба 4 баробари аргумент қимати ба 10 баробари функсия мувофиқ меояд. Ин функсияро бо формула ифода намоед.

154. Графики функсияи $y = \frac{4}{x}$ -ро созед ва аз график:

а) қимати y -ро, ки он ба қимати 1; 4; -1; -4; -5; -10 баробари x мувофиқ аст;

б) қимати x -ро, ки он ба қимати -8; -2; 4; 8 баробари y мувофиқ аст, ёбед.

155. Графики функсияи бо формулаи

а) $y = \frac{1}{x}$; б) $y = -\frac{1}{x}$; в) $y = \frac{8}{x}$; г) $y = -\frac{8}{x}$.

додашударо созед.

156. Мутаносибии чаппаро бо формула ифода намоед, агар маълум бошад, ки графики он аз нуқтаи: а) А(4; 0,125);

б) В $\left(\frac{1}{6}; 1\frac{2}{5}\right)$; в) С(-10; -0,4) мегузарад.

157. Массай чисм m , зичй g ва ҳаҷми он v вобастагии $g \cdot v = m$ -ро қонеъ менамоянд. Вобастагии зичиро ҳангоми 3 воҳид будани масса аз v бо формула ифода намоед.

158. Графики функсияҳои $y = \frac{1}{x}$ ва $y = \frac{2}{x}$ -ро дар як системаи координатавӣ кашед ва онҳоро муқоиса намоед.

Машқҳо барои тақрор.

159. Графики функсияи $y = kx$ чӣ аст? График ҳангоми $k > 0$ будан дар кадом чорякҳо ҷойгир аст? Ҳангоми $k < 0$ будан чӣ?

160. Як адад 140%-и адади дигарро ташкил медиҳад. Ин ададҳоро ёбед, агар фарқи онҳо ба 37 баробар бошад.

161. Мағар қимати каср аз қимати тағйирёбанда вобаста аст:

а) $\frac{2(a - e)^2}{(5e - 5a)^2}$; б) $\frac{(2x - 4y)^2}{7(2y - x)^2}$?

162. Як села зоғонро зоғе дида гуфт: «Салом ба селай садӣ». Роҳбалади зоғон ҷавоб гардонд: «Салом! Вале мо садто нестем. Агар ба дучандаи моён нисфамон, сонӣ боз нисфи нисфамонро ҷамъ намуда, худат ҳам ҳамроҳ шавӣ, баъд садто мешавем». Селай зоғон чандто буд?

163. Аз формулаи $\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

а) x -ро бо воситаи y ва z ; б) z -ро бо воситаи x ва y ифода кунед.

Маълумот аз таърих

Чӣ будан ва тарзи истифодаи касрҳои соддатаринро одамон аз қадим медонистанд. Масалан, вавилониҳои қадим

касрҳои $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ -ро ба таври махсус ишорат карда васеъ

истифода мекарданд. Дар Мисри қадим касрҳои воҳидӣ, яъне

касрҳои намуди $\frac{1}{n}$ -ро, ки дар ин ҷо n адади бутун аст, истифода

менамаданд. Ҳар гуна касри дурустро, ки аслан натиҷаи ҷенкунӣ буд, ҳамчун суммаи касрҳои воҳидӣ тасвир мекарданд:

$$\frac{7}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}; \quad \frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \quad \text{ва ҲОКАЗО.} \quad \text{Масалан, хангоми ҳалли}$$

масъалаи «3 нонро байни чор нафар одамон баробар тақсим кунед», тарзи мазкур талаб мекард, ки дорони 4 нони нимтоғӣ ва 4 нони чорякӣ бошанд, яъне ба нимтоғӣ 2 нон ва ба чорякӣ 1 нонро тақсим кунанду баъд ҳиссаҳоро байни одамон тақсим намоянд.

Дар як вақт бо касрҳои воҳидӣ касрҳои **мураттаб** (касрҳои, ки сураташон адади дилхоҳ ва махраҷашон дараҷаи адади маълум (масалан, даҳ, дувоздаҳ, шаст ва ҲОКАЗО мебошанд) ба истифода дар илм ва фаъолияти одамон маълум гаштанд. Касрҳои шастиро то асри XVII истифода менамаданд. Воҳидҳои вақтро то ҳол дар системаи шастӣ ифода менамоянд:

$$1 \text{ дақиқа} = \frac{1}{60} \text{ соат, } 1 \text{ сония} = \frac{1}{60^2} \text{ соат мебошад.}$$

Мисоли дигари касрҳои мураттаб касрҳои даҳӣ мебошанд, ки аз сабаби содда будани амалҳо бо онҳо касрҳои шастиро дар охири асри XVII қариб ҷойиваз карданд.

Маълумотҳои аввалинро доир ба касрҳои намунашон умумӣ, ки сурату махраҷашон ададҳои натуралии дилхоҳанд, дар баъзе асарҳои олими Юнони қадим Архимед (солҳои 287-212 пеш аз милод) дарёфт кардан мумкин аст. Юнониҳои қадим ҳамаи амалҳои арифметикиро бо касрҳои оддӣ хуб медонистанд. Вале тарзи ҳозираи бо ёрии хатча навиштани касрҳо вучуд надошт. Ин тарзи навишти касрро математики италийёӣ Леонардо Фибоначчи (1180-1250) дар асари худ «Китоби абак», ки соли 1202 нашр шудааст, дохил намудааст. То ҳамин муддат касрро даҳанақӣ ифода менамаданд ё аз навиштаҷотҳои махсус, ба монанди аз тарафи рост махраҷ гузоштани хатча (рах) истифода мебуданд.

Вале ба ҳамаи ин нигоҳ накарда, муддати дуру дароз касрҳоро ба маънои том адад ҳисоб намекарданд, онҳоро баъзан

ададҳои шикаста, яъне нопурра меномиданд. Танҳо баъди дар соли 1707 чоп шудани китоби олими англис Исаак Нютон (1643-1727) «Арифметикаи умумӣ» касрҳо ҳамчун ададҳои ба ададҳои натуралӣ баробархуққуқ шинохта шуданд. Бори аввал дар илм мафҳуми каср васеъ карда шуда, он ҳамчун ҳосили тақсими як ифода бар ифодаи дигар ҳисоб карда мешавад. Нютон менависад: «Навиштаҷоти тағ ба тағи ду бузургӣ, ки байнашон хатча дорад, ҳосили тақсим ё бузурғиест, ки он тақсими бузурғии болоӣ ба бузурғии поёӣ ҳосилшударо ифода

менамояд, Чунончи, $\frac{6}{2}$ бузурғиеро ифода менамояд, ки аз он

тақсими 6 ба 2 ҳосил мешавад. $\frac{5}{8}$ бошад, бузурғии аз тақсими 5

ба 8 ҳосилшавандаро нишон медиҳад, яъне панҷ ҳаштҷакиро.

Мисли ҳамин, $\frac{a}{b}$ бузурғиест, ки ҳангоми a -ро ба b тақсим

кардан ҳосил шудааст. Айнан ҳамин тавр $\frac{av - bv}{a + x}$ бузурғиеро

ифода мекунад, ки он аз тақсими $av - bv$ ба $a + x$ ҳосил мешавад ва ҳоказо. Ин гуна бузурғиҳо касрҳо ном доранд».

Баъд Нютон таъкид мекунад, ки агар навишти адади бутун дар пеши касри арифметикӣ маънои ҷамъи онҳоро дошта бошад, навишти адади бутун дар пеши касри алгебравӣ маънои зарби онҳоро дорад, Масалан,

$$3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}, \quad \text{вале} \quad 3\frac{a}{b} = 3 \cdot \frac{a}{b}.$$

Дар асар доир ба гуногунии касри алгебравӣ ва қиматҳои он низ сухан меравад: «Вобаста ба ин ё он қиматҳои ҳарфҳои ифодаи алгебравиро ташкилдиханда қимати ададии касри алгебравӣ адади касрӣ ё адади бутун шуда метавонад. Масалан,

қимати ададии касри $\frac{a}{b}$ ҳангоми $a=3$, $b=5$ будан $\frac{3}{5}$ аст, ҳангоми $a=8$, $b=2$ будан 4 мебошад».

Чунин фахмиши мафҳуми касри алгебравиро математикҳои тамоми дунё зуд эътироф намуданд ва чӣ тавре дидем, то ҳол аз сабаби бенуқсон буданаш бетағйир мондааст.

МАШҚҲОИ ИЛОВАГӢ БА БОБИ I

Ба параграфи 1.

164. Ифодаро ба бисёраъзогӣ табдил диҳед:

- а) $2x^2(x^2-2x+4)$; б) $-0,5y^2(y^2-4y+1)$;
 в) $(x^2-3x+5)(2x+1)$; г) $(3a-5)(b^2-4b-2)$;
 д) $(2x^2-x-1)(3x^2+4x-1)$; е) $(a^2+7a+3)(a^2-4a+2)$;
 ж) $(x^2+1)^2$; з) $(a-b)^3+3a^2b-3ab^2$; и) $(2x-3)(1-x)$.

165. Ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед:

- а) $-av^2-a^2v$; б) y^2x-yx^2+yx ;
 в) $q^3p-q^2p^2-qp^3$; г) $4x^2-9$;
 д) $4x^2-12xy+9y^2$; е) x^4-16 ;
 ж) $a^2+2av+v^2-c^2-4cd-4d^2$; з) a^6-1 ;
 и) x^8-1 ; к) $49x^2-(5x+y)^2$;
 л) $(x+2)^3-(x-2)^3$; м) $\frac{1}{4} + x + x^2$;
 н) $\frac{25}{64}c^2 - \frac{4}{9}$; о) $(3x^2-4)-8(3x^2-4) = 16$.

166. Айниятро исбот намоед:

- а) $a^3-5a+2=(a-2)(a^2+2a-1)$;
 б) $b^3-2b-1=(b+1)(b^2-b-1)$.

167. Барои кадом қимати тағйирёбанда ифода маъно надорад:

- а) $\frac{2x-1}{2-x}$; б) $\frac{10}{x-4}$; в) $\frac{5x}{x^2-5x}$;
 г) $\frac{3}{x^2-9}$; д) $\frac{5}{|y|-2}$; е) $\frac{3x-1}{3x+1}$?

168. Касре тартиб диҳед, ки он дорон тағйирёбандаи x буда, барои ҳамаи қиматҳои x , ба ғайр аз:

- а) $x=1$; б) $x=0$ ва $x=2$; в) $x=-4$ ва $x=4$ маъно дорад.

169. Касре тартиб диҳед, ки он дар махраҷ дорон тағйирёбанда буда, барои ҳамаи қиматҳои x маъно дорад.

170. Соҳаи муайяни функсияро нишон диҳед:

а) $y = \frac{2}{x+4}$; б) $y = \frac{2x}{x+4}$; в) $\frac{4x-1}{x^2-4}$; г) $y = \frac{2}{x^2+5}$.

171. Соҳаи муайяни касрро ёбед:

а) $\frac{2}{x+1}$; б) $\frac{3x+1}{2x-8}$; в) $\frac{3x+4}{x^2-7x}$; г) $\frac{3x+1}{x^2-16}$.

172*. Касрро ихтисор кунед:

а) $\frac{(-a)^3}{a^2}$; б) $\frac{3xy}{0,3yz}$; в) $\frac{0,7n^2}{2,1n^4}$;

г) $\frac{18av^2c}{60avc}$; д) $\frac{0,8x^2y^2z}{0,4xy^3z^2}$; е) $\frac{64x^3y^5}{224x^5y^2}$;

ж) $\frac{b^2 - a^2}{(a-b)^2}$; з) $\frac{x^2 - 1}{x^3 + 1}$; и) $\frac{2x - 2y}{x^2 - xy}$;

к) $\frac{xy}{x^2y - y^2x}$; л) $\frac{4a^2b - 25b^3}{2a^2 - 5ab}$; м) $\frac{6x^2 - 2xy}{21xy - 7y^2}$;

н) $\frac{8y^3 - 1}{y - 4y^3}$; о) $\frac{a^2 + 5a + 25}{2a^4 - 250a}$; п) $\frac{p^4 - q^4}{p^3 + q^3}$;

р) $\frac{8a^3 - b^3}{4a^2 + 2ab + b^2}$; с) $\frac{1 - 3y + 3y^2 - y^3}{z - zy + x - xy}$; т) $\frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^4 - 2x^2 + 1}$;

у) $\frac{x^{12} - x^6 + 1}{x^{18} + 1}$; ф) $\frac{a^{36} - a^3}{a^{26} + a^{15} + a^4}$; х) $\frac{8a^5 - 8a^3}{8a^5 + 16a^4 + 8a^3}$.

173. Исбот кунед, ки агар дар касри $\frac{x-2y}{3x+5y}$ тағйирёбандаи

x ва y -ро мувофиқан ба kx ва ky , ки дар ин ҷо $k \neq 0$ аст, иваз намоем, он гоҳ касри ба касри аввала айниятан баробар ҳосил мешавад.

174*. Ҳисоб накарда нишон диҳед, ки қиматҳои касри

$$\frac{4x-3y}{x+2y} \text{ ҳангоми } x = \frac{1}{11}, y = \frac{3}{11} \text{ будан ва ҳангоми } x=1, y=3$$

будан якхела аст.

175. Маълум, ки $a+v=4$ аст. Қимати касро ёбед:

$$\text{а) } \frac{16}{(a+v)^3}; \quad \text{б) } \frac{a^3+v^3}{a^2-av+v^2}.$$

Ба параграфи 2.

176. Амалҳои ҳамҷам ва тарҳро иҷро намоед:

$$\text{а) } \frac{x^2-3x}{x-4} + \frac{x+1}{x-4}; \quad \text{б) } \frac{3a-2}{a-1} + \frac{a}{1-a}; \quad \text{в) } \frac{x^2}{x+y} - \frac{1-2x}{x+y};$$

$$\text{г) } \frac{a^2-2a}{a^2-v^2} - \frac{2v-v^2}{v^2-a^2}; \quad \text{д) } \frac{y}{x-y} + \frac{y}{y-x}; \quad \text{е) } \frac{x}{y-x} + \frac{y}{x-y}.$$

177. Аломати пешии касро ба муқобилаш иваз карда, касре тартиб диҳед, ки он айниятан ба касри додашуда баробар бошад:

$$\text{а) } -\frac{2x}{4-y}; \quad \text{б) } \frac{2a-3v}{a-5v}; \quad \text{в) } -\frac{x^2-1}{x+2}; \quad \text{г) } \frac{-2-5y}{x+y}.$$

178. Қимати ифодаро ёбед:

$$\text{а) } \frac{a}{a^2-4a} - \frac{4}{a^2-4a} \quad \text{ҳангоми } a=0,5 \text{ будан};$$

$$\text{б) } \frac{3x+2}{x^2-2x+1} + \frac{2-3x}{x^2-2x+1} \quad \text{ҳангоми } x=3 \text{ будан}.$$

179. Касро ба намуди сумма ё фарқи ифодаи бутун ва каср нависед:

$$\text{а) } \frac{4x+6}{x}; \quad \text{б) } \frac{a^2+6a+9}{a}; \quad \text{в) } \frac{x^2+4}{x^2}; \quad \text{г) } \frac{1-2v+v^2}{v}.$$

180*. Барои кадом қимати натуралии n қимати ифода адади натуралӣ аст:

$$\text{а) } \frac{n+8}{n}; \quad \text{б) } \frac{7n-16}{n}; \quad \text{в) } \frac{49-n^2}{n^2}; \quad \text{г) } \frac{n^2+8}{n^2}?$$

181. Қимати ифодаро ёбед, агар $\frac{x}{y} = 2$ бошад:

$$\text{а) } \frac{y}{x}; \quad \text{б) } \frac{x+y}{3x}; \quad \text{в) } \frac{x+5y}{2y}; \quad \text{г) } \frac{x-4y}{y}.$$

182. Чамъ ё тарҳи касрҳоро иҷро кунед:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{7}{12x} - \frac{2-3x}{15x^2}; & \text{б) } \frac{x+8}{6x^2} + \frac{2}{3x}; \\ \text{в) } \frac{a^2-a+1}{a^3x} - \frac{x^2-1}{ax^3}; & \text{г) } \frac{x^2-2av}{ax} - \frac{3ax-2v^2}{vx}. \end{array}$$

183. Ифодаро ба намуди каср нависед:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } x+y + \frac{x-y}{5}; & \text{б) } m-n - \frac{1-mn}{m}; \\ \text{в) } a - \frac{av+ac+vc}{a+v+c}; & \text{г) } a^2 - v^2 - \frac{a^3+v^3}{a-v}. \end{array}$$

184. Ифодаро содда кунед:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{a}{a+v} - \frac{a}{a-v}; & \text{б) } \frac{a}{a+v} + \frac{a}{a-v}; & \text{в) } \frac{7}{2x} + \frac{2x-3}{3+2x}; \\ \text{г) } \frac{x+4a}{3a+3x} - \frac{a-4x}{3a-3x}; & \text{д) } \frac{5x-7}{x^2-4} - \frac{3x-2}{2-x}; & \text{е) } \frac{2-3y}{y^2-9} - \frac{5-2y}{3-y}. \end{array}$$

185. Амалҳои чамъ ва тарҳро иҷро кунед:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{a^2-5av}{5av} + \frac{3a-2v}{15v} - \frac{6a-5v}{12a}; & \text{б) } \frac{4x-1}{x(x-1)} + \frac{2}{x-1} - \frac{3}{x}; \\ \text{в) } \frac{3x+2}{x^2-2x+1} - \frac{6}{x^2-1} - \frac{3x-2}{x^2+2x+1}; & \\ \text{г) } \frac{4-a}{25-10a+a^2} - \frac{3}{25+10a+a^2} - \frac{a+4}{25-a^2}; & \end{array}$$

$$д) \frac{2a}{2a+3} + \frac{5}{3-2a} - \frac{4a^2+9}{4a^2-9}; \quad е) \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x^2+2} - \frac{2x-5}{(x-1)(x+2)}.$$

186*. Ифодаро содда намоед:

$$а) \frac{y^2}{x^2+xy+y^2} + \frac{x}{x-y} - \frac{xy(x+2y)}{x^3-y^3};$$

$$б) \frac{3x+2y}{9x^2+6xy+4y^2} - \frac{1}{2y-3x} + \frac{6xy}{8y^3-27x^3};$$

$$в) \frac{1}{a^2-\theta^2} - \frac{1}{(a-\theta)^2} + \frac{1}{(a+\theta)^2}; \quad г) \frac{4a^2+3a+2}{a^3-1} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} - \frac{1}{a-1}.$$

187. Айниятро исбот кунед:

$$а) \frac{2x}{x+5} = 2 - \frac{10}{x+5}; \quad б) \frac{ax}{x+\theta} = a - \frac{a\theta}{x+\theta};$$

$$в) \frac{4x^2-9x}{x^2-3x+2} = 4 - \frac{8-3x}{x^2-3x+2}.$$

188. Барои кадом қимати a ифодаҳо айниятан баробаранд:

$$а) \frac{3x}{x+15} \text{ ва } 3 + \frac{a}{x+15}; \quad б) \frac{5x}{-x+4} \text{ ва } \frac{a}{4-x} - 5;$$

$$в) \frac{x+2}{3-x} \text{ ва } \frac{a}{3-x} + 1; \quad г) \frac{2x+1}{1-5x} \text{ ва } 1 + \frac{ax}{1-5x} ?$$

189*. Касрро ба намуди сумма ё фарқи ифодаи бутун ва каср нависед:

$$а) \frac{x^2-7x+6}{x-7}; \quad б) \frac{x^2-2x+3}{x-2}; \quad в) \frac{a^2+9a-1}{a+8};$$

$$г) \frac{4a^2-10a-1}{a-4}; \quad д) \frac{3x}{x+2}; \quad е) \frac{x-2}{3-x}.$$

190*. Барои кадом n -и бутун қимати каср адади бутун аст:

$$а) \frac{2n^2+3n+4}{n}; \quad б) \frac{(n-2)^2}{n}; \quad в) \frac{5n}{n+1}; \quad г) \frac{6n}{n-1} ?$$

Ба параграфи 3.

191. Зарбро ичро карда, натиҷаашро содда намоед:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \frac{m^3 - 27}{m^2 - 6m + 9} \cdot \frac{m^2 - 9}{m^2 + 3m + 9}; & \text{б)} \frac{36x^7}{x^2y + x^3} \cdot \frac{x^2 + y^2}{9x^5}; \\ \text{в)} \frac{y^2 - 2xy}{xy + 4x^2} \cdot \frac{4xy + y^2}{4x^2 - y^2}; & \text{г)} \frac{x^2 + xy + y^2}{x + y} \cdot \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^3 - y^3}; \\ \text{д)} \frac{a^5 - a^7 + a^9}{1 - a^2} \cdot \frac{a - 1}{a^8 - a^6 + a^4}; & \text{е)} \frac{x^3 + x^2}{x^5 + x^4 + x^3} \cdot \frac{x^4 + x^3 + x^2}{x^5 + x^3}. \end{array}$$

192. Тақсирмо ичро карда, натиҷаашро содда намоед:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} : \frac{4x^2 + 4y^2}{x + y}; & \text{б)} \frac{a^3 - b^3}{av(a + v)} : \frac{a^2 - b^2}{a^2 + av}; \\ \text{в)} \frac{2 - m}{m^2n + m^3} : \frac{4 - m^2}{-m^3n^2 - m^2n^3}; & \text{г)} \frac{a^4 - a^2}{a^6 + a^2} : \frac{a^3 - a^5}{a^7 + a^3}; \\ \text{д)} \frac{x^5 + x^7}{9x^2 - x^6} : \frac{x^9 + x^7}{x^4 - 3x^2}; & \text{е)} \frac{8x + x^2 + 16}{15x^2 + 3x} : \frac{16 - x^2}{25x^2 - 1}. \end{array}$$

193. Исбот кунед, ки барои ҳар гуна n -и натуралӣ қимати ифодаи

$$\left(\frac{4}{n^2} + \frac{n}{2} \right) : \left(\frac{2}{n^2} - \frac{1}{n} + \frac{1}{2} \right)$$

адади натуралӣ аст.

194. Исбот кунед, ки агар $m \neq 0$ ва $m \neq 1$ бошад, он гоҳ қимати ифодаи

$$\frac{2}{m} : \left(\frac{1}{m} - 1 \right) - \frac{2m - 2m^2}{(m - 1)^2}$$

аз қимати тағйирёбанда вобаста нест.

195*. Ифодаро содда кунед:

$$\text{а)} \left(x - \frac{x + y}{x - y} + y \right) : \left(1 - \frac{2y + 1}{x^2 - y^2} \right);$$

$$б) \left(\frac{5x^2 - 15xy}{x^2 - 9y^2} - \frac{3xy + 9y^2}{x^2 + 6xy + 9y^2} \right) : \left(\frac{5}{y} - \frac{3}{x} \right);$$

$$в) av + \frac{av}{a+v} \left(\frac{a+v}{a-v} - a - v \right);$$

$$г) \left(\frac{1}{a-2v} + \frac{2v}{4v^2 - a^2} \right) : \left(\frac{4v^2}{a^2 + 4v^2 + 4av} - \frac{2v}{2v+a} \right);$$

$$д) \left(\frac{x^2+1}{1+2x} - \frac{x}{2} \right) \left(1 - \frac{x+3}{2-x} \right); \quad е) \left(\frac{3-x}{2+x} - 1 \right) \cdot \left(\frac{x}{2} - \frac{1+x^2}{2x-1} \right).$$

196*. Исбот кунед, ки қимати ифода аз қиматҳои имконпазирӣ тағйирёбандаҳо вобаста нест:

$$а) \left(\frac{2a+3}{4a^2-16} + \frac{21+2a}{16-16a+4a^2} \right) : \left(\frac{3+a}{a-2} \right)^2 - \frac{3a+7}{2+a};$$

$$б) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \cdot \frac{2x^2y^2}{(x+y)^3} + \frac{x^2y^2}{(x+y)^2} \cdot \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right).$$

197*. Аввал ифодаро содда карда, баъд қиматашро ёбед:

$$а) \frac{5x^2 - 10xy + 5y^2}{2x^2 - 2xy + 2y^2} : \frac{8x - 8y}{10x^3 + 10y^3} \quad \text{ҳангоми } x=-3, y=-1 \text{ будан};$$

$$б) \frac{5a^2 - 5v^2}{a^2 + 2av + v^2} : \frac{5a^2 - 10av + 5v^2}{3a + 3v} \quad \text{ҳангоми } x=8, y=7 \text{ будан}.$$

198*. Ба намуди касри ратсионалӣ нависед:

$$а) \frac{\frac{x-3}{3} - \frac{4-x}{2}}{5x-18};$$

$$б) \frac{1+x + \frac{1}{x+1}}{1+x - \frac{1}{x-1}};$$

$$в) \frac{\frac{x-a}{x+a} - \frac{x+a}{x-a}}{\frac{x+a}{x+a} + \frac{x-a}{x-a}};$$

$$г) \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}.$$

199. Кадоме аз нуқтаҳои A(-10; 1); B(5; 2); C(5; -2); D(0; 0); E(0,1; -100); F(20; -0,5); G(100; -0,01) ба графики функсияи

$$y = -\frac{10}{x} \text{ тааллуқ доранд?}$$

200. Нуқтаи A(-2; -14) ба графики функсияи бо формулаи намудаш $y = \frac{k}{x}$ додашуда тааллуқ дорад. Қимати k -ро ёбед.

201. Маълум, ки графики $y = \frac{k}{x}$ аз нуқтаи A(4; 2,5) мегузарад. Оё графики ин функсия аз нуқтаи: B(2; 5); C(0,1; 4); D(-1; -10); E(-2; -8) мегузарад?

202. Графики функсияи $y = -\frac{8}{x}$ -ро созед ва аз рӯи он:

а) қимати y -ро ёбед, ки он ба қимати ба 4; 2,5; -1; -2,5; баробари x мувофиқ аст;

б) қимати x -ро ёбед, ки ба он y -и ба 8; -2 баробар мувофиқ меояд.

203. Ҳаҷми параллелепипеди росткунҷаи тарафҳои асосаш a см ва b см ва баландиаш 10 см ба 80 см^3 баробар аст. Аз a вобаста будани b -ро бо формула ифода кунед.

204*. Соҳаи муайяни функсияро ёбед ва графики онро созед:

$$\text{а) } y = \frac{4}{(x+2)^2 - (x-2)^2}; \quad \text{б) } y = \frac{24}{(3-x)^2 - (3+x)^2}.$$

205*. Графики функсияро созед:

$$\text{а) } y = \frac{2}{|x|}; \quad \text{б) } y = -\frac{4}{|x|}.$$

206*. Барои кадом қиматҳои k ва b гиперболаи $y = \frac{k}{x}$ ва хати рости $y=kx+b$ аз нуқтаи:

$$\text{а) } A(4; 1); \quad \text{б) } B(-1; 4); \quad \text{в) } C(-2; 2)$$

мегузаранд?

207*. Муодилаи хати рости $y=ax+b$ -ро нависед, ки вай

графики $y = \frac{2}{x}$ -ро дар нуктаҳои гуногун мебурад. Оё чунин хати рост якто аст?

208. Нишон диҳед, ки ҳангоми $a < 0$ будан, графики функсияҳои $y = ax$ ва $y = -\frac{a}{x}$ ҳамдигарро намебуранд.

ҶАВОБҲО

1. а) $-\frac{13}{20}$; б) $2\frac{9}{13}$; в) $2\frac{5}{7}$; г) $\frac{4}{7}$. 2. а) $-1\frac{1}{75}$; б) $\frac{9}{50}$. 3. а) 9; б) 0,2; в) $1\frac{2}{3}$; г) $5\frac{1}{3}$. 4. а) 1,4; б) 0,4. 5. а) $7\frac{1}{6}$; б) 1; в) 0,2; г) $11\frac{2}{3}$. 6. а) 4; б) -2; в) 0; г) 1; д) 0,5; е) -5,5. 7. а) -5 ва 5; б) -1 ва $\frac{1}{2}$; в) 6; г) -1 ва 3. 8. а) 2; б) 0 ва 1; в) -3 ва 3; г) $2\frac{1}{2}$. 10. $v = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}$; а) $73\frac{1}{3}$; б) $83\frac{1}{3}$.
11. а) $-2\frac{5}{6}$; б) $\frac{1}{28}$; в) -1; 2; д) $1\frac{3}{7}$; е) -1. 12. а) $y^2(y-x)$; б) $0,5(6a-b)$.
13. а) $(x-1)(x+1)(x^2+1)$; б) $(3z-5)(3z+5)$; в) $(3a+4b)^2$; г) $(4x-3)(4x+3)$.
14. Ба 1 рӯз. 17. а) $-19\frac{1}{3}$; б) $-\frac{29}{63}$. 19. $t = \frac{s}{u+v} + \frac{s}{u-v}$; а) 4 соату 48 дак.; б) 2 соату 24 дак. 20. $ma+(n-m)b$; а) 2660; б) 3000. 21. а) $\frac{2}{3}$; б) 1,6; в) 1; -2; г) -2; 2. 22. а) 0; б) $-1\frac{1}{3}$; в) 1; г) 2,5. 23. а) a^2+5a+4 ; б) $6a^2+7a-3$; в) $x^2-14x+49$; г) $24x^2-14x+3$; д) $-2x^2+5x-3$; е) x^3-x^2+x-1 .
24. а) $(x-4)(x+4)$; б) $(4x-a)(4x+a)$; в) $(x-2)^2$; г) $(a-3)(a^2+3a+9)$; д) $(ay-1)(ay+1)$; е) $(2-ax)(4+2a+a^2x^2)$. 25. а) Ҳа; б) не; в) не.
26. $129\frac{1}{3}$ км. 28. а) Ҳамаи ададҳо ғайр аз $-\frac{3}{4}$; б) ҳамаи ададҳо

- гайр аз 1; в)ҳамаи ададҳо; г)ҳамаи ададҳо гайр аз $-0,5$; д)ҳамаи ададҳо гайр аз 1 ва 2; е)ҳамаи ададҳо. 29. а)2; б)0,5; в)0,25 ва $-2,5$; г)-5 ва 5. 30. Ҳамаи ададҳо гайр аз: а)3,5; б) $-1\frac{2}{3}$; в)2 ва 4; г)-5 ва 1,5; д)0,2; е)-3 ва 3; ж)-1 ва 2,5; з) $\frac{3}{4}$ ва 6. 31. а)6; б)-0,5; в)0 ва 2; г)0 ва 1. 32. Ҳамаи ададҳо гайр аз: а)1,5; б)2; в)-6 ва 6; г)-3 ва 0. 33. Ҳамаи ададҳо гайр аз: а)1; б)-3 ва 0; в)-1; г)-2. 34. а)-3,5; б)-1; в)9; г)-11. 39. а)0; б)2,6. 40.-3,6. 41. а)-3,5; б) $-2\frac{2}{3}$; в)-1 ва 1; г)-3 ва 3. 42. а) $m(x+2)$; б) $x(x^2+x+1)$; в) $10a(2x-y)$; г) $5a^2x(a-3x)$; д) $x(x-5a)$; е) $5v(v-1)^2$. 43. а) $4v+5$; б)-0,25; в) $3x$; г) $\frac{x}{2}(4x-y)$. 44. 20 км. 45. 7,875 кг. 46. Не. 47. а)Ҳа; б)не; в)ҳа; г)не. 49. а) $\frac{4}{5}$; б) $\frac{1}{3a}$; в) $2y$; г) $\frac{2x^2}{7y}$; д) $\frac{1}{2n^3}$; е) $-\frac{4}{7x}$; ж) $\frac{z}{4x}$; з) $\frac{3m}{2n}$; и) a^2 ; к) $y-x$; л) $-\frac{1}{(a-\theta)^2}$; м) $-\frac{1}{3}$. 50. а) $\frac{2x^2}{tz}$; б) $\frac{2c^2}{a^3\theta^3}$; в) $\frac{x+y}{3a}$; г) $\frac{xy^2}{30(a+\theta)^2}$; д) $\frac{x}{y}$; е) $-\frac{x+1}{x}$; ж) x^3+y^3 ; з) $\frac{3}{5}$; и) $\frac{1}{x-y}$; к) $\frac{2k+p}{2k-p}$; л) $\frac{1}{a-2}$; м) $\frac{(2a+5\theta)\theta}{a}$. 51. а) $5a\theta$; б)- y . 52. а) $\frac{5a}{a-0,6\theta}$; б) $-\frac{4y^2+2y+1}{y(1+2y)}$; в) $\frac{1}{x-y}$; г) x . 53. а)34; б)37; в)14,5. 54. а) $\frac{p-2q}{p^2}$; б) $\frac{x+5y}{2}$; в) $\frac{1}{\theta^2-3\theta+9}$; г) $\frac{a+\theta}{a-\theta}$; д)1; е) $\frac{5y}{9x}$; ж) $\frac{1}{3-a}$; з) $-y^4$; и) $\frac{2x+y}{25(2x-y)}$; к) $\frac{x^7}{x^7+1}$; л) $\frac{m-n}{2(m^2-mn+n^2)}$; м) $\frac{x^2-xy+y^2}{x-y}$. 55.

а)-2; б) $\frac{7}{80}$. 56. а) $x+7\theta$; б) $6a-\theta$; в) $-(9x+1)$; г) $3m-8k$; д) $4a^2+6a\theta+9\theta^2$;

е) $1-10t$. 57. а) $\frac{1}{2}$; б) $-\frac{1}{4}$. 58. а) $\frac{25xy}{15x^3y^2}$; б) $\frac{\theta^2}{\theta^2-2\theta}$; в) $-\frac{a(2+a)}{4-a^2}$;

г) $\frac{-\frac{4}{(x-y)^2}}{\frac{2}{y-x}}$. 59. а) 2; б) $-2\frac{1}{3}$; в) $\frac{2}{5}$; г) 1,6. 60. Ҳамаи киматҳо

ғайр аз: а) -0,75; б) 3,6; в) 2 ва $2\frac{2}{3}$; г) -4 ва 4. 61. а) 20; б) 1,9. 62.

215, 645, 753 ва 567 одам. 63. Ҳозир соат 13-у 45 дақ. аст. 64.

а) $\frac{y+x}{4}$; б) $\frac{a}{3}$; в) $-\frac{2\theta^2}{a}$; г) $\frac{3c}{\theta}$; д) $\frac{3x+4}{8}$; е) $-\frac{12a-10}{4}$; ж) $-\frac{1}{y}$;

з) $-\frac{d}{c}$; и) $a-\frac{\theta}{2}$; к) $a+\theta$; л) $\frac{1}{x+6}$; м) $4-a$; н) $\frac{3}{x+\theta}$. 65. а) $\frac{3}{x}$; б) $\frac{x-2}{x+2}$;

в) $\frac{3x}{3x+2}$; г) $\frac{3-2x}{x}$; д) -5; е) $-\frac{1}{x+1}$; ж) $\frac{5(1-x)}{x^2}$; з) -1; и) $\frac{1}{2}$. 66. а) 3;

б) $-2\frac{2}{3}$. 67. а) $\frac{3x}{x-y}$; б) 1; в) $\frac{5a+6c}{c-1}$; г) $\frac{2(a+\theta)}{a-\theta}$; д) 1; е) 0;

ж) $\frac{2a\theta+3c}{2a-\theta}$; з) $\frac{2xy}{x^2-y^2}$. 68. а) 0,2; б) 0. 69. а) -1; б) $x-2$; в) -5; г) $1+y$;

д) $x+4y$; е) $a+6$; ж) $x-3$; з) 1. 70. а) $\frac{2}{x}+\frac{y}{x^2}$; б) $\frac{1}{2a}-\frac{2a}{x}$; в) $\frac{\theta^2}{a^2}+\frac{\theta}{a}$;

г) $\frac{1}{x}-\frac{2y}{x^2}$. 71. а) $3+\frac{\theta}{a}$; б) $x-3+\frac{1}{x}$; в) $1+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}$; г) $\frac{a}{2}+2$. 72.

а) 11; б) -26; в) $\frac{40}{41}$; г) $41\frac{8}{9}$. 73. а) Ҳамаи ададҳо ғайр аз -3; б) хамаи ададҳо; в) хамаи ададҳо ғайр аз 0 ва -4; г) хамаи ададҳо ғайр аз -1

- ва 2. 74. 28, 30 ва 22 см. 75. а) $y(y-4x)$; б) $(3y-1)^3$; в) $(m-1)(m+1)(m^2+1)(m^4+1)$; г) $(x-2)(x+2)(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)$. 76. 10, 2, 2, 2 ва 20. 77. а) $\frac{5}{4x}$; б) $\frac{x}{14a}$; в) $\frac{\sigma-1}{\sigma^2}$; г) $\frac{a^2+\sigma^2}{a\sigma}$; д) $\frac{3x-y}{6}$;
- е) $\frac{14}{105}$; ж) $\frac{2\sigma x - ay}{a\sigma}$; з) $\frac{2mx - 2ny}{m^2n}$; и) $\frac{\sigma x - 3a^2}{a\sigma}$; к) $\frac{3a - 2\sigma}{a}$;
- л) $\frac{23 - 14a}{60}$. 78. а) $\frac{9\sigma}{2a\sigma}$; б) $\frac{4x + 3y}{x - 2y}$; в) $-\frac{2a\sigma}{a^2 - \sigma^2}$; г) $\frac{4x^2y^2}{x^4 - y^4}$;
- д) $\frac{4\sigma^3 + 26\sigma^2 + 36\sigma + 63}{6\sigma(3 + 2\sigma)}$; $\frac{1}{6(x + 2)}$; $\frac{5}{6(2 - x)}$;
- з) $\frac{6 - 6x - 22x^2}{5x(x - 2)(x + 2)}$; и) $\frac{4n^2 - 5m^2}{mn(m - k)}$; к) $\frac{5a^2 - 12a + 9}{(9 - a)(9 + a)^2}$;
- л) $\frac{15y^2 + 1}{2y(9y^2 - 1)}$. 79. а) $-\frac{5}{6}$; б) -0,2; в) 3; г) $\frac{6}{39}$. 80. а) $\frac{12 - 2x + 3y}{6}$;
- б) $\frac{4(x - 1)}{x}$; в) $\frac{5x - y}{3}$; г) $\frac{38a - 19\sigma - 105}{35}$; д) $\frac{a^2}{a + \sigma}$; е) $-\frac{2}{a^2 - 1}$;
- ж) $\frac{3\sigma^2 + 6\sigma - 69}{16 - \sigma^2}$; з) $\frac{x(x - \sigma)}{x - 4}$; и) $\frac{31 + 5a - 2a^2}{2a - a^2}$. 81. а) $\frac{2}{x + 2}$;
- б) $\frac{x^2 + 18x + 57}{(x + 1)(x + 3)(x + 5)}$; в) $\frac{2}{x - 1}$; г) $\frac{7a - 1}{a(a^2 - 1)}$; д) $\frac{4\sigma}{2a + \sigma}$;
- е) $\frac{4}{x^2 - 2x + 4}$; ж) $\frac{y - 5}{y + 1}$; з) $\frac{2}{3(2 - x)}$; и) $\frac{a - 2}{a(a - 3\sigma)}$;
- к) $\frac{9}{x(x + 1)(x - 3)}$. 82. а) $x - 3$; $(x - 3)(2 + x)$; б) $a - 1$; 1; $a^2 - 1$. 84. а) $\frac{5}{y^2 - 3y - 4}$; б) $\frac{x^2 - 4x - 21}{x^2 - x - 6}$; в) $\frac{11a - x}{6(a - x)}$; г) 6a. 85. а) 45; б) 20. 86.

- 2; -0,5 ва $4\frac{3}{4}$. Барои $-3\frac{1}{3}; \frac{2}{3}$ ва $11\frac{1}{3}$. 87. а) $v = \frac{m}{\rho}$; б) $a = \frac{cs}{\epsilon}$.
88. 5 ва 7 гов. 89. а) $\frac{1}{10^5}$; б) 1000. 91. а) 0; 3; б) -1; 7; в) 0; 0,5; г) -3;
- 1. 92. а) $1\frac{3}{4}$; б) $1\frac{1}{3}$; в) $\frac{8y}{15x}$; г) $\frac{3a}{2}$; д) $\frac{7x}{24y}$; е) $3\frac{1}{3}$; ж) $\frac{c}{2}$; з) $\frac{4}{5x}$.
93. а) $\frac{3a}{2\epsilon}$; б) $\frac{7x}{y^2}$; в) $\frac{3a^2}{10}$; г) $\frac{a^3}{6\epsilon^2 c^2}$; д) $\frac{6}{\epsilon^2}$; е) $\frac{6x^3}{y^2 z}$; ж) $\frac{x}{y}$; з) $\frac{7ax}{15}$.
94. а) x ; б) $\frac{ac^2}{\epsilon}$; в) xy ; г) $\frac{a^3}{\epsilon}$; д) $\frac{21a^2}{2}$; е) $26x^3$. 95. а) $-\frac{6x}{y}$; б) $-\frac{3mc}{2a^2}$;
- в) $-\frac{a^2 c^2}{\epsilon^2}$; г) $\frac{mn}{21\epsilon}$. 96. а) $\frac{a}{x}$; б) $\frac{3a^3 \epsilon^3}{cd}$. 97. а) $\frac{1}{8x^3}$; б) $\frac{x^4}{81y^4}$; в) $\frac{n^6}{8m^3}$;
- г) $\frac{16a^4}{25\epsilon^6}$; д) $\frac{8x^3}{a^6 \epsilon^6}$; е) $\frac{25a^4 x^2}{y^8}$; ж) $-\frac{27a^3 \epsilon^3}{64m^6 n^3}$; з) $-\frac{64x^6}{125y^9}$. 98.
- а) $\frac{x(x+y)}{3y}$; б) $\frac{a\epsilon}{2}$; в) $\frac{a+\epsilon}{\epsilon(c+d)}$; г) $(a-\epsilon)^2$; д) $-\frac{18x^4}{a-\epsilon}$; е) $\frac{y(y-2)}{3(y+2)}$. 99.
- а) $(a+\epsilon)^2$; б) $a^2 - \epsilon^2$; в) $\frac{(x-y)^2}{2}$; г) $-\frac{3}{2}$; д) $3(a-\epsilon)$; е) -2. 100.
- а) $-\frac{2ax}{5(x+2)}$; б) $-\frac{4}{a-3}$; в) $\frac{a+\epsilon}{\epsilon}$; г) $\frac{(y-5)(y+1)}{4}$; д) $\frac{5\epsilon}{\epsilon-2c}$;
- е) $\frac{x-1}{4}$; ж) $\frac{x(x-1)}{2}$; з) $\frac{5}{3m}$. 101. а) -6; б) 8. 102. а) $\frac{a-\epsilon}{a}$; б) $\frac{ax}{x-y}$;
- в) $\frac{\epsilon+2}{9\epsilon}$; г) $\frac{3x}{2(x+y)}$; д) $-\frac{y^2}{x(2x+y)}$; е) $\frac{x+y}{x-y}$; ж) 1; з) $\frac{1}{2}$. 103.
- Ҳамаи ададҳо гайр аз 0; 5 ва $3\frac{1}{3}$. 104. 0,4. 105. а) -1; б) $-2\frac{2}{3}$.

106. а) $\frac{\theta - a}{2}$; б) $\frac{2\theta - a}{4}$; в) $a(\theta - 1)$; г) $\frac{\theta - a}{5}$. 107. 3 гулу 4 булбул.
108. а) 1; б) $\frac{5}{7}$; в) $\frac{5a}{2\theta}$; г) $\frac{5x}{y^2}$; д) $\frac{1}{15x^2y}$; е) $\frac{a^2}{20\theta^2}$; ж) $\frac{y^2}{2x^2}$; з) $\frac{6x}{5}$;
- и) $\frac{39\theta}{2a}$. 109. а) $\frac{2x}{3ay}$; б) xy^2 ; в) $\frac{2}{9cd}$; г) $\frac{a^3y^3}{3}$; д) $-\frac{14x^4}{y^4}$; е) $-2a^3x$;
- ж) $-\frac{3x}{a}$; з) $\frac{4}{3x}$; и) $-\frac{80mnp^2}{21k}$. 110. а) $\frac{14}{x^2}$; б) $\frac{27c^2}{a^2}$; в) $\frac{cd}{4}$; г) $\frac{392y}{x}$;
- д) $\frac{8y^2}{a^2x^2}$; е) $\frac{11ax^2}{y^2}$; ж) $\frac{4a\theta}{z}$; з) $\frac{ac^2}{d}$. 111. а) $4(x-4)$; б) $\frac{a}{9\theta}$; в) $\frac{x-y}{y}$;
- г) $\frac{\theta(a-3\theta)}{5}$; д) $\frac{2x^2}{a}$; е) $\frac{5(a-2\theta)}{a(a+2\theta)}$; ж) $-\frac{1}{3x}$; з) $\frac{x^2}{x^2+1}$. 112.
- а) $\frac{3(x+y)}{x}$; б) $\frac{4y}{x-1}$; в) $\frac{a+\theta}{2\theta}$; г) $-\frac{a^2\theta}{2(a+1)}$; д) $\frac{x}{(x+4)(x+6)}$;
- е) $\frac{1}{5x+1}$. 113. а) $\frac{a}{2(a+2)}$; б) $2x^2$; в) $-\frac{4(4p+1)}{q}$; г) $\frac{c^2}{a^2}$;
- д) $-\frac{5(x+y)}{4(x-1)}$; е) $\frac{x-2}{2x}$; ж) $\frac{x-4y}{x+4y}$; з) $mn(m+n)$. 114. а) 12,5; б) $\frac{3}{11}$.
115. а) $\frac{x-y}{3(x+y)}$; б) $-\frac{1}{y}$; в) $\frac{\theta(a^2 - a\theta + \theta^2)}{a(a+\theta)}$; г) $\frac{2x-5}{x+2}$;
- д) $\frac{2x(m+3)}{ay}$; е) $\frac{a-x}{x+1}$; ж) $\frac{(x-1)(y+2)}{2}$; з) $\frac{(a+4)(5x+1)}{3(4-a)}$. 116.
- а) $4a\theta^2$; б) $10a$; в) $3a\theta^2$; г) $10y$. 117. а) $\frac{4a^2 + 20a - 45}{a(4a^2 - 25)}$;
- б) $\frac{2a-3}{(a^2-1)(2a+3)}$. 118. $c = \frac{\theta}{3a}$; $c = \frac{a\theta}{a+\theta}$. 119. Нуқтаҳои А ва Д.

120. 301. 121. бкм/соат. 122. а) $\frac{8x-15}{30}$; б) $\frac{5x-4}{x^2-x-2}$; в) $\frac{2}{a-1}$;
 г) $\frac{y-5}{(y+1)(y-1)^2}$. 123. а) $-y$; б) $\frac{a^2-\epsilon^2}{\epsilon^2}$; в) $\frac{a^4}{\epsilon^4}$; г) $\frac{13}{8(a+\epsilon)}$. 124.
 а) $\frac{2x+2}{3x+1}$; б) $a(a+1)$; в) $\frac{2(x-y)}{y^2}$; г) x . 125. а) $\frac{c}{a}$; б) $-\frac{x}{a}$; в) $-\frac{\epsilon}{a-\epsilon}$;
 г) a . 126. а) $\frac{5a}{a-3}$; б) $\frac{y}{x(x+1)}$; в) $\frac{3}{2}$; г) $\frac{3y}{2}$. 127. а) $\frac{5-x}{5+x}$; б) $-\frac{1}{a+1}$;
 в) $\frac{x-y}{x \cdot y}$; г) $\frac{a^2+a\epsilon+\epsilon^2}{a^2-a\epsilon+\epsilon^2}$. 128. а) -1 ; б) 5 ; в) $-\frac{a+4}{a+3}$; г) $\frac{1}{a}$. 129.
 а) $-\frac{1}{3(x-y)}$; б) -1 ; в) $-\frac{1+y}{y}$; г) $\frac{3x}{2}$. 130. а) $-\frac{a+1}{a-1}$; б) $x-3$;
 в) $-\frac{6}{y-1}$; г) $\frac{2a+\epsilon}{a\epsilon}$. 131. а) $-\frac{1}{2(1+3a)}$; б) $3(x-y)$; в) $(x+y)$; г) $\frac{a\epsilon}{a+\epsilon}$.
 132. а) $-\frac{1}{2p}$; б) $\frac{1}{a+2x}$; в) $5xy$; г) $\frac{x-y}{y}$. 133. а) $\frac{n^3-1}{n}$; б) $\frac{10x-y}{2x}$;
 в) $\frac{15x-13y}{3x+y}$; г) $\frac{x-y}{4y}$. 134. а) $2x(x+y)$; б) $-\frac{a(a-n)}{a+n}$; в) $\frac{y-3}{y}$;
 г) $\frac{2-x}{x^2-x+1}$. 136. а) $0,5$; б) 1 ; в) 1 ; г) -7 . 137. а) $\frac{4x^4+4x^2+1}{4x^2}$;
 б) $\frac{(a^2-\epsilon^2)^2}{a^2\epsilon^2}$; в) $\frac{x^2+2y^2}{y^2}$; г) 4 ; д) $a^2+\epsilon^2$; е) $a^2+\epsilon^2$. 138. а) $\frac{2(y-3x)}{6x+y}$;
 б) $\frac{2x^2+3x-2}{x^2-1}$; в) $x-y$; г) $\frac{1}{x}$; д) $\frac{4}{x-2}$; е) $\frac{a\epsilon}{a+\epsilon}$; ж) $\frac{a\epsilon+\epsilon c+ac}{a+\epsilon+c}$;
 з) $\frac{3x+2}{2x+1}$. 139. а) $-0,6$; б) $6\frac{6}{7}$; в) $-0,25$; г) $1,5$; д) 1050 . 140. 60. 141.

- а)18; б)76; в)322. 142. а) $\frac{1}{3}$; б)144. 143. (32; 0) ва (0; -8). 144. а)-0,5; б)-1; в) $-\frac{2}{3}$; г)-4. 145. 110 т. 146. а)Ҳал надорад; б) (0,5; 2,25).
147. 3км/соат. 148. 23 тазарв ва 12 харгӯш. 151. а) $v = \frac{500}{t}$;
 б) $t = \frac{500}{v}$. 153. $y = \frac{40}{x}$. 156. а) $y = \frac{1}{2x}$; б) $y = \frac{7}{30x}$; в) $y = \frac{4}{x}$.
157. $g = \frac{3}{v}$. 160. 129,5 ва 92,5. 161. а) $\frac{2}{25}$; б) $\frac{4}{7}$. 162. 36 зог. 163. а) $x = \frac{yz}{y-z}$; б) $z = \frac{xy}{x+y}$. 164. а) $2x^4 - 4x^3 + 8x^2$;
 б) $-\frac{1}{2}y^2 + 2y^3 - \frac{1}{2}y^2$; в) $2x^3 - 5x^2 + 7x + 5$; г) $3av^2 - 5v^2 - 12av - 6a + 20v + 10$;
 д) $6x^4 + 5x^3 - 9x^2 - 3x + 1$; е) $a^4 + 3a^3 - 23a^2 + 2a + 6$; ж) $x^4 + 2x^2 + 1$; з) $a^3 + v^3$;
 и) $-2x^2 + 5x - 3$. 165. а) $-av(a+v)$; б) $xy(y-x+1)$; в) $pq(p^2 - pq + q^2)$;
 г) $(2x-3)(2x+3)$; д) $(2x-3y)^2$; е) $(x-2)(x+2)(x^2+4)$; ж) $(a+v-c-2d)(a+v+c+2d)$;
 з) $(a-1)(a+1)(a^2-a+1)(a^2+a+1)$; и) $(x-1)(x+1) \cdot (x^2+1)(x^4+1)$;
 к) $(2x-y)(12x+y)$; л) $4(3x^2+4)$; м) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$; н) $\left(\frac{5c}{8} - \frac{2}{3}\right)\left(\frac{5c}{8} + \frac{2}{3}\right)$;
 о) $3x^2(3x^2-8)$. 167. а)2; б)4; в)0 ва 5; г)-3 ва 3; д)-2 ва 2; е) $-\frac{1}{3}$.
168. Масалан: а) $\frac{1}{x-1}$; б) $\frac{1}{x(x-2)}$; в) $\frac{1}{x^2-16}$. 169. Масалан, $\frac{1}{x^2+1}$. 170. а)Ҳамаи ададҳо ғайр аз -4; б) ҳамаи ададҳо ғайр аз -3; в) ҳамаи ададҳо ғайр аз -2 ва 2; г)ҳамаи ададҳо. 171. Ҳамаи ададҳо ғайр аз: а)-1; б)-4; в)0 ва 7; г)-4 ва 4. 172. а)-a; б) $\frac{10x}{z}$;

в) $\frac{1}{3n^2}$; г) $\frac{3e}{10}$; д) $\frac{2x}{yz}$; е) $\frac{2y^3}{7x^3}$; ж) $-\frac{a+e}{a-e}$; з) $\frac{x-1}{x^2-x+1}$; и) $\frac{2}{x}$;
 к) $\frac{1}{x-y}$; л) $\frac{e(2a+5e)}{a}$; м) $\frac{2x}{7y}$; н) $-\frac{4y^2+2y+1}{y(2y+1)}$; о) $\frac{1}{2a(a-5)}$;
 п) $\frac{(p-q)(p^2+q^2)}{p^2-pq+q^2}$; р) $2a-e$; с) $-\frac{(y-1)^2}{x+z}$; т) $\frac{1}{x+1}$; у) $\frac{1}{x^6+1}$;
 ф) $\frac{a^{11}-1}{a}$; х) $\frac{a-1}{a+1}$. 175. а) $\frac{1}{4}$; б) 4. 176. а) $\frac{x^2-2x+1}{x+4}$; б) 2;
 в) $\frac{x^2+2x-1}{x+y}$; г) $\frac{a+e-2}{a+e}$; д) 0; е) -1. 177. а) $\frac{2x}{y-4}$; б) $\frac{2a-3e}{a-5e}$;
 в) $\frac{1-x^2}{x+2}$; г) $-\frac{2+5y}{x+y}$. 178. а) 2; б) 1. 179. а) $4+\frac{6}{x}$; б) $a+6+\frac{9}{a}$;
 в) $1+\frac{4}{x^2}$; г) $\frac{1}{e}+e-2$. 180. а) Барои $n=1, 2, 4, 8$; б) барои $n=4, 8, 16$; в) барои $n=1, 7$; г) барои $n=1, 2$. 181. а) 0,5; б) 0,5; в) 3,5; г) -2.
 182. а) $\frac{47x-8}{60x^2}$; б) $\frac{5x+8}{6x^2}$; в) $\frac{x^2-x^2a+a^2}{a^3x^3}$; г) $\frac{ex-3a^2}{ae}$. 183.
 а) $\frac{2(3x+2y)}{5}$; б) $\frac{m^2-1}{m}$; в) $\frac{a^2-ec}{a+e+c}$; г) $-\frac{ae(a+e)}{a-e}$. 184.
 а) $-\frac{2ae}{a^2-e^2}$; б) $\frac{a^2+e^2}{a^2-e^2}$; в) $\frac{4x^2+8x+21}{2x(3+2x)}$; г) $\frac{a^2+x^2}{a^2-x^2}$;
 д) $\frac{3x^2+9x-11}{x^2-4}$; е) $-\frac{2y^2+4y-17}{y^2-9}$. 185. а) $\frac{24a^2-98ae+25e^2}{60ae}$;
 б) $\frac{3x+2}{x(x-1)}$; в) $\frac{10(x^2+1)}{(x-1)^2(x+1)^2}$; г) $-\frac{13a^2-20a-125}{(25-a^2)^2}$; д) $-\frac{8}{2a-3}$

е) $\frac{x+1}{x-1}$. 186. а) 1; б) $-\frac{18x^2}{8y^3-27x^3}$; в) $\frac{a^2-4a\epsilon-\epsilon^2}{(a^2-\epsilon^2)^2}$; г) $\frac{5a^2-a+2}{a^3-1}$.

188. а) -45; б) 20; в) 5; г) 7. 189. а) $x + \frac{6}{x-7}$; б) $x + \frac{3}{x-2}$;

в) $a + \frac{a-1}{a+8}$; г) $a - \frac{6a+1}{a-4}$; д) $3 - \frac{6}{x+2}$; е) $-1 + \frac{1}{3-x}$. 190. а) Барои $n = \pm 1, \pm 2, \pm 4$; б) барои $n = \pm 1, \pm 2, \pm 4$; в) барои $n = -6, -2, 0, 4$; г)

барои $n = -5, -2, -1, 0, 2, 4, 7$. 191. а) $m+3$; б) $\frac{4(x^2+y^2)}{x+y}$; в) $-\frac{y}{2x+y}$;

г) $\frac{x+y}{x-y}$; д) $-\frac{a}{a+1}$; е) $\frac{x+1}{x^2(x^2+1)}$. 192. а) $\frac{1}{4(x-y)}$;

б) $\frac{a^2+a\epsilon+\epsilon^2}{a+\epsilon}$; в) $-\frac{n^2}{2+m}$; г) -1; д) $-\frac{1}{x^2(3+x^2)}$;

е) $\frac{(x+4)(5x-1)}{3x(4-x)}$. 193. $n+2$. 194. 2. 195. а) $\frac{(x+y)^2}{x+y+1}$; б) $\frac{xy}{x+3y}$;

в) $\frac{a\epsilon}{a-\epsilon}$; г) $-\frac{a+2\epsilon}{2\epsilon(a-2\epsilon)}$; д) $-\frac{1}{2}$; е) $\frac{1}{2}$. 196. а) -3; б) 1. 197. а) 25; б) 3.

198. а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{x^2}{x^2-2}$; в) $-\frac{2ax}{x^2+a^2}$; г) $x+1$. 199. Нуқтаҳои А, С, Е,

Ғ. 200. 28. 201. Аз нуқтаҳои В ва Д. 203. $a = \frac{8}{\epsilon}$. 204. Ҳамаи

ададҳо гайр аз: а) 0; б) 0. 206. а) $k=4, \epsilon=-15$; б) $k=-4, \epsilon=0$; в) $k=-1, \epsilon=0$. 207. Не, чунин хат бисёр аст. Масалан, $y=2x-1$ ва $y=2x+2$.

208. Графики $y=ax$ дар чорякҳои дуёму чорум ва графики $y = \frac{a}{x}$ дар чорякҳои якуму сеюм чойгир аст (ҳангоми $a < 0$ будан).

РЕШАҶОИ КВАДРАТӢ

§4. АДАДҶОИ ҲАҚИҚӢ

II. БО КАСРИ ДАВРӢ ИФОДА ШУДАНИ
АДАДИ РАТСИОНАЛӢ

Мо аллакай бо ададҳои *натуралӣ*, *бутун* ва *ратсионалӣ* шинос ҳастем. Ададҳои 1,2,3..., ки ҳангоми шумурдан истифода мешаванд, маҷмӯи ададҳои натуралиро ташкил медиҳанд. Ҳангоми ҷамъ ва зарби ададҳои натуралӣ натиҷа ҳамеша адади натуралӣ аст. Вале ҳангоми тарҳи ду адади натуралӣ на ҳамеша адади натуралӣ ҳосил мешавад. Масалан, адади $2-4=-2$ адади натуралӣ нест. Барои ҳамин ададҳои манфӣ ва адади 0 дохил карда шуданд. Дар натиҷа маҷмӯи ададҳои бутун ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3..., ҳосил шуда буд, ки он маҷмӯи ададҳои натуралиро дарбар мегирад.

Натиҷаи ҷамъ, тарҳ ва зарби ададҳои бутун, ҳамеша адади бутун аст. Вале тақсими ададҳои бутун метавонад, бутун набошад.

Масалан, $\frac{2}{3}$ адади бутун нест. 3-ин сабаб мо ададҳои ратсионалиро

ҳамчун нисбати ду адади бутун $\frac{m}{n}$, ки дар ин ҷо m адади бутун ва

n -натуралӣ аст, дохил намуда, маҷмӯе ҳосил мекунем, ки он маҷмӯи ададҳои бутунро дарбар мегирад. Ин маҷмӯъ маҷмӯи ададҳои ратсионалӣ ном дорад. Ҳамин тариқ, ададҳои бутун ва касрӣ маҷмӯи ададҳои ратсионалиро ташкил медиҳанд.

Маҷмӯи ададҳои натуралиро бо ҳарфи N , маҷмӯи ададҳои бутунро бо Z ва маҷмӯи ададҳои ратсионалиро бо Q ишорат мекунанд. Ишорати \in барои тасдиқ кардани мутааллиқии ягон адад ба маҷмӯи зикршуда истифода мешавад. Масалан,

навиштаҷоти $2 \in N$, $-4 \in Z$ ва $\frac{2}{5} \in Q$ нишон медиҳанд, ки 2

адади натуралӣ, -4 адади бутун, $\frac{2}{5}$ адади ратсионалӣ мебошанд.

Баръакс, навишти $-3 \notin \mathbb{N}$ тасдиқи он аст, ки адади -3 натуралӣ нест ва ҳоказо.

Ҳар гуна адади ратсионалиро (новобаста ба бутун ё касрӣ буданаш) бо тарзҳои гуногун дар намуди касри $\frac{m}{n}$, ки m адади

бутун ва n - натуралӣ мебошад, навиштан мумкин аст. Масалан,

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{20}{30}; \quad -0,4 = \frac{-4}{10} = \frac{-16}{40} = \frac{-40}{100}; \quad 6 = \frac{6}{1} = \frac{12}{2} = \frac{36}{6}.$$

Дар байни касрҳои, ки бо онҳо адади додашудаи ратсионалӣ ифода мешавад, касреро нишон додан мумкин аст, ки маҳраҷаш хурдтарин аст. Ин каср *ихтисорнашаванда* аст. Барои ададҳои бутун ин гуна каср, касрест, ки маҳраҷаш ба 1 баробар мебошад.

Қоидаи баргардонидани касри оддиро ба даҳӣ истифода

карда мебинем, ки масалан, $\frac{1}{8} = 0,125$; $\frac{5}{4} = 1,25$; $-\frac{41}{40} = -1,025$.

Мулоҳизарониҳо дар атрофи ин мисолҳо ба гузаштани саволи зерин меоранд: **Оё ҳар гуна адади ратсионалиро дар намуди касри даҳӣ ифода кардан мумкин аст?** Барои дарк кардани

ҷавоби ин савол адади $\frac{3}{11}$ -ро ба касри даҳӣ бармегардонем.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 11 \\ \hline 30 & 0,2727 \\ -22 & \\ \hline 80 & \\ -77 & \\ \hline 30 & \\ -22 & \\ \hline 80 & \\ -77 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

Барои ин қоидаи маъмулро истифода мекунем (суратро ба маҳраҷ тақсим менамоем): Бақияи аввали аз тақсимкунӣ ҳосилшуда ба 8, бақияи дуюм ба 3 баробар аст. Дар бақияи оянда боз 8, баъди он бақияи ба 3 баробарро ҳосил мекунем ва ҳоказо.

Мо тақсимиро чӣ қадар давом надихем, асло дар бақия 0-ро ҳосил намекунем, яъне тақсимкунӣ ҳеч гоҳ ба охир намерасад. Дар ин

маврид мегӯянд, ки касри $\frac{3}{11}$ бо касри даҳӣ

беохири $0,272727\dots$ ифода меёбад: $\frac{3}{11} = 0,272727 \dots$ Азбаски аз

тақсимкунии сурат 3 ба махраҷ 11 пай дар пай бақияҳои 8 ва 3 ҳосил мешаванд, пас ҳосили тақсим бо ҳамон ду рақами 2 ва 7 такрор шудан мегирад Касри даҳии беохири чунин намуд доштаро *касри даврӣ* меноманд. Гурӯҳи рақамҳои такроршаванда *даври касро* ташкил медиҳанд. Ҳангоми навиштани касри даҳии даврӣ даврро як маротиба дар дохили

кавси доиравӣ менависанд: $\frac{3}{11} = 0,(27)$.

Ин навиштаҷот ин тавр хонда мешавад: нул бутуну бисту ҳафт дар давр. Адади $\frac{11}{30}$ -ро низ дар намуди касри даҳии беохири

даврӣ ифода кардан мумкин аст: $\frac{11}{30} = 0,3666 \dots = 0,3(6)$ Ин

навиштаҷот чунин хонда мешавад: нул бутуну аз даҳ се ва шаш дар давр.

Айнан ҳамин тавр нишон додан мумкин аст, ки

$$3\frac{1}{6} = 3,1(6); \quad -1\frac{2}{7} = -1,(285714); \quad \frac{1}{3} = 0,(3).$$

Мисолҳои овардашуда ба хулоса меоранд, ки ҳар як адади касриро дар намуди касри даҳии охирнок, масалан, $\frac{2}{5} = 0,4$ ё дар намуди касри даҳии даврии беохир ифода кардан мумкин аст.

Зоҳиран фаҳмост, ки касри даҳии дилхоҳ ё адади бутуни барои ин ба дилхоҳро дар намуди касри даврии беохир навиштан мумкин аст: тарафи рости он миқдори беохири нулҳоро илова кардан лозим аст. Масалан,

$$+3,5 = +3,5000\dots; \quad -7 = -7,000\dots$$

Инак, ба саволи гузошта ҷавоб ҳосил шуд: Ҳар як адади ратсионалиро дар намуди касри даҳии даврии беохир ифода кардан мумкин аст.

Тасдиқоти баръакс низ дуруст мебошад: **Ҳар як касри даҳии даврии беохир адади ратсионалӣ аст.**

$$\text{Масалан, } 0,(3) = \frac{1}{3}; \quad 2,(34) = 2\frac{34}{99}; \quad 0,1(125) = \frac{1124}{9990}.$$

Бо воситаи иҷрои амали тақсим дурустии ин баробариҳоро санҷидан мумкин аст.

Э з о х и 1. Қоидаи умумии ба касри ратсионалӣ баргардонидани касри даҳии давраш беохир чунин аст: *Аз адади то даври дуюм буда, адади то даври якум бударо тарҳ карда дар сурат менависем. Дар махраҷ ҳамагон миқдор, ки миқдори рақамҳои давр аст, 9 менависем. Ба он ҳамагон миқдори нул илова мекунем, ки он ба миқдори ададҳои то давр буда баробар аст.*

Масалан,

$$0,4(72) = \frac{472 - 4}{990} = \frac{468}{990}; \quad 2,12(13) = 2 + \frac{1213 - 12}{9900} = 2\frac{1201}{9900};$$

$$0,3(124) = \frac{3121}{9990}.$$

Асоснок кардани ин қоидаҳо альфон мавқуф мегузорем.

Э з о х и 2. Ҳангоми ба касри даҳӣ баргардонидани касри оддӣ касри давраш 9 ҳаргиз ҳосил намешавад. Барои ҳамагон касрҳои даврашон 9 навиштаҷоти дигари касрҳои даврашон 0 аст.

Масалан,

$$0(9) = 0,99\dots = 1,000\dots = 1; \quad 15,2(9) = 15,2999\dots = 15,3000\dots = 15,3$$

? 1. Ададҳои ки онҳо маҷмӯи ададҳои натуралӣ, бутун ва ратсионалиро ташкил мекунанд кадомҳоянд? 2. Ба маҷмӯи мутааллиқ будани ададро чӣ тавр ишорат мекунанд? 3. Бо мисолҳо фаҳмонед, ки адади ратсионалиро дар намуди касри даҳии беохир тасвир кардан мумкин аст. 4. Қоидаи ба касри ратсионалӣ баргардонидани касри даҳии беохирро аз нав хонед ва мисолҳои истифодаи онро оред.

209. Кадоме аз ададҳои - 50; -12,3; -1; $-\frac{5}{7}$; 0; 2; -8; 27;

32 $\frac{1}{8}$ ададҳои:

а) натуралианд; б) бутунанд; в) ратсионалианд?

210. Кадоме аз ин тасдиқот дуруст аст:

а) ҳар як адади натуралӣ адади бутун мебошад;

б) ҳар як адади бутун адади натуралӣ аст;

в) ҳар як адади бутун адади ратсионалӣ мебошад;

г) ҳар як адади ратсионалӣ адади бутун аст?

211. Оё навиштаҷоти зерин дуруст мебошад:

а) $13 \in N$; б) $2,4 \notin N$; в) $-2 \notin Z$; г) $-5 \notin Z$;

д) $-4 \in N$; е) $5,6 \in Q$; ж) $-7,1 \in Z$; з) $\frac{2}{5} \in Q$?

212. Ададҳои $1\frac{4}{5}$; 0,2; $-3\frac{1}{4}$; 13 ва 0-ро бо тарзҳои гуногун

ба намуди нисбати адади бутун бар адади натуралӣ ифода намоед.

213. Ададҳои -12; 3; 2,1; -0,1 ва $-\frac{4}{9}$ -ро ба намуди касри

дуроӣ маҳраҷи натуралии хурдтарин ифода намоед.

214. Ададро дар намуди касри даҳии даврии беохир ифода кунед:

а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{6}$; в) $-1\frac{8}{37}$; г) $2\frac{8}{27}$; д) $2\frac{7}{11}$; е) $-1\frac{2}{3}$.

215. Ададро бо касри даҳии даврии беохир ифода намоед:

а) $\frac{11}{30}$; б) $\frac{1}{7}$; в) 2,341; г) -343; д) $\frac{3}{8}$; е) 4,2.

216. Ададҳои ратсионалиро муқоиса кунед:

а) 0,012 ва 0,013; б) -2,1 ва 2,1;

в) $\frac{8}{9}$ ва $\frac{9}{10}$; г) -2,42 ва -2,63.

217. Ададҳоро муқоиса кунед:

а) -1,173 ва $-1\frac{7}{10}$; б) 0,437 ва $\frac{7}{16}$;

в) -1,01 ва -1,011; г) $\frac{1}{5}$ ва $\frac{1}{3}$.

218. Чорго ададҳои дар байни ададҳои:

- а) 4 ва 4,02; б) -101 ва 100; в) $-\frac{1}{2}$ ва $-\frac{1}{3}$; г) 0 ва 0,01.

бударо нависед.

219. Касри давриро ба касри ратсионалӣ гардонед:

- а) $2,(21)$; б) $3,1(3)$; в) $2,00(1)$; г) $0,134(2)$.

Машқҳо барои такрор.

220. Ифодаро содда намоед:

а) $\frac{ax - vx}{a} : (a - v)$; б) $\left(\frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2}\right) : \frac{8x}{x^2 - 4}$.

221. КТУ ва ХКУ-и ададҳои 102 ва 30-ро ёбед.

222. Систекаи муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $\begin{cases} x + y = 4, \\ x - y = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 1, \\ 3x - 5y = -3. \end{cases}$

223. Иҷбот кунед, ки:

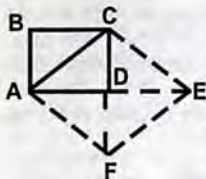
- а) суммаи ду адади тоқ, адади чуфт аст;
б) суммаи адади чуфт ва адади тоқ адади тоқ мебошад;
в) квадрати адади чуфт, адади чуфт мебошад;
г) квадрати адади тоқ, адади тоқ мебошад.

224. $\frac{3}{4}$ м матоъ $5\frac{1}{4}$ сомонӣ меистад. 6,2 метри ин матоъ

чанд сомонӣ меистад?

12. АДАДИ ИРРАТСИОНАЛӢ

Дар пункти пешина нишон додем, ки ҳар гуна адади ратсионалиро дар шакли касри даврии беохир навиштан мумкин аст ва баръакс, ҳар гуна касри даврии беохир адади ратсионалӣ мебошад. Пурсида мешавад, ки оё бо ҳамин, яъне бо ададҳои ратсионалӣ, тамоми ададҳои мавҷуда ба итмом мерасанд? Нишон медиҳем, ки ваъз ҳамин тавр нест. Бо ибораи дигар,



Расми 4.

ададе вучуд дорад, ки вай ратсионалӣ намебошад. Ин ададро мушаххас нишон медиҳем.

Бигузур АС диогонали квадрати воҳидии АВСД аст (расми 4). Дар диогоналҳои квадрати воҳидӣ квадрати нав АСЕФ-ро месозем. Зоҳиран фаҳмост, ки масоҳати квадрати сохташуда ба 2 воҳид баробар аст. Азбаски масоҳати квадрат ба квадрати тарафаш баробар аст, пас дарозии диогонали АС ададест, ки квадраташ ба 2 баробар мебошад.

Т е о р е м а. Бузургии диогонали квадрати воҳидӣ адади ратсионалӣ нест.

И с б о т. Баръаксашро фарз мекунем, яъне $AC=d$ -ро ратсионалӣ ҳисоб менамоем:

$$d = \frac{m}{n},$$

ки дар ин ҷо m -адади бутун, n -натуралӣ ва каср

ихтисорнашаванда аст. Азбаски $d^2 = \left(\frac{m}{n}\right)^2 = \frac{m^2}{n^2} = 2$ аст, пас

$m^2=2n^2$. Адади $2n^2$ чуфт аст, пас адади ба он баробари m^2 низ чуфт мебошад. Аз чуфт будани m^2 бармеояд, ки худи m чуфт аст.

Дар ҳақиқат, агар m тоқ мебуд, он гоҳ чунин адади бутун k ёфт мешуд, ки $m=2k+1$ мебуд. Аз ин ҷо $m^2=(2k+1)^2=4k^2+4k+1$. Ададҳои $4k^2$ ва $4k$ ададҳои чуфтанд, ҳосили ҷамъи онҳо низ адади чуфт мебошад. Ҷамъи адади чуфт ва воҳид бошад, адади тоқ аст. Пас, аз баробарии охирин бармеояд, ки m^2 тоқ аст. Ин ба чуфт будани m^2 зид мебошад.

Ҳамин тариқ, аз чуфт будани m^2 чуфтии m бармеомадааст. Инак, $m=2k$. Акнун дар баробарии $m^2=2n^2$ ба ҷои m қиматаш $2k$ -ро гузошта, ҳосил мекунем:

$$(2k)^2=2n^2; \quad 4k^2=2n^2; \quad n^2=2k^2.$$

Азбаски $2k^2$ адади чуфт аст, пас n^2 низ адади чуфт аст. Аз ин мувофиқи исботи болой бармеояд, ки худи n чуфт мебошад.

Хулоса, аз фарзи ратсионалӣ будани дарозии диагонали квадрати воҳидӣ, яъне $\frac{m}{n}$ будани он, чуфт будани сурат ва

махрачи онро ҳосил кардаем. Пас касри $\frac{m}{n}$ -ро ба 2 ихтисор

кардан мумкин аст. Ин бошад, ба ихтисорнашаванда буданаш зиддият мекунад. Ин зиддият, нодурустии фарзи пешниҳод кардаамонро нишон медиҳад. Ратсионалӣ набудани бузургии диагонали квадрати воҳидӣ исбот шуд.

Аз теоремаи исботшуда ва мувофиқи натиҷаи асосии п. 11 бармеояд, ки дарозии диагонали квадрати воҳидӣ, касри даҳии даврӣ нест. Вай касри даҳии беохирӣ мусбат ё касри даҳии мусбати *гайридаврӣ* мебошад. Агар ба ин гуна касрҳо, касрҳои ба онҳо муқобилро ҳамроҳ намоем, маҷмӯро ҳосил мекунем, ки он маҷмӯи ададҳои **ирратсионалӣ** ном дорад (префикси «ир» маънои инкорро дорад). Ин маҷмӯ бо ҳарфи J (ҳарфи аввали калимаи *irratio*) ишорат мешавад. Ҳамин тарик, ҳар гуна адади ба J мутааллиқ касри даҳии беохир буда, ҳамчун нисбати ду адади бутун ифода намешавад.

Мо аллакай якто адади ирратсионалиро медонем (дарозии диагонали квадрати воҳидӣ). Боз мисолҳои ададҳои ирратсионалиро меорем:

1) 2,010010001... (воҳидҳо паси ҳам бо як, ду, се ва ҳоказо нулҳо аз ҳам чудоанд);

2) -4,030033000333... (миқдори нулҳо ва сеҳо ҳар дафъа як воҳид меафзояд);

3) 5,12112111211112... (миқдори якҳо ҳар бор як воҳид зиёд мешавад);

4) Адади π (пи), ки нисбати дарозии давраро бар диаметраш ифода менамояд:

$$\pi = 3,1415926653...$$

Акнун маҷмӯро муоина менамоем, ки ҳар як адади он адади ратсионалӣ ё ирратсионалӣ аст. Ин маҷмӯро маҷмӯи ададҳои ҳақиқӣ меноманд ва бо R (ҳарфи аввалии калимаи англиси *real*) ишорат мекунанд. Зоҳиран фаҳмост, ки маҷмӯи R бо тири ададӣ якхела аст, яъне R воқеан тамоми ададҳои дарбар мегирад ва ҳар гуна ададро аз R бо ёрии касрҳои даҳии беохир (даврий ё гайридаврий) ифода кардан мумкин аст.

Қоидаи муқоисаи ададҳои ҳақиқӣ бо қоидаи муқоисаи касрҳои даҳии охиринок якхела аст. Барои мисол ададҳои 2,5653216... ва 2,541132...-ро муқоиса мекунем. Дар касрҳои даҳии беохирӣ мазкур қисмҳои бутун ва рақамҳои даҳӣ якхела буда, дар разряди садакии касри якум миқдори воҳидҳо назар ба миқдори воҳидҳои дар ҳамин разряд будаи касри дуҷум зиёд мебошад. Бинобар ҳамин

$$2,5653216... > 2,541132....$$

Ададҳои ҳақиқиро чамъ, тарҳ, зарб ва тақсим (ҳангоми нул набудани тақсимкунанда) кардан мумкин аст. Дар айни ҳол хосиятҳои амалҳо бо ададҳои ҳақиқӣ бо хосиятҳои амалҳо бо ададҳои ратсионалӣ якхелаанд. Саҳеҳии натиҷаи амалҳо аз саҳеҳие, ки бо он қиматҳои тақрибии ададҳо дода мешаванд, вобастаанд. Саҳеҳии баланди ададҳо боиси то чанд афзудани сатҳи дурустии натиҷа мегардад.

М и с о л и 1. Суммаи ададҳои $a = \frac{1}{6}$ ва $b = 2,2121...-$ ро

муоина мекунем.

Қиматҳои тақрибии чамъшавандаҳоро бо саҳеҳии то 0,1 мегирем: Он гоҳ

$$a + b \approx 0,1 + 2,2 = 2,3$$

Агар қиматҳои тақрибии чамъшавандаҳоро бо саҳеҳии то 0,01, яъне $a = 0,16$ ва $b = 2,21$ гирем, он гоҳ

$$a + b \approx 0,16 + 2,21 = 2,37$$

М и с о л и 2. Радиуси давраеро, ки дарозияш тақрибан 47,1 см аст, меёбем.

Дарозии давра l бо формулаи $l = 2\pi r$ ҳисоб карда мешавад. $\pi \approx 3,14$ гирифта, муодилаи тақрибии

$$47,1 = 2 \cdot 3,14 r$$

-ро ҳосил мекунем. Аз ин ҷо $r = \frac{47,1}{2 \cdot 3,14} = \frac{47,1}{6,28} = 7,5 м.$

Хотирнишон мекунем, ки дар боло адади π то садякӣ яклухт карда шудааст.

? 1. Оё дарозии диагонали квадрати воҳидиро бо касри даврӣ ифода кардан мумкин аст? 2. Чӣ гуна ададро, адади ирратсионалӣ меноманд? Мисоли ададҳои ратсионалӣ ва ирратсионалиро оред. 3. Ададҳои ҳақиқиро чӣ тавр ифода кардан мумкин аст? Қоидаҳои муқоисаи онҳоро бо мисолҳо фаҳмонед.

225. Оё тасдиқоти зерин дуруст аст:

- а) ҳар як адади ратсионалӣ адади ҳақиқӣ аст;
- б) ҳар як адади ҳақиқӣ адади ирратсионалӣ мебошад;
- в) ҳар як адади ҳақиқӣ адади ратсионалӣ ё ирратсионалӣ аст?

226. Аз байни ададҳои $\frac{2}{3}$; 0; 0,32; -4,(21); 2,23223222322223...

(микдори дуӣҳо, ки сеҳоро аз ҳамдигар ҷудо мекунанд, ҳар дафъа яктогӣ зиёд мешавад); 1,(4), π , 16 ратсионалӣ ва ирратсионалиашонро нишон диҳед.

227. Оё дуруст аст

- а) $263 \in N$; $263 \in Z$; $263 \in Q$; $263 \in R$;
- б) $-4 \in N$; $-4 \in Z$; $-4 \in Q$; $-4 \in R$;
- в) $2,63 \in N$; $2,63 \in Z$; $2,63 \in Q$; $2,63 \in R$;
- г) $\pi \in N$; $\pi \in Z$; $\pi \in Q$; $\pi \in R$?

228. Ададҳоро муқоиса кунед:

- а) 3,4321 ва 3,4412; б) -42,101 ва -42,011;
- в) 0,014 ва 0,016; г) -1,333 ва -1,321.

229. Кадом адад калон аст:

- а) 2,(12) ё 2,12; б) $4\frac{3}{8}$ ё 4,(375);

в) $\frac{2}{3}$ ё 0,668;

г) π ё 3,(14) ?

230. Ададҳои 2,15; 1,(4); -2,62...; -2,63...-ро бо тартиби зиёдшавиашон нависед.

231. Ададҳои 1,275...; 1,064; 5; 1,0021...; 0,(37); -1,1(12)-ро бо тартиби камшавиашон нависед.

232. $a=1,0734...$ ва $b=2,0859...$ мебошад. Ададхоро то: а) даҳякӣ; б) садякӣ яклухт карда, қиматҳои тақрибии ифодаҳои $a+b$ ва $a-b$ -ро ёбед.

233. Қимати тақрибии дарозии давраи радиусаш ба 5 м баробарро ёбед (адади π -ро то садякӣ яклухт карда).

234. Қимати тақрибии масоҳати доираи радиусаш 4,5м-ро ёбед (адади π -ро то садякӣ яклухт карда).

Машқҳо барои такрор.

235. Ифодаро содда кунед:

$$\left(\frac{2}{x+y} - \frac{1}{x-y} - \frac{x}{x^2-y^2} \right) : \frac{3y}{x-y}.$$

236. x -ро ёбед, агар:

а) $|x|=2$; б) $|x|=1,5$; в) $|x|=-1$; г) $|x|=0$ бошад.

237. Муодиларо ҳал намоед:

$$(x+2)^2 - 5(x-4) = (x-6)(x+6).$$

238*. Ададро ба касри ратсионалӣ гардонед:

а) 1,(1); б) -2,(01); в) 1,1(12); г) 2,13(4).

239*. Исбот кунед, ки агар квадрати адад ба 3 тақсим шавад, он гоҳ ин адад ба 3 тақсим мешавад.

§5. РЕШАИ КВАДРАТИИ АДАДИ МУСБАТ

13. МАФҲУМИ РЕШАИ КВАДРАТӢ

Ду масъаларо ҳал мекунем:

М а с ъ а л а и 1. Тарафи квадрат ба 8 см баробар аст. Масоҳати онро меёбем.

Ҳ а л. Масоҳати квадрат S , ба квадрати тарафи он баробар аст. Пас $S=8^2\text{см}^2=64\text{см}^2$.

М а с њ а л а 2. Масоҳати квадрат ба 81 см^2 баробар аст. Тарафи квадратро ҳисоб менамоем.

Ҳ а л. Пеш аз ҳама қайд мекунем, ки ин масъала нисбати масъалаи 1 баръакс аст. Агар дар масъалаи пешина аз рӯи тарафи додашуда масоҳати квадратро ёфтан лозим бошад, дар ин ҷо аз рӯи масоҳат тарафро ҳисоб кардан лозим аст.

Дарозии тарафи матлуби квадратро бо ҳарфи x (бо сантиметрҳо) ишорат мекунем. Масоҳати квадрат ба $x^2\text{ см}^2$ баробар мешавад. Вале мувофиқи шарт ин масоҳат ба 81 см^2 баробар аст. Инро ба эътибор гирифта муодилаи

$$x^2=81$$

-ро ҳосил мекунем. Ҳамин тариқ, барои ҳалли ин масъала ададҳо ёфтан даркор аст, ки квадраташ ба 81 баробар аст. Ададҳои 9 ва -9 ин талабро қонеъ менамоенд, чунки

$$9^2=9\cdot 9=81; \quad (-9)^2=(-9)\cdot(-9)=81.$$

Азбаски дарозӣ бо адади манфӣ ифода намеёбад, пас танҳо адади 9 ҳалли масъала мебошад. Инак, дарозии тарафи квадрат ба 9 см баробар аст.

Адади 9 решаи квадратӣ аз 81 ном дорад. Айнан ҳамин тавр 7 решаи квадратӣ аз 49 аст, чунки $7^2=49$; $\frac{2}{5}$ -решаи

квадратӣ аз $\frac{4}{25}$, чунки $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$ ва ҳоказо.

Т а њ р и ф и 1. Решаи квадратӣ аз адади a гуфта, ададҳо меноманд, ки квадрати он ба a баробар аст.

Масалан, 9 решаи квадратӣ аз 81 аст, чунки $9^2=81$, 12 решаи квадратӣ аз 144 мебошад, чунки $12^2=12\cdot 12=144$. Азбаски $(-9)^2=81$ ва $(-12)^2=144$ аст, пас ададҳои -9 ва -12 мувофиқан низ решаи квадратӣ аз 81 ва 144 ҳастанд.

Т а њ р и ф и 2. Амали ёфтани решаи квадратӣ аз адад азрешабарорӣ ном дорад. Амали азрешабарорӣ нисбати амали бақвадратбардорӣ баръакс аст: ҳангоми бақвадратбардорӣ адад маълум буда, ёфтани квадрати он талаб карда мешавад; ҳангоми азрешабарорӣ квадрати адад маълум буда, ёфтани худӣ

адад талаб карда мешавад. Аз ҳамин сабаб, дурустии азрешабарориро бо роҳи ба квадрат бардоштани адади ҳосилшуда санҷидан мумкин аст. Масалан, агар 16-ро аз реша барорем, 4-ро ҳосил менамоем, чунки $4^2=16$ аст.

Ҳар гуна ададро ба квадрат бардоштан мумкин аст, вале на ҳар ададро аз реша баровардан мумкин аст. Дар ҳақиқат, агар чунин имкон мебуд, он гоҳ адади матлубро бо x ишорат карда, мувофиқи таърифи решаи квадратӣ баробарии $x^2=-4$ -ро ҳосил мекардем. Ин баробарӣ нодуруст аст, чунки дар қисми чапи он адади мусбат x^2 ва дар қисми ростии он адади манфӣ -4 меистад.

Аз ҳамаи гуфтаҳои боло чунин хулоса бармеояд: *Барои он ки аз реша баровардани адад имконпазир бошад, зарур аст, ки адад гайриманфӣ, яъне мусбат ё нол бошад.*

? 1. Решаи квадратӣ аз адад гуфта, чиро мегуянд? 2. Азрешабарорӣ чӣ гуна амал аст? Вай ба кадом амал баръакс мебошад? 3. Доир ба решаи квадратӣ аз адади манфӣ чӣ гуфтан мумкин аст?

240. Тарафи квадрат ёфта шавад, агар масоҳати он ба:

- а) 16м^2 ; б) 49дм^2 ; в) $0,36\text{км}^2$; г) $\frac{25}{81}\text{мм}^2$

баробар бошад.

241. Решаи квадратиро аз адад ёбед:

- а) 16; б) 64; в) 169; г) 0,01; д) x^4 ;
е) $\frac{16}{25}$; ж) 0; з) a^2 ; и) $\frac{1}{k^6}$; к) 1; л) 0,81.

242. Магар адади v решаи квадратӣ аз адади a аст, агар:

- а) $a=16, v=6$; б) $a=\frac{9}{64}, v=\frac{3}{8}$; в) $a=25, v=-5$;
г) $a=36, v=-0,6$; д) $a=2,25, v=0,15$; е) $a=100, v=-10$.

бошад.

243. Исбот кунед, ки: а) адади -6 решаи квадратӣ аз -36 нест; б) адади -14 решаи квадратӣ аз 196 аст.

244. Санчед, ки: а) ададҳои 11 ва -11 решаи квадратӣ аз адади 121; б) ададҳои 1,6 ва -1,6 решаи квадратӣ аз 2,56; в) ададҳои $\frac{3}{7}$ ва $-\frac{3}{7}$ решаи квадратӣ аз $\frac{9}{49}$; г) ададҳои $2\frac{1}{3}$ ва $-2\frac{1}{3}$ решаи квадратӣ аз $5\frac{4}{9}$ мебошанд.

245. Исбот кунед, ки:

а) адади 4 решаи квадратӣ аз -16;

б) адади 0,2 решаи квадратӣ аз 0,4;

в) адади -5 решаи квадратӣ аз -25;

г) адади $2\frac{1}{4}$ решаи квадратӣ аз $4\frac{1}{16}$ нест.

Машқҳо барои тақрор.

246. Ҳисоб кунед:

$$\left(\frac{1}{2} + 0,125 - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(6,4 : \frac{80}{3}\right) + \frac{1}{8}$$

247. Муодиларо ҳал намоед:

$$(x-3)^2 - x(x+4) = 15 - 10x$$

248. Маълум, ки графики функсияи $y = \frac{k}{x}$ аз нуқтаи

$A\left(8; -\frac{1}{2}\right)$ мегузарад. Қимати k -ро ёбед ва графикро созед.

249. Соҳибкор аз ду қитъаи замин 460 т юнучқа гундошт. Соли дигар дар қитъаи якум ҳосил 15% ва дар дуюм 10% афзуда, ҳосили умумӣ 516 т-ро ташкил кард. Соҳибкор соли якум аз ҳар як қитъа чанд тоннагӣ юнучқа гундошта буд?

250. Ададҳои -1,1(34); -2,51; 6,(2); -0,0(1); -7,32; 0,(63)-ро бо тартиби зиёдшавии қимати мутлақашон нависед.

14. РЕШАИ КВАДРАТИИ АРИФМЕТИКӢ

Адади 6 решаи квадратӣ аз 36 аст. Адади -6 низ решаи квадратӣ аз 36 аст, чунки $(-6)^2 = (-6) \cdot (-6) = 36$. Ҳамин тариқ, дуто решаи квадратӣ аз 36 мавҷуд аст: ададҳои 6 ва -6. Айнан ҳамин тавр, дуто решаи квадратӣ аз 9 вучуд дорад: 3 ва -3.

Умуман, агар адади v решаи квадратӣ аз a , яъне $v^2 = a$ бошад, он гоҳ адади $-v$ низ решаи квадратӣ аз a аст, чунки $(-v)^2 = (-1)^2 v^2 = v^2 = a^2$.

Ҷ а р и ф. Решаи квадратии арифметикӣ аз адади a гуфта, адади гайриманфиро меноманд, ки квадрати он ба a баробар аст.

Масалан, адади 5 решаи квадратии арифметикӣ аз 25 аст. Адади -5 решаи квадратӣ аз 25 буда, решаи квадратии арифметикӣ аз 25 нест, чунки $-5 < 0$ мебошад.

Решаи квадратии арифметикиро аз адади a бо \sqrt{a} ишорат мекунанд. Аломати $\sqrt{\quad}$ - аломати решаи квадратии арифметикӣ ном дорад. Ифодаи зери аломати реша бударо *ифодаи тахтирешагӣ* меноманд. Ифодаи \sqrt{a} ин тавр хонда мешавад: «решаи квадратӣ аз адади a » (калимаи «арифметикӣ» ҳангоми хондан партофта мешавад).

Мисолҳои азрешабарории решаҳои квадратии арифметикиро меорем:

а) $\sqrt{16} = 4$, чунки 4-адади гайриманфӣ ва $4^2 = 16$;

б) $\sqrt{0,01} = 0,1$, чунки 0,1-адади гайриманфӣ ва $0,1^2 = 0,01$;

в) $\sqrt{0} = 0$, чунки 0-адади гайриманфӣ ва $0^2 = 0$.

Умуман, баробарии $\sqrt{a} = v$ дуруст аст, агар шартҳои

1) $v \geq 0$;

2) $v^2 = a$

иҷро шаванд.

Ифодаи \sqrt{a} ҳангоми $a < 0$ будан маъно надорад, чунки квадрати ҳар гуна адад гайриманфист. Масалан, ифодаҳои $\sqrt{-9}$ ва $\sqrt{-2,3}$ маъно надоранд.

Аз таърифи решаи квадратии арифметикӣ бармеояд, ки:

1) барои ҳар гуна адади $a \geq 0$ нобаробарии $\sqrt{a} \geq 0$ ҷой дорад;

2) барои ҳар гуна адади $a \geq 0$ баробарии $(\sqrt{a})^2 = a$ иҷро мешавад.

Ду хосияти решаи квадратии арифметикиро қайд мекунем*:

I Аз адади дилхохи мусбат танҳо якто решаи квадратии арифметикӣ баровардан мумкин аст, яъне решаи квадратии арифметикӣ яққимата муайян карда мешавад.

II. Агар $a > b \geq 0$ бошад, он гоҳ $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ аст ва баръакс, агар $0 \leq a < b$ бошад, он гоҳ $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ мебошад.

Ҳамин тариқ, масалан, $\sqrt{15} > \sqrt{11}$, чунки $15 > 11$ аст. Ё $\sqrt{27} > 5$ мебошад, чунки $27 > 25$ ва $\sqrt{25} = 5$ аст.

② 1. Чиро решаи квадратии арифметикӣ мегӯянд? 2. Аломати $\sqrt{\quad}$ чӣ ном дорад? Ифодаи \sqrt{a} -чӣ? 3. Барои кадом қиматҳои a ифодаи \sqrt{a} маъно надорад? 4. Хосиятҳои решаи квадратии арифметикиро номбар кунед.

251. Дурустии баробариҳо санҷед:

а) $\sqrt{121} = 11$; б) $\sqrt{1,69} = 1,3$; в) $\sqrt{0,81} = 0,9$; г) $\sqrt{625} = 25$.

252. Нишон диҳед, ки баробарӣ нодуруст аст:

а) $\sqrt{100} = -10$; б) $\sqrt{1,21} = -1,1$; в) $\sqrt{0,9} = 0,3$; г) $\sqrt{25,6} = 1,6$.

253. Квадрати ададро ёбед:

* Ибтидои ин хосиятҳо ба назарияи нобаробариҳои ададӣ таъкид мекунанд, ки мо онро дар боби IV хоҳем омӯخت. Аз ин онҳо бо мақсади васеъ кардани доираи машқҳо оварда шудаанд. Доир ба асосноккунии ин хосиятҳо ниг. ба п.36.

а) $\sqrt{4}$; б) $\sqrt{9}$; в) $\sqrt{\frac{1}{7}}$; г) $\sqrt{2,25}$; д) $\sqrt{\frac{8}{11}}$; е) $\sqrt{0,01}$.

254. Ададҳои 4, 8, 21 ва 10-ро дар намуди квадрати адад нависед.

255. Қимати решаро ёбед:

а) $\sqrt{49}$; б) $\sqrt{81}$; в) $\sqrt{1600}$; г) $\sqrt{0,01}$;

д) $\sqrt{\frac{9}{16}}$; е) $\sqrt{0,36}$; ж) $\sqrt{400}$; з) $\sqrt{6400}$.

256. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{0,09}$; б) $\sqrt{0,25}$; в) $\sqrt{0,81}$; г) $\sqrt{0,64}$.

257. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\sqrt{36} \cdot \sqrt{25}$; б) $2\sqrt{9} - 12$; в) $0,1\sqrt{400} + 5,2$;

г) $\sqrt{0,16} + \sqrt{0,09}$; д) $\sqrt{100} : \sqrt{81}$; е) $2 - 3\sqrt{9}$.

258. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{3^2 + 4^2}$; б) $\sqrt{13^2 - 12^2}$; в) $2^3 + 5\sqrt{16}$;

г) $2\sqrt{3 \cdot 27} - 6\sqrt{2 \cdot 18}$; д) $\sqrt{0,49} + \sqrt{0,16}$; е) $\frac{1}{3}\sqrt{36} - 2$.

259. Қимати ифодаро ҳисоб намоед:

а) $\sqrt{10 + 3m}$ ҳангоми $m = -3$; $m = 2$; $m = -2$ будан;

б) $\sqrt{3x - 5}$ ҳангоми $x = 2$; $x = 7$; $x = 10$ будан;

в) $\sqrt{a + 1}$ ҳангоми $a = 8$; $a = 15$; $a = 48$ будан;

г) $\sqrt{6x - 2}$ ҳангоми $x = 1$; $x = 4,5$; $x = 11$ будан.

260. Ҷадвали квадрати ададҳои аз 10 то 20-ро тартиб дода, аз рӯи он ёбед:

а) $\sqrt{169}$, $\sqrt{289}$, $\sqrt{196}$, $\sqrt{256}$; б) $\sqrt{121}$, $\sqrt{144}$, $\sqrt{324}$, $\sqrt{361}$;

в) $\sqrt{1,21}, \sqrt{3,24}, \sqrt{2,25}, \sqrt{1,96}$; г) $\sqrt{3,61}, \sqrt{1,44}, \sqrt{2,89}, \sqrt{1,69}$.

261. Қимати x -ро ёбед, ки барои он:

а) $\sqrt{x} = 6$; б) $\sqrt{x} = 0,4$; в) $3\sqrt{x} = 0$;

г) $4\sqrt{x} = 1$; д) $\sqrt{x} - 5 = 0$; е) $2\sqrt{x} - 3 = 0$.

262. Оё чунин қимати тағйирёбандаи x мавҷуд аст, ки барояш:

а) $\sqrt{x} = 0,2$; б) $\sqrt{x} + 1 = 0$; в) $\sqrt{x} - 2 = 0$; г) $\sqrt{x} = -4$
аст?

263. Барои кадом қимати тағйирёбанда баробарӣ дуруст аст:

а) $\sqrt{x} = 9$; б) $\sqrt{x} = -2$; в) $5 - \sqrt{x} = 0$;

г) $10\sqrt{x} = 7$; д) $3\sqrt{x} - 1 = 0$; е) $6 + \sqrt{x} = 0$?

264. Чунин қимати тағйирёбандаи x -ро ёбед, ки барояш баробарӣ дуруст аст:

а) $\sqrt{2x+1} = 1$; б) $\sqrt{8x-3} = 7$; в) $\sqrt{\frac{1}{5}x - \frac{1}{3}} = 0$; г) $\sqrt{x+6} = 3$.

265. Кадомаш калон:

а) $\sqrt{64}$ ё $\sqrt{81}$ б) $\sqrt{0,36}$ ё $\sqrt{0,25}$ в) 5 ё $\sqrt{16}$;

г) $\sqrt{\frac{4}{25}}$ ё $\sqrt{\frac{16}{25}}$; д) $\sqrt{101}$ ё $\sqrt{102}$; е) $-\sqrt{4}$ ё $-\sqrt{5}$.

Машқҳо барои такрор

266. Адади a калон аст ё адади $-a$?

267. Муодилаи

$$\frac{8x}{9} + \frac{34}{72} - \frac{9x}{8} = 0$$

-ро ҳал кунед.

268. Барои кадом қимати a хати рости $y=ax-3$ аз нуқтаи $A(-2; 9)$ мегузарад?

269. Агар ҳар рӯз $0,75$ т ангишт сарф кунем, захираи ангишт ба 128 рӯз мерасад. Рафту ҳар рӯз 1 т ангишт сарф кунем, он гоҳ захира ба чанд рӯз мерасад?

270. Ададҳои $65, 90, 140$ -ро ба зарбкунандаҳои содда чудо кунед.

15. МУОДИЛАИ $x^2=a$ ВА АЙНИЯТИ $\sqrt{a^2}=|a|$

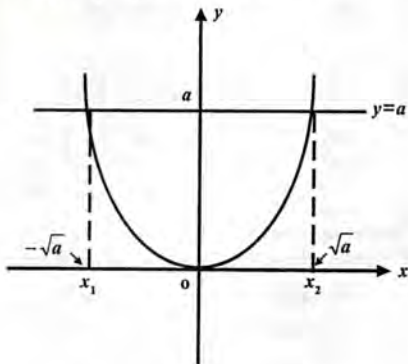
I. Муодилаи

$$x^2=a \quad (1)$$

-ро, ки дар он ҷо a адади дилхоҳ аст, муоина менамоем. Мо аллакай бо ин муодила ҳангоми ҳалли масъалаи 2-и п.13 барои a -и мушаххас ($a=81$) сару кор дошта будем.

Вобаста ба аломати адади a се ҳолат имконпазир аст.

1) Агар $a < 0$ бошад, он гоҳ муодилаи (1) реша надорад. Дар ҳақиқат, кадом қимати x -ро нагирем, квадраташ ҳамеша адади гайриманфӣ (яъне мусбат ё нул) аст ва ба адади манфии a баробар шуда наметавонад.



Расми 5

2) Агар $a=0$ бошад, он гоҳ возеҳ аст, ки $x=0$ решаи ягонаи муодилаи (1) мебошад.

3) Агар $a > 0$ бошад, он гоҳ муодила ду решаи гуногун дорад. Барои ба ин боварӣ ҳосил кардан, графики функсияҳои $y=x^2$ ва $y=a$ -ро схемавӣ кашида мебинем, ки онҳо ҳамдигарро дар ду нуқта мебуранд (расми 5).

Агар абсиссаи нуқтаҳои буришро бо x_1 ва x_2 ишорт кунем, он гоҳ $x_1^2 = a$ ва $x_2^2 = a$ мешавад. x_2 адади мусбатест, ки квадрати он ба a баробар аст, пас вай решаи квадратии арифметикӣ аз a аст, яъне $x_2 = \sqrt{a}$. Адади x_1 ба x_2 муқобил аст, бинобар ин $x_1 = -\sqrt{a}$.

Ҳамин тариқ, муодилаи (1) ҳангоми $a > 0$ будан ғайри решаи мусбати $x = \sqrt{a}$, боз решаи манфии $x = -\sqrt{a}$ -ро дорад, яъне вай дорони ду реша мебошад. Бисёр вақт ин решаҳоро якҷоя дар намуди $x = \pm\sqrt{a}$ ё $x_{1,2} = \pm\sqrt{a}$ менависанд. Ин навиштаҷот ин тавр фаҳмида мешавад: $x_1 = -\sqrt{a}$, $x_2 = +\sqrt{a}$.

Масалан, решаҳои муодилаи $x^2=81$ -ро ин тавр навиштан мумкин аст (ниг. ба масъалаи 2-и п.13):

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{81}, \quad x_{1,2} = \pm 9.$$

Айнан ҳамин ҳел, ҳалли муодилаи $x^2 = \frac{9}{16}$ зерин аст:

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{9}{16}}, \quad x_{1,2} = \pm\frac{3}{4}.$$

Муодилаи $x^2=2$ -ро дида мебароем. Ададҳои $x_1 = -\sqrt{2}$ ва $x_2 = \sqrt{2}$ решаҳои ин муодилаанд. Қайд кардан ҷои аз аст, ки дарозии диагонали квадрати воҳидӣ, решаи ҳамин муодила мебошад. Ҷӣ тавре дидем (ниг. ба п.12) ин адад, адади ирратсионалӣ аст.

Умуман нишон додан мумкин аст, ки решаи квадратӣ аз ҳар гуна ададе, ки квадрати пурра нест, адади ирратсионалӣ мебошад. Масалан, $\sqrt{3}$, $-\sqrt{5}$, $\sqrt{4,1}$, $-\sqrt{6,5}$ ва ҳоказо ададҳои ирратсионалианд.

II. Акнун муодилаи

$$x^2=a^2$$

-ро дида мебароем. Азбаски барои қимати дилхоҳи a ҳамеша

$a^2 \geq 0$ аст, пас муодилаи (2) ҳангоми $a \neq 0$ будан 2 реша ва ҳангоми $a=0$ будан як реша, ки он нул аст дорад.

Решаи мусбати муодилаи (2) $x = \sqrt{a^2}$ -ро муоина мекунем. Агар адади a мусбат бошад, пас мувофиқи таърифи решаи квадратии арифметикӣ

$$\sqrt{a^2} = a$$

аст. Агар $a < 0$ бошад он гоҳ $-a > 0$ аст. Адади $-a$ мусбат буда, $(-a)^2 = a^2$ мебошад. Пас $-a$ решаи квадратӣ аз a^2 аст, яъне

$$\sqrt{a^2} = -a.$$

Ҳамин тариқ,

$$\sqrt{a^2} = a, \quad \text{ҳангоми } a \geq 0 \text{ будан,}$$

$$\sqrt{a^2} = -a, \quad \text{ҳангоми } a < 0 \text{ будан.}$$

Бо назардошти гайриманфӣ будани қимати мутлақи адад, ҳар дуи ин баробарихоро бо як баробарӣ дар намуди

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

навиштан мумкин аст.

Масалан,

$$\sqrt{(-9)^2} = |-9| = 9, \quad \sqrt{(-10)^2} = |-10| = 10.$$

М и с о л. Барои кадом қиматҳои a дуруст будани баробарии

$$\sqrt{(a-8)^2} = a-8$$

-ро муоина мекунем.

Азбаски $\sqrt{(a-8)^2} = |a-8|$ аст, пас баробарии аввала намуди $|a-8| = a-8$ -ро мегирад. Ин баробарӣ бошад танҳо ҳангоми $a-8 \geq 0$ ё ҳангоми $a \geq 8$ будан ҷой дорад. Ҷ а в о б: $a \geq 8$.

? 1. Чаро муодилаи (1) ҳангоми $a < 0$ будан ҳал надорад? 2. Барои чӣ ҳангоми $a > 0$ будан решаҳо муқобиланд? 3. Магар баробарии $\sqrt{a^2} = a$ барои ҳар гуна адади a дуруст аст?

271. Оё муодилаи зерин реша дорад:

а) $x^2=49$; б) $x^2=17$; в) $x^2=0$; г) $x^2=-4$?

272. Магар ифодаи $\sqrt{2-3x}$ хангоми $x=-1; 2; 0; 1,5; 1,6$ будан маъно дорад?

273. Ифодаи:

а) $2\sqrt{x}$; б) $-5\sqrt{a}$; в) $\sqrt{-2a}$; г) $\sqrt{6c}$

барои кадом қиматҳои тағйирёбанда маъно дорад?

274. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x^2=64$; б) $x^2=-7$; в) $x^2=2,5$;

г) $x^2 = 2\frac{1}{4}$; д) $x^2=1,44$; е) $x^2=441$.

275. Решаҳои муодила ёфта шавад:

а) $x^2-0,02=0,02$; б) $16x^2=9$; в) $0,5x^2=8$;

г) $\frac{1}{2}x^2 = 10$; д) $\frac{1}{4}x^2 = 16$; е) $11+x^2=12$.

276. Муодиларо ҳал намоед:

а) $(x-2)^2=25$; б) $(x-5)^2=1$; в) $(x+3)^2=16$; г) $(x+7)^2=49$.

277. Ҳисоб кунед:

а) $0,2 + 3(\sqrt{0,3})^2$; б) $2^2 + (-2\sqrt{2})^2$;

в) $\sqrt{0,04} + 2(\sqrt{0,4})^2$; г) $(0,1\sqrt{70})^2 - \sqrt{1,69}$.

278. Ифодаро бо ифодаи айниятан ба он баробар иваз намоед:

а) $\sqrt{a^2}$; б) $\sqrt{y^2}$; в) $\sqrt{c^2}$; г) $-0,1\sqrt{x^2}$; д) $\sqrt{36a^2}$.

279. Ифодаро содда кунед:

а) $\sqrt{p^2}$, агар $p > 0$; б) $-\sqrt{16y^2}$, агар $y < 0$;

в) $\sqrt{n^2}$, агар $n < 0$; г) $0,4\sqrt{9a^2}$, агар $a > 0$ бошад.

280. Айнияти $\sqrt{a^2} = |a|$ -ро истифода карда, ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{(a-b)^2}$; б) $\sqrt{9x^2}$; в) $\sqrt{a^2 + 6a + 9}$;

$$\text{г) } \sqrt{(-1)^2}; \quad \text{д) } \sqrt{a^2 - 2ax + x^2}; \quad \text{е) } \sqrt{x^4 - 4x^2 + 4}.$$

281. Барои кадом қиматҳои a баробарӣ дуруст аст:

$$\text{а) } \sqrt{(a-3)^2} = a-3; \quad \text{б) } \sqrt{(a+4)^2} = a+4; \quad \text{в) } \sqrt{(a-5)^2} = 5-a;$$

$$\text{г) } \sqrt{(a+1)^2} = -a-1; \quad \text{д) } \sqrt{(a-3)^2} = |a-3|; \quad \text{е) } \sqrt{(a+2)^2} = |a+2|?$$

282. Муодиларо ҳал кунед:

$$\text{а) } \sqrt{x^2} = 3; \quad \text{б) } \sqrt{(y+2)^2} = 4; \quad \text{в) } \sqrt{x^2} = -3; \quad \text{г) } \sqrt{x^2} = x.$$

Машқҳо барои такрор

283. Муодилаи

$$\frac{2(5x+2)}{9} - 1 = \frac{4(33+2x)}{5} - \frac{5(1-11x)}{9}$$

-ро ҳал кунед.

284. Ифодаро содда кунед:

$$\text{а) } \frac{a}{a-b} + \frac{3a}{a+b} - \frac{2ab}{a^2-b^2}; \quad \text{б) } -\frac{1}{x} \cdot \frac{1-x}{1+x} \cdot \frac{x}{x^2-1}.$$

285. Ифодаро бе ишорати қимати мутлақ нависед:

$$\text{а) } |a|, \text{ хангоми } a > 0 \text{ будан;} \quad \text{б) } |b|, \text{ хангоми } b < 0 \text{ будан.}$$

286. Қайқ 34 км-ро ба самти чараёни дарё дар 2 соат тай мекунад. Суръати вай дар оби ором 15 км/соат аст. Суръати чараёни дарёро ёбед.

287. Аз баробарӣ тағйирёбанди x -ро ёбед:

$$\text{а) } \sqrt{\frac{2}{3}x - 1} = 4; \quad \text{б) } \sqrt{0,2x - 0,8} = 0,4.$$

16. ЁФТАНИ ҚИМАТИ ТАҚРИБИИ РЕШАИ КВАДРАТӢ

Дар ҳисоббарориҳои тақрибӣ ададҳоро бо қиматҳои тақрибии онҳо, ки бо касрҳои даҳӣ ифода мешаванд, иваз

меунанд. Чӣ тавр ёфтани қимати тақрибии решаи квадратии арифметикиро дар мисоли ёфтани қимати тақрибии $\sqrt{2}$ дида мебароем. Чӣ тавре қайд шуда буд, ин адад иррационалӣ аст, яъне бо касри даҳии охирнок ё даврӣ ифода намешавад.

Азбаски $1^2 < 2 < 2^2$ аст, пас мувофиқи хосияти II-и решаи квадратии арифметикӣ (ниг. ба п.14): $1 < \sqrt{2} < 2$.

Адади 1 қимати тақрибии $\sqrt{2}$ бо н о р а с о й ва адади 2 қимати тақрибии $\sqrt{2}$ бо б а р з и ё д ӣ бо саҳеҳии то 1 ном доранд. Аз нобаробарии $1 < \sqrt{2} < 2$ бармеояд, ки

$$\sqrt{2} = 1, \dots$$

Барои ёфтани рақами даҳякии $\sqrt{2}$ касрҳои даҳии 1,1; 1,2;...-ро то адади аз 2 калон пайдо шудан, пай дар пай ба квадрат мебардорем:

$1,1^2=1,21$; $1,2^2=1,44$; $1,3^2=1,69$; $1,4^2=1,96$; $1,5^2=2,25$. Акнун баръало равшан аст, ки $1,96 < 2 < 1,25$, яъне $1,4^2 < 2 < 1,5^2$. Аз ин нобаробарӣ боз мувофиқи ҳамон хосияти решаи квадратии арифметикӣ бармеояд: $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$. Пас

$$\sqrt{2} = 1,4 \dots$$

Ададҳои 1,4 ва 1,5 қиматҳои тақрибии $\sqrt{2}$ мувофиқан бо норасоӣ ва барзиёдӣ бо саҳеҳии то 0,1 ном доранд.

Барои ёфтани рақами садякӣ касрҳои даҳии 1,41; 1,42;...-ро пай дар пай ба квадрат мебардорем. Азбаски $1,41^2=1,9881$ ва $1,42^2=2,0164$ аст, пас адади $\sqrt{2}$ аз 1,41 калон ва аз 1,42 хурд мебошад. Яъне

$$\sqrt{2} = 1,41 \dots$$

Адади 1,41 қимати тақрибии $\sqrt{2}$ бо норасоӣ ва адади 1,42-бо барзиёдӣ бо саҳеҳии то 0,01 мебошанд. Ин протсессро давом дода мебинем, ки қимати тақрибии $\sqrt{2}$ то саҳеҳии 0,001 адади 1,414 аст, яъне

$$\sqrt{2} = 1,414..$$

чунки $(1,414)^2 = 1,999396 < 2$ ва $(1,415)^2 = 2,002225 > 2$. Ҳамин тавр дар мавриди зарурӣ $\sqrt{2}$ -ро бо саҳеҳии то 0,0001; 0,00001 ва ғайра ёфтан мумкин аст.

Ҳамин тарик, тарзи муоинашуда имконият медиҳад, ки бо саҳеҳии дилхоҳ решаи квадратии арифметикии адад ёфта шавад. Дар ҳисоббарориҳои амалӣ барои ёфтани қимати тақрибии решаи квадратӣ аз ҷадвали махсус ё аз техникаи ҳисоббарор (асосан микрокалькуляторҳо) истифода мебаранд. Ҳамчун намуна аз ҷадвали решаҳои квадратӣ, ки дар ҳамаи маълумотномаҳои математикӣ оварда мешавад, қимати тақрибии решаҳои барои ададҳои аз 3 то 10 бо саҳеҳии то 0,001 меорем:

$$\sqrt{3} = 1,732; \quad \sqrt{5} = 2,236; \quad \sqrt{6} = 2,449;$$

$$\sqrt{7} = 2,646; \quad \sqrt{8} = 2,828; \quad \sqrt{10} = 3,162.$$

?

1. Аз кадом ҳосияти решаи квадратии арифметикӣ истифода карда, қимати тақрибии решаи квадратиро меёбанд? 2. Чиро қимати тақрибии адад бо норасоӣ ва барзиёдӣ мегӯянд?

288. Иҷбот кунед, ки

$$\text{а) } 3 < \sqrt{12} < 4; \quad \text{б) } 5 < \sqrt{30} < 6; \quad \text{в) } 5,9 < \sqrt{35} < 6,0;$$

$$\text{г) } 7,20 < \sqrt{52} < 7,22 \text{ аст.}$$

289. Ададҳои муқоиса кунед:

$$\text{а) } 3 \text{ ва } \sqrt{11}; \quad \text{б) } 2,7 \text{ ва } \sqrt{7}; \quad \text{в) } \sqrt{3,15} \text{ ва } 1,9; \quad \text{г) } \sqrt{24,3} \text{ ва } 4,5.$$

290. Ду адади бутуни пайдарпайро ёбед, ки дар байнашон адади:

$$\text{а) } \sqrt{37}; \quad \text{б) } \sqrt{0,9}; \quad \text{в) } \sqrt{132}; \quad \text{г) } \sqrt{18,7} \text{ ҷойгир аст.}$$

291. Адади иррационалиро тақрибан бо норасоӣ бо саҳеҳии то 0,1 ба касри даҳӣ иваз намоед:

а) $\sqrt{12}$; б) $-\sqrt{6}$; в) $\sqrt{13}$; г) $\sqrt{0,8}$; д) $\sqrt{14,2}$; е) $-\sqrt{27,4}$.

292. Масоҳати квадрат ба 17 см² баробар аст. Тарафи онро тақрибан бо норасой ва барзиёди бо саҳеҳии то 0,1 ёбед.

293. Муодиларо ҳал намоед ва қиматҳои тақрибии решаҳои онро то даҳякӣ яклухт кунед:

а) $x^2=18$; б) $10x^2=7$; в) $(x-2)^2=11$; г) $(x+1)^2=7$.

Машқҳо барои тақрор

294. Қимати ифодаро ёбед:

а) $0,3\sqrt{121} + 4\sqrt{0,81}$; б) $\sqrt{900} - (4\sqrt{0,8})^2$;

в) $\sqrt{169} \cdot \sqrt{400} \cdot \sqrt{0,01}$; г) $\left(-5\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2 - 10\sqrt{0,81}$.

295. Оё ифодаи: а) $\sqrt{(-7)^2}$; б) $(\sqrt{-0,7})^2$; в) $-\sqrt{-8^2}$;

г) $-\sqrt{(-8)^2}$ маъно дорад?

296. Магар хати рости: а) $y=-1$; б) $y=0$; в) $y=16$; г) $y=-30$ графикаи функсияи $y=x^2$ -ро мебурад? Агар бурад, абсиссаи нуқтаи буришро ёбед.

297. Магар ифодаи $x - |x|$ қимати мусбат қабул мекунад?

298. Чумаки якуми обгузар ваннаро дар 15 дақиқа ва чумаки дуюм дар 10 дақиқа аз об пур мекунад. Агар ҳар ду чумахро якҷоя кушоем, дар 5 дақиқа кадом ҳиссаи ванна аз об мешавад?

299. Касрро ихтисор кунед:

а) $\frac{a^2 - 8a + 16}{16 - a^2}$;

б) $\frac{9x^2 + 4y^2 - 12xy}{4y^2 - 9x^2}$.

17. ФУНКСИЯИ $y = \sqrt{x}$. ХОСИЯТҲО ВА ГРАФИКИ ОН.

Вобастагии масоҳати квадрат S аз тарафи он a бо формулаи $S=a^2$ ифода карда мешавад. Мувофиқан вобастагии

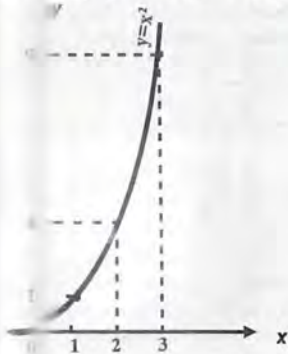
тараф аз масоҳати квадрат - бо формулаи $a = \sqrt{S}$. Мана боз як мисоли дигар аз физика: афтиши озоди ҷисм дар зери таъсири қувваи вазнинӣ ҳаракати баробарсуръат буда, ҳангоми нулӣ будан суръати аввала, масофаи тайшуда S бо мурури вақт t

бо формулаи $S = \frac{gt^2}{2}$ ҳисоб карда мешавад, ки дар ин ҷо g -шиқати қувваи вазнинӣ буда, тақрибан ба $9,81 \text{ м/сония}^2$ баробар аст.

Агар аз ин формула t -ро ёбем, он гоҳ $t = \sqrt{\frac{2S}{g}}$ мешавад.

Агар дар ҳар ду маврид тағйирёбандаи новобастаро бо ҳарфҳои x ва тағйирёбандаи вобастаро бо ҳарфи y ишорат кунем,

он гоҳ формулаҳои $y=x^2$ ё $y = \frac{gx^2}{2}$, ки дар ин ҷо $x \geq 0$, $g > 0$ аст



Расми б

ва $y = \sqrt{x}$ ё $y = \sqrt{\frac{2x}{g}}$ -ро

ҳосил мекунем.

Мо медонем, ки графики функсияи $y=x^2$, ҳангоми $x \geq 0$ будан аз як қисми парабола -- шоҳи рости он (расми б) иборат аст. Акнун графики функсияи $y = \sqrt{x}$ -ро месозем.

Пеш аз ҳама қайд мекунем, ки соҳаи муайянии функсияи

а) $\sqrt{12}$; б) $-\sqrt{6}$; в) $\sqrt{13}$; г) $\sqrt{0,8}$; д) $\sqrt{14,2}$; е) $-\sqrt{27,4}$.

292. Масоҳати квадрат ба 17 см^2 баробар аст. Тарафи онро тақрибан бо норасой ва барзиёди бо саҳеҳии то $0,1$ ёбед.

293. Муодиларо ҳал намоед ва қиматҳои тақрибии решаҳои онро то даҳякӣ яклухт кунед:

а) $x^2=18$; б) $10x^2=7$; в) $(x-2)^2=11$; г) $(x+1)^2=7$.

Машқҳо барои тақрор

294. Қимати ифодаро ёбед:

а) $0,3\sqrt{121} + 4\sqrt{0,81}$; б) $\sqrt{900} - (4\sqrt{0,8})^2$;

в) $\sqrt{169} \cdot \sqrt{400} \cdot \sqrt{0,01}$; г) $\left(-5\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2 - 10\sqrt{0,81}$.

295. Оё ифодаи: а) $\sqrt{(-7)^2}$; б) $(\sqrt{-0,7})^2$; в) $-\sqrt{-8^2}$;

г) $-\sqrt{(-8)^2}$ маъно дорад?

296. Магар хати рости: а) $y=-1$; б) $y=0$; в) $y=16$; г) $y=-30$ графикаи функсияи $y=x^2$ -ро мебурад? Агар бурад, абсиссаи нуқтаи буришро ёбед.

297. Магар ифодаи $x - |x|$ қимати мусбат қабул мекунад?

298. Чумаки якуми обгузар ваннаро дар 15 дақиқа ва чумаки дуюм дар 10 дақиқа аз об пур мекунад. Агар ҳар ду чумакро якҷоя кушоем, дар 5 дақиқа кадом ҳиссаи ванна аз об пур мешавад?

299. Касрро ихтисор кунед:

а) $\frac{a^2 - 8a + 16}{16 - a^2}$; б) $\frac{9x^2 + 4y^2 - 12xy}{4y^2 - 9x^2}$.

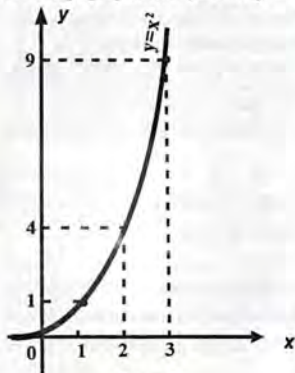
17. ФУНКСИЯИ $y = \sqrt{x}$. ХОСИЯТҶО ВА ГРАФИКИ ОН.

Вобастагии масоҳати квадрат S аз тарафи он a бо формулаи $S=a^2$ ифода карда мешавад. Мувофиқан вобастагии тараф аз масоҳати квадрат - бо формулаи $a = \sqrt{S}$. Мана боз як мисоли дигар аз физика: афтиши озоди чисм дар зери таъсири қувваи вазнинӣ ҳаракати баробарсуръат буда, хангоми нулӣ будани суръати аввала, масофаи тайшуда S бо мурури вақт t

бо формулаи $S = \frac{gt^2}{2}$ ҳисоб карда мешавад, ки дар ин ҷо g -шиноси қувваи вазнинӣ буда, тақрибан ба $9,81$ м/сония² баробар аст. Агар аз ин формула t -ро ёбем, он гоҳ $t = \sqrt{\frac{2S}{g}}$ мешавад.

Агар дар ҳар ду маврид тағйирёбандаи новобастаро бо ҳарфи x ва тағйирёбандаи вобастаро бо ҳарфи y ишорат кунем,

он гоҳ формулаҳои $y=x^2$ ё $y = \frac{gx^2}{2}$, ки дар ин ҷо $x \geq 0$, $g > 0$ аст



Расми 6

ва $y = \sqrt{x}$ ё $y = \sqrt{\frac{2x}{g}}$ -ро

ҳосил мекунем.

Мо медонем, ки графики функсияи $y=x^2$, хангоми $x \geq 0$ будан аз як қисми парабола -- шохани рости он (расми 6) иборат аст. Акнун графики функсияи $y = \sqrt{x}$ -ро месозем.

Пеш аз ҳама қайд мекунем, ки соҳани муайянии функсияи

$y = \sqrt{x}$ маҷмӯи ададҳои гайриманфист. Соҳаи қиматҳои функсия низ ҳамин маҷмӯъ аст. Ин хосиятҳо бевосита аз таърифи решаи квадратии арифметикии адад бармеоянд (ниг. ба п.14). Аз сабаби яққимата будани решаи квадратӣ ҳамаи ададҳои гайриманфӣ ба соҳаи қиматҳои функсия тааллуқ доранд, яъне барои адади дилхоҳи $a > 0$ чунин адади $v > 0$ ёфт мешавад, ки $\sqrt{v} = a$ аст.

Дар п. 14 қайд карда будем, ки агар $a > v \geq 0$ бошад, он гоҳ $\sqrt{a} > \sqrt{v}$ аст. Аз ин ҷо бевосита бармеояд, ки функсия афзуншаванда аст, яъне ба қимати калони аргумент қимати калони функсия мувофиқ меояд. Аниқаш, агар $x_2 > x_1 \geq 0$ бошад, он гоҳ $\sqrt{x_2} > \sqrt{x_1}$ аст. Зохиран фаҳмоист, ки агар $x=0$ бошад, он гоҳ $y=0$ аст. Бинобар ин ибтидои координатавӣ ба график тааллуқ дорад.

Инак, функсияи $y = \sqrt{x}$:

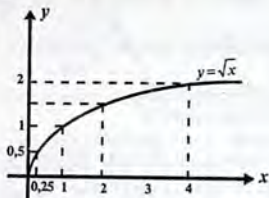
- 1) ҳангоми $x \geq 0$ будан муайян аст;
- 2) ҳангоми $x > 0$ будан мусбат буда, ҳангоми $x=0$ будан ба нул баробар аст;
- 3) дар соҳаи муайянии худ функсия афзуншаванда аст;
- 4) ҳамаи қиматҳои гайриманфиро қабул мекунад.

Барои ёфтани яққанд нуктаҳои графики функсияи мазкур чадвали қиматҳои функсияи $y = \sqrt{x}$ -ро месозем:

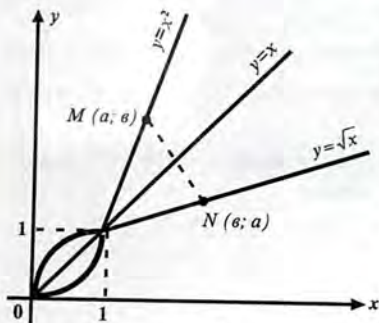
x	0	0,25	0,5	1	2	3	4
$y = \sqrt{x}$	0	0,5	0,7	1	1,4	1,7	2

Дар ин чадвал қиматҳои функсия бо саҳеҳии то 0,1 оварда шудаанд. Дар ҳамвори координатавӣ нуктаҳои координатаҳои онҳо дар чадвал овардашударо месозем ва онҳоро бо хати

яклухт пайваст намуда, графики функцияи $y = \sqrt{x}$ -ро ҳосил мекунем (расми 7).



Расми 7



Расми 8

Графики $y = \sqrt{x}$ дар чоряки якум ҷойгир буда, мисли графики $y = x^2$ шохаи параболаро мемонад. Ин аз он бармеояд, ки графикҳои мазкур нисбат ба хати ростии $y = x$ симметрианд, яъне агар нуқтаи $M(a; a)$ ба графики функцияи $y = x^2$ тааллуқ дошта бошад ($a = a^2$), он гоҳ нуқтаи $N(a; a)$ ба графики функцияи $y = \sqrt{x}$

мутааллиқ аст ($a = \sqrt{a}$). Расми 8, ки дар он графики ҳар ду функция дар як системаи координатавӣ оварда шудааст, далели ин тасдиқ аст. Исботи ин тасдиқро мавқуф мегузорем.

- ① 1. Хосиятҳои функцияи $y = \sqrt{x}$ -ро номбар кунед. 2. Афзуншаванда будани онро чӣ хел мефаҳмед? 3. Чаро графики функция дар чоряки якум ҷойгир аст?

300. Масоҳати доира бо формулаи $S = \pi r^2$, ки дар ин ҷо r радиуси доира аст ё бо формулаи $S = \frac{\pi d^2}{4}$, ки дар ин ҷо d диаметри доира мебошад, ҳисоб мешавад. Бо формула ифода кунед:

а) вобастагии r -ро аз S ;

б) вобастагии d -ро аз S .

301. Масоҳати сатҳи пурраи куб бо формулаи $S=6a^2$, ки дар ин ҷо a дарозии тегаи куб аст, ифода мешавад. Аз масоҳати сатҳи куб S вобаста будани дарозии тегаи он a -ро бо формула ифода кунед.

302. Оё нуқтаи: А(49;7); В(1000;10); С(-64;8); Д(16;4) ба графики функсияи $y = \sqrt{x}$ тааллуқ дорад?

303. Магар хати ростӣ: а) $y=1$; б) $y=8$; в) $y=100$; г) $y=-4$ графики функсияи $y = \sqrt{x}$ -ро мебурад? Агар бурад, дар кадом нуқта?

304. Хосияти афзуншавии функсияи $y = \sqrt{x}$ -ро истифода карда, ададҳоро муқоиса намоед:

а) $\sqrt{2,7}$ ва $\sqrt{2\frac{3}{4}}$; б) $\sqrt{\frac{1}{7}}$ ва $\sqrt{\frac{1}{8}}$; в) $\sqrt{2}$ ва 1,4;

г) $\sqrt{27}$ ва $\sqrt{28}$; д) $\sqrt{7}$ ва 2,6; е) $\sqrt{80}$ ва 9.

305. Ададҳоро бо тартиби зиёдшавиашон нависед:

а) $\sqrt{5}$, $\sqrt{6,3}$ ва $\sqrt{1,4}$; б) $\sqrt{19}$, $\sqrt{13}$ ва 4;

в) $\sqrt{0,2}$, $\sqrt{1,8}$ ва 1; г) 0,3, $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ва $\frac{1}{3}$.

Машқҳо барои такрор

306. Муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $x^2=8$ ва $\sqrt{x} = 8$;

б) $3x^2 = \frac{1}{3}$ ва $3\sqrt{x} = \frac{1}{3}$.

307. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{8^2 - 28}$; б) $\sqrt{0,64} + 3\sqrt{\frac{1}{9}}$; в) $\sqrt{0,25} \cdot \sqrt{0,49}$; г) $0,2\sqrt{1,21} \cdot \sqrt{900}$.

308. Ду адади бутуни пайдарпайро ёбед, ки дар байнашон $\sqrt{89}$ чойгир аст.

309. Аз ду кишлоқ ба пешвози ҳамдигар автобус ва мошини боркаш раван шуданд. Баъди 15 дақиқа онҳо вохӯрданд. Масофаи байни кишлоқҳоро ёбед, агар маълум бошад, ки суръати автобус 60 км/соат ва суръати мошини боркаш 48 км/соат аст.

310. Қимати касрро бо нул муқоиса кунед:

а) $-\frac{4x}{x^2+2}$ хангоми $x < 0$ будан; б) $\frac{x+1}{-x^2-5}$ хангоми $x > 0$ будан.

§6. ХОСИЯТҲОИ РЕШАИ КВАДРАТИИ АРИФМЕТИКӢ

18. РЕШАИ КВАДРАТӢ АЗ ҲОСИЛИ ЗАРБ

Бигузур ҳисоби $\sqrt{25 \cdot 64}$ зарур аст. Азбаски $25 \cdot 64 = 1600 = 40^2$ аст, пас $\sqrt{25 \cdot 64} = 40$. Акнун мебинем, ки $\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{64} = 8$. Аъзо ба аъзо баробариҳоро зарб карда, ҳосил мекунем: $\sqrt{25} \cdot \sqrt{64} = 5 \cdot 8 = 40$.

Ҳамин тариқ,

$$\sqrt{25 \cdot 64} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{64}.$$

Реша аз ҳосили зарби ду адади дилхоҳи гайриманфӣ низ ҳамин хел баробариҳо қаноат мекунад. Аниқаш, нишон медиҳем, ки барои ҳар гуна ададҳои гайриманфӣи a ва b баробарии

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (1)$$

чой дорад.

Мувофиқи таърифи решаи квадратии арифметикӣ баробарии (1) дуруст аст, агар ду шарт:

$$\text{а) } \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0; \quad \text{б) } (\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = ab$$

ичро шаванд. Инро нишон медиҳем.

Ифодаҳои \sqrt{a} ва \sqrt{b} фақат қиматҳои ғайриманфӣ қабул мекунанд, бинобар ин ҳосили зарби $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ғайриманфӣ мебошад. Акнун хосияти дараҷаи ҳосили зарбро истифода карда ҳосил мекунем:

$$(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab.$$

Инак, шартҳои а) ва б) иҷро шуданд. Пас мувофиқи таърифи решаи квадратии арифметикӣ баробарии (1) дуруст аст. Ин баробарӣ барои ҳар гуна ададҳои ғайриманфӣ айният мебошад.

Э з о ҳ. Баробарии (1) дар мавриди аз ду зиёд будани шумораи зарбшавандаҳои тахти реша низ дуруст аст. Масалан, агар $a \geq 0$, $b \geq 0$, $c \geq 0$ бошад, он гоҳ $\sqrt{abc} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c}$.

Дар ҳақиқат, мувофиқи хосияти ҳосили зарб ва баробарии (1)

$$\sqrt{abc} = \sqrt{(ab)c} = \sqrt{ab} \cdot \sqrt{c} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c}.$$

Хулоса, решаи квадратии арифметикӣ дорои хосияти зерин аст:

Реша аз ҳосили зарби зарбшавандаҳои ғайриманфӣ ба ҳосили зарби решаҳо аз ин зарбшавандаҳо баробар аст.

М и с о л и 1. Қимати ифодаи $\sqrt{169 \cdot 0,01}$ -ро меёбем.

Айнияти (1)-ро ҳангоми $a=169$ ва $b=0,01$ будан истифода мекунем:

$$\sqrt{169 \cdot 0,01} = \sqrt{169} \cdot \sqrt{0,01} = 13 \cdot 0,1 = 1,3.$$

М и с о л и 2. Қимати ифодаи $\sqrt{27 \cdot 12}$ -ро ҳисоб мекунем.

Ифодаи тахтирешагиرو дар намуди ҳосили зарби зарбшавандаҳои ҳар кадомашон аз квадрати адади бутун иборатбуда навишта, айнияти (1)-ро татбиқ менамоем:

$$\sqrt{27 \cdot 12} = \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4} = \sqrt{9^2 \cdot 2^2} = 9 \cdot 2 = 18.$$

Аз айнияти (1) бармеояд, ки ҳангоми зарби решаҳои ифодаҳои тахтирешагиро аввал зарб карда, аз натиҷа реша баровардан мумкин аст, яъне айнияти (1)-ро дар намуди

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \text{ истифода карда.}$$

М и с о л и 3. Аз айният истифода карда, ҳосили зарби $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$ -ро меёбем.

$$\text{Дорем } \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{36} = 6.$$

Ҳангоми калон будани адади тахтирешагӣ ба зарбкунандаҳо ҷудо кардани он аз аҳамият ҳолӣ нест.

М и с о л и 4. Қимати $\sqrt{7056}$ -ро меёбем.

Адади 7056-ро ба зарбкунандаҳо, масалан, ба зарбкунандаҳои содда ҷудо мекунем: $7056 = 2^4 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 21 = 16 \cdot 21^2 = 4^2 \cdot 21^2$. Аз ин ҷо, $\sqrt{7056} = \sqrt{4^2 \cdot 21^2} = \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{21^2} = 4 \cdot 21 = 84$.

? 1. Айниятро, ки ҳосияти решаи квадратии аз ҳосили зарб бо он ифода мешавад, нависед ва онро исбот кунед. 2. Мисол оред, ки вай зарурияти истифодаи иваз кардани қисмҳои чап ва ростро ин айниятро талаб намояд.

311. Қимати решаро ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{16 \cdot 25}$; б) $\sqrt{81 \cdot 400}$; в) $\sqrt{144 \cdot 0,25}$;

г) $\sqrt{169 \cdot 100}$; д) $\sqrt{121 \cdot 0,01}$; е) $\sqrt{0,04 \cdot 196}$.

312. Қимати решаро ёбед:

а) $\sqrt{0,49 \cdot 49}$; б) $\sqrt{0,25 \cdot 36}$; в) $\sqrt{0,09 \cdot 81}$; г) $\sqrt{2,25 \cdot 256}$.

313. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{625 \cdot 9 \cdot 36}$; б) $\sqrt{256 \cdot 0,25 \cdot 0,81}$;

$$\text{в) } \sqrt{225 \cdot 0,16 \cdot 400}; \quad \text{г) } \sqrt{1,21 \cdot 0,09 \cdot 0,0001}.$$

314. Қимати реша ро ҳисоб кунед:

$$\text{а) } \sqrt{75 \cdot 48}; \quad \text{б) } \sqrt{45 \cdot 80}; \quad \text{в) } \sqrt{4,9 \cdot 360}; \quad \text{г) } \sqrt{160 \cdot 3,6}.$$

315. Аз реша бароред:

$$\text{а) } \sqrt{113^2 - 112^2}; \quad \text{б) } \sqrt{82^2 - 18^2}; \quad \text{в) } \sqrt{6,8^2 - 3,2^2}; \quad \text{г) } \sqrt{122^2 - 22^2};$$

$$\text{д) } \sqrt{17^2 - 8^2}; \quad \text{е) } \sqrt{6^2 + 8^2}; \quad \text{ж) } \sqrt{65^2 - 63^2}; \quad \text{з) } \sqrt{21,8^2 - 18,2^2}.$$

316. Қимати ифодаро ёбед:

$$\text{а) } \sqrt{44100}; \quad \text{б) } \sqrt{1024}; \quad \text{в) } \sqrt{1225}; \quad \text{г) } \sqrt{2916}.$$

317. Қимати ҳосили зарбро ёбед:

$$\text{а) } \sqrt{10} \cdot \sqrt{90}; \quad \text{б) } \sqrt{13} \cdot \sqrt{52}; \quad \text{в) } \sqrt{75} \cdot \sqrt{3}; \quad \text{г) } \sqrt{8} \cdot \sqrt{98};$$

$$\text{д) } \sqrt{50} \cdot \sqrt{4,5}; \quad \text{е) } \sqrt{7} \cdot \sqrt{63}; \quad \text{ж) } \sqrt{108} \cdot \sqrt{27}; \quad \text{з) } \sqrt{54} \cdot \sqrt{6}.$$

318. Қимати ҳосили зарбро ҳисоб кунед:

$$\text{а) } \sqrt{3} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{21}; \quad \text{б) } \sqrt{2} \cdot \sqrt{22} \cdot \sqrt{11}; \quad \text{в) } \sqrt{0,2} \cdot \sqrt{0,4} \cdot \sqrt{2}; \quad \text{г) } \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{3}.$$

319. Ифодаро дар намуди ҳосили зарби решаҳо нависед:

$$\text{а) } \sqrt{15}; \quad \text{б) } \sqrt{42}; \quad \text{в) } \sqrt{8a}; \quad \text{г) } \sqrt{5b}.$$

320*. Суммаи ду адад ба $\sqrt{14}$ ва фарқи онҳо ба $\sqrt{10}$ баробар аст. Нишон диҳед, ки ҳосили зарби онҳо ба 1 баробар аст.

Машқҳо барои такрор

321. Қимати ифодаи $\sqrt{x^2}$ -ро ҳангоми $x = -4; -3; 0; 1; 8$ будан ёбед.

322. Таърифи қимати мутлақро истифода карда, ифодаи

$\frac{x}{|x|}$ -ро содда кунед, агар:

а) $x > 0$; б) $x < 0$

бошад. Оё ифода хангоми $x=0$ будан маъно дорад?

323. 15%-и масоҳати майдон 24 га аст. Масоҳати майдонро ёбед.

324. Ифодаро содда намоед:

а) $3a^2 \cdot \frac{1}{9a^2}$; б) $4(2a^3)^4$; в) $32a^3 \cdot \left(\frac{1}{2}a^2\right)^4$.

325. Касрро ихтисор кунед:

а) $\frac{1-10a+25a^2}{5a-1}$; б) $\frac{1-6x+9x^2}{3x-1}$.

19. РЕШАИ КВАДРАТӢ АЗ КАСР

Қимати ифодаи $\sqrt{\frac{121}{144}}$ -ро ҳисоб мекунем. Мо медонем, ки

$\sqrt{121} = 11$ ва $\sqrt{144} = 12$ аст. Месанҷем, ки оё баробарии

$\sqrt{\frac{121}{144}} = \frac{11}{12}$ ҷой дорад ё на.

Азбаски $\left(\frac{11}{12}\right)^2 = \frac{11^2}{12^2} = \frac{121}{144}$ ва $\frac{11}{12} > 0$ аст, пас баробарӣ

дуруст аст. Аз тарафи дигар

$$\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{144}} = \frac{11}{12},$$

бинобар ин

$$\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{144}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{144}}.$$

Мулоҳизаҳои болоро умумӣ карда нишон медиҳем, ки барои ҳар гуна ададҳои $a \geq 0$ ва $b > 0$ баробарии

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (2)$$

чой дорад.

Хар се ифодаи дар (2) буда мувофиқи шарт дорои маъно мебошанд. Пас мувофиқи таърифи решаи квадратии арифметикӣ баробарии (2) дуруст аст, агар ду шарт:

$$\text{а) } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \geq 0; \quad \text{б) } \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \right)^2 = \frac{a}{b}$$

иҷро шаванд. Азбаски $a \geq 0$ ва $b > 0$ аст, пас $\sqrt{a} \geq 0$ ва $\sqrt{b} > 0$.

Бинобар ин $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \geq 0$ аст. Акнун хосияти дараҷаи касрро истифода карда ҳосил мекунем:

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b}.$$

Чой доштани шартҳои а) ва б), якбора бо он дурустии (2)-ро нишон додаем. Баробарии (2) айният мебошад, чунки вай барои ҳамаи қиматҳои имконпазири тағйирёбандаҳои a ва b дуруст аст.

Инак, боз як хосияти решаи квадратии арифметикиро муқаррар кардаем:

Реша аз касре, ки сураташ ғайриманфию махраҷаш мусбат аст, баробари реша аз сурат тақсими реша аз махраҷ мебошад.

Мисоли 1. Қимати ифодаи $\sqrt{\frac{64}{289}}$ -ро меёбем.

Мувофиқи хосияти решаи квадратӣ аз каср

$$\sqrt{\frac{64}{289}} = \sqrt{\frac{64}{289}} = \frac{8}{17}.$$

Баъзан ҳангоми ҳисоббарориҳо айнияти (2)-ро «аз рост ба чап» хонда татбиқ кардан лозим меояд, яъне айнияти $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ -ро.

М и с о л и 2. Қимати ҳосили тақсими $\frac{\sqrt{44}}{\sqrt{99}}$ -ро ҳисоб мекунем.

Мувофиқи айнияти (2):

$$\frac{\sqrt{44}}{\sqrt{99}} = \sqrt{\frac{44}{99}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 11}{9 \cdot 11}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}.$$

Дар охир таъкид мекунем, ки дар баробарии айниятии (2) истифодаи ҳосияти асосии каср (ниг. ба п.4) метавонад, ҳисоби қимати решаро осон намояд.

М и с о л и 3. Қимати касри $\frac{\sqrt{36,1}}{\sqrt{40}}$ -ро меёбем.

Дорем

$$\frac{\sqrt{36,1}}{\sqrt{40}} = \sqrt{\frac{36,1}{40}} = \sqrt{\frac{36,1 \cdot 10}{40 \cdot 10}} = \sqrt{\frac{361}{400}} = \frac{\sqrt{361}}{\sqrt{400}} = \frac{19}{20}.$$



1. Айниятро, ки ҳосияти решаи квадратии касрро ифода мекунад, нависед ва онро исбот кунед. 2. Чаро баъзан «аз рост ба чап» хондани ин айният ҳисобро осон мекунад? Мисол биёред.

326. Қимати решаро ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{\frac{9}{169}}$; б) $\sqrt{\frac{121}{100}}$; в) $\sqrt{\frac{361}{25}}$; г) $\sqrt{\frac{4}{81}}$.

327. Қимати решаро ёбед:

а) $\sqrt{3\frac{22}{49}}$; б) $\sqrt{2\frac{14}{121}}$; в) $\sqrt{7\frac{1}{9}}$;

$$\text{г) } \sqrt{12\frac{1}{4}}; \quad \text{д) } \sqrt{1\frac{81}{144}}; \quad \text{е) } \sqrt{1\frac{120}{169}}.$$

328. Қимати ифодаро ҳисоб намоед:

$$\text{а) } \sqrt{3\frac{1}{16} \cdot 2\frac{14}{25}}; \quad \text{б) } \sqrt{5\frac{4}{9} \cdot 2\frac{14}{25}}; \quad \text{в) } \sqrt{1\frac{7}{9} \cdot \frac{4}{25}}; \quad \text{г) } \sqrt{\frac{121}{144} \cdot 2\frac{1}{4}}.$$

329. Ифодаро дар намуди ҳосили тақсими касрҳо нависед:

$$\text{а) } \sqrt{\frac{3}{7}}; \quad \text{б) } \sqrt{\frac{5}{11}}; \quad \text{в) } \sqrt{\frac{2}{a}}; \quad \text{г) } \sqrt{\frac{6}{6}}; \quad \text{д) } \sqrt{\frac{5}{13}}; \quad \text{е) } \sqrt{\frac{10}{7}}.$$

330. Қимати ҳосили тақсирмо ёбед:

$$\text{а) } \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{52}}{\sqrt{117}}; \quad \text{в) } \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{10}}; \quad \text{г) } \frac{\sqrt{200}}{\sqrt{8}}; \quad \text{д) } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{98}}; \quad \text{е) } \frac{\sqrt{7,5}}{\sqrt{0,3}}.$$

331. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

$$\text{а) } \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{8}}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{27}}; \quad \text{в) } \frac{\sqrt{112}}{\sqrt{7}}; \quad \text{г) } \frac{\sqrt{180}}{\sqrt{245}}; \quad \text{д) } \frac{\sqrt{490}}{\sqrt{810}}; \quad \text{е) } \frac{\sqrt{1600}}{\sqrt{121000}}.$$

332. Қимати ифодаро ёбед:

$$\text{а) } \frac{\sqrt{12,1}}{\sqrt{10}}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{22,5}}{\sqrt{10}}; \quad \text{в) } \frac{\sqrt{32,4}}{\sqrt{90}}; \quad \text{г) } \frac{\sqrt{8,1}}{\sqrt{160}}.$$

Машқҳо барои такрор

333. Қимати ҳосили зарбро ҳисоб кунед:

$$\text{а) } \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}; \quad \text{б) } \sqrt{3} \cdot \sqrt{27}; \quad \text{в) } \sqrt{10} \cdot \sqrt{30} \cdot \sqrt{3}; \quad \text{г) } \sqrt{20} \cdot \sqrt{70} \cdot \sqrt{14}.$$

334. Периметри росткунҷа 32 см аст. Фарқи тарафҳои ҳамсоя ба 2 см баробар мебошад. Тарафҳои росткунҷаро ёбед.

335. Аз таносуб x -ро ёбед:

$$22,1 : x = 5\frac{2}{3} : 4,2.$$

336. Барои кадом қиматҳои тағйирёбандаи x ифода маъно надорад:

$$а) \frac{2x}{x^2 - 5};$$

$$б) \frac{2-x}{14-x^2}?$$

337. Муодиларо ҳал кунед:

$$5-3(x-2(x-2(x-2)))=2.$$

20. РЕШАИ КВАДРАТӢ АЗ ДАРАҶА

Бигузор m - адади натуралии чуфт аст. Масъалаи ҳисоби ифодаи $\sqrt{a^m}$ -ро дида мебароем. Пеш аз ҳама қайд мекунем, ки аз сабаби чуфт будани m - ин ифода барои ҳар гуна адади ҳақиқии a маъно дорад.

Аввал мисол меорем. $\sqrt{2^6}$ -ро ҳисоб мекунем:

$$\sqrt{2^6} = \sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8.$$

Аз дигар тараф

$$8 = 2^3 = |2|^{\frac{6}{2}} = 2^{\frac{6}{2}}.$$

Пас

$$\sqrt{2^6} = 2^{\frac{6}{2}} = 2^3.$$

Айнан ҳамин тавр $\sqrt{(-3)^4} = \sqrt{81} = 9 = 3^2 = |-3|^{\frac{4}{2}}$.

Дар ҳар дуи ин мисол мебинем, ки натиҷа ба қимати мутлақи ифодаи тахтирешагӣ дар дараҷаи ду қарат кам баробар аст.

Дар намуди умумӣ ин қавоидро исбот мекунем. Нишон медиҳем, ки агар m адади чуфт бошад, он гоҳ айнияти зерин

$$\sqrt{a^m} = |a|^{\frac{m}{2}}. \quad (3)$$

ҷой дорад.

Аз сабаби чуфт будани m , адади $\frac{m}{2}$ натуралӣ аст. Бинобар

ин $|a|^{\frac{m}{2}}$ маъно дорад. Айнияти (3) ҳулосаи айнияти $\sqrt{a^2} = |a|$ аст,

ки мо онро дар п.15 исбот карда будем. Дар ҳақиқат, a^m -ро дар намуди

$$a^m = \left(a^{\frac{m}{2}}\right)^2 = \left(|a|^{\frac{m}{2}}\right)^2$$

тасвир карда, ҳосил мекунем:

$$\sqrt{a^m} = \sqrt{\left(|a|^{\frac{m}{2}}\right)^2} = |a|^{\frac{m}{2}}.$$

Ҳамин тариқ, барои аз дараҷаи нишондиҳандааш ҷуфт баровардани реша ифодаи тахтирешагиро дар намуди квадрати ягон ифода навишта, айнияти (3)-ро истифода кардан кифоя аст.

Истифодаи айнияти (3) дар амалия ҳисоббарориро осон мекунад. Масалан, бевосита ҳисоб кардани қимати ифодаи $\sqrt{7^6}$ вақт ва заҳмати зиёдеро талаб мекунад (ҳисоби 7^6 ва азрешабарории он), ҳол он ки қимат бо истифодаи айнияти (3) даҳонӣ ҳисоб мешавад ва ба 7^3 ё ба 343 баробар аст.

М и с о л и 1. Ифодаи $\sqrt{a^{12}}$ -ро содда мекунем.

a^{12} -ро дар намуди $(a^6)^2$ навишта, аз айнияти (3) истифода мебарем:

$$\sqrt{a^{12}} = \sqrt{(a^6)^2} = |a|^6 = a^6.$$

(Барои a -и дилхоҳ $a^6 \geq 0$ аст, бинобар ин $|a|^6 = a^6$).

М и с о л и 2. Ҳангоми $x < 0$ будан, қимати $\sqrt{x^6}$ -ро меёбем.

Ифодаи x^6 -ро дар намуди $(x^3)^2$ навишта, баъд айнияти (3)-ро истифода карда

$$\sqrt{x^6} = \sqrt{(x^3)^2} = |x|^3$$

-ро ҳосил мекунем. Азбаски $x < 0$ аст, пас $x^3 < 0$ мебошад. Аз ин

сабаб $|x|^3 = (-x)^3 = -x^3$.

Ҳамин тариқ, ҳангоми $x < 0$ будан $\sqrt{x^6} = -x^3$.

М и с о л и з. Қимати решаи $\sqrt{18225}$ -ро меёбем.

Адади 18225-ро дар намуди ҳосили зарби зарбкунандаҳои содда навишта (ниг. инчунин ба мисоли 4-и п. 18), ҳосил мекунем:

$$\sqrt{18225} = \sqrt{3^6 \cdot 5^2} = \sqrt{3^6} \cdot \sqrt{5^2} = \sqrt{(3^3)^2} \cdot 5 = 3^3 \cdot 5 = 27 \cdot 5 = 135.$$

? 1. Айнияти (3)-ро, ки ҳосияти решаи квадратии арифметиқиро аз дараҷа ифода мекунад, бевосита таърифи решаи квадратиро истифода карда исбот намоед. 2. Нишон диҳед, ки айнияти $\sqrt{a^2} = |a|$ ҳолати хусусии айнияти (3) аст.

338. Ифодаро содда намоед:

а) $\sqrt{y^8}$; б) $2\sqrt{a^{20}}$; в) $\sqrt{y^{14}}$, ки дар ин ҷо $y \geq 0$; г) $4\sqrt{a^{10}}$,

ки дар ин ҷо $a \leq 0$ аст.

339. Ифодаро табдил диҳед:

а) $\sqrt{0,25x^4}$; б) $3\sqrt{0,49y^{10}}$, ки дар ин ҷо $y \leq 0$;

в) $\sqrt{0,01a^{36}}$; г) $\sqrt{81e^{18}}$, ки дар ин ҷо $e < 0$ аст.

340. Қимати решаро ёбед:

а) $\sqrt{3^4}$; б) $\sqrt{4^6}$; в) $\sqrt{(-5)^8}$; г) $\sqrt{(-12)^{12}}$.

341. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{2^4 \cdot 6^2}$; б) $\sqrt{4 \cdot 7^4}$; в) $\sqrt{125 \cdot 5^5}$; г) $\sqrt{64 \cdot 4^7}$.

342. Адади тахтирешагиро дар намуди ҳосили зарби зарбкунандаҳо навишта қимати решаро ёбед:

а) $\sqrt{20736}$; б) $\sqrt{50625}$; в) $\sqrt{28224}$; г) $\sqrt{680625}$;

д) $\sqrt{7569}$; е) $\sqrt{8464}$; ж) $\sqrt{27889}$; з) $\sqrt{254016}$.

Машқҳо барои такрор

343. $\sqrt{45}$ аз $\sqrt{5}$ чанд бор калон аст?

344. Барои кадом қимати a муодилаи
 $2(a-2x)=ax+3$

ҳал надорад.

345. Соҳаи муайяни функсияро ёбед:

$$\text{а) } y = \frac{2}{5-x}; \quad \text{б) } y = \frac{4-x}{x(x-2)}.$$

346. Писар ҳоло 8 сола буда, падараш 38 сола аст. Баъди чанд сол падар аз писар се маротиба калон хоҳад шуд?

347. Ҳисоб кунед:

$$\text{а) } \frac{1}{2} + 0,125 - \frac{1}{6}; \quad \text{б) } 6,4 : \frac{80}{3} + \frac{1}{8}.$$

§7. ТАБДИЛДИҲИИ ИФОДАИ ДОРОИ РЕШАИ КВАДРАТӢ

21. АЗ ТАҲТИ АЛОМАТИ РЕША БАРОВАРДАНИ ЗАРБКУНАНДА

Амали аз таҳти аломати реша баровардани зарбкунанда ба хосияти решаи квадратӣ аз хосили зарб (ниг. ба п.18) асос қарда мешавад.

Масалан, бигузор ифодаи $\sqrt{128}$ дода шудааст. Хосияти номбаршударо истифода қарда, ин решаро дар намуди содда тасвир қарда метавонем:

$$\sqrt{128} = \sqrt{64 \cdot 2} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{2} = 8\sqrt{2}.$$

Айнан ҳамин хел:

$$\sqrt{a^3} = \sqrt{a^2 \cdot a} = a\sqrt{a};$$

$$\sqrt{81a^5b^7} = \sqrt{9^2 a^4 a b^6 b} = \sqrt{9^2 a^4 b^6} \cdot \sqrt{ab} = 9a^2 b^3 \sqrt{ab}.$$

Чунин табдилдиҳӣ аз таҳти аломати реша баровардани зарбкунанда ном дорад. Мақсади ин табдилдиҳӣ осон гардонидани ҳисоббаробариҳои зарурӣ мебошад.

Мисоли 1. Ифодаи $\sqrt{48x^7}$ -ро хангоми $x=3$ будан ҳисоб мекунем.

Агар бевосита дар ифода қимати $x=3$ -ро гузорем, он гоҳ

$$\sqrt{48x^7} = \sqrt{48 \cdot 3^7} = \sqrt{48 \cdot 2187} = \sqrt{104976}$$

ва барои ҳосил кардани натиҷа бояд адади шашрақамаро аз реша барорем.

Ҳисоббарорӣ ниҳоят осон мегардад, агар зарбкунандаҳои имконпазиро пешакӣ аз реша барорем:

$$\sqrt{48x^7} = \sqrt{3 \cdot 16 \cdot x^6 \cdot x} = \sqrt{16x^6} \cdot \sqrt{3x} = 4x^3 \sqrt{3x}.$$

Қимати $x=3$ -ро дар қисми рости ин баробарӣ гузошта бо осонӣ меёбем: $\sqrt{48x^7} = 4 \cdot 3^3 \cdot \sqrt{3 \cdot 3} = 4 \cdot 27 \cdot 3 = 324$.

Дар мисолҳои боло ифодаи таҳтирешагиро ба зарбкунандаҳо чудо карда, аз байни онҳо ҳамонҳояшонро, ки нишондиҳандаи дараҷаашон чуфт аст, чудо карда, онҳоро аз реша баровардем. Дар оянда малакаи якбора аз реша баровардани зарбкунандаҳои заруриро ба пешакӣ ба зарбкунандаҳо чудо кардан, пайдо намудан лозим аст.

Мисоли 2.

$$\sqrt{6a^8 b^{13} c^{11}} = a^4 b^6 c^5 \sqrt{6bc}.$$

Ҳамин тарик, барои аз таҳти аломати реша баровардани зарбкунанда кифоя аст, ки нишондиҳандаи ҳар як зарбкунанда ба ду тақсим карда шуда, ҳуди зарбкунанда дар нишондиҳандаи дараҷааш ба бутуни ҳосили тақсим баробар дар пеш аломати реша навишта шавад. Дар зер аломати реша бошад, ҳамон зарбкунанда дар нишондиҳандаи дараҷааш баробар ба бақияи ҳосили тақсим навишта мешавад.

Дар мисоли боло $8:2=4$ (бақия 0); $13:2=6$ (бақия 1); $11:2=5$ (бақия 1).

Барои беҳтар дарк кардани доираи татбиқи амали аз таҳти реша баровардани зарбкунанда боз як мисолро лида мебароем.

Мисоли 3. Ададҳои $\sqrt{72}$ ва $7\sqrt{2}$ -ро муқоиса мекунем.

Азбаски $72=36 \cdot 2=6^2 \cdot 2$, пас $\sqrt{72}=6\sqrt{2}$. Бинобар ин $\sqrt{72} < 7\sqrt{2}$.

Эзоҳ. Мо дар ҳисоббарориҳои боло тағйирёбандаҳоро мусбат ҳисоб карда, баробариҳои лозимиро ҳосил кардем.

Масалан, баробари $\sqrt{a^2v}=a\sqrt{v}$ танҳо ҳангоми $a \geq 0$ ва $v \geq 0$ будан дуруст аст. Рафту агар $a < 0$ бошад, он гоҳ мувофиқи п. 15:

$$\sqrt{a^2v} = -a\sqrt{v}.$$

? 1. Баробариеро, ки ҳосияти решаи квадратиро аз ҳосили зарб ифода мекунад нависед. 2. Тарзи истифодаи айнtimer $\sqrt{a^2} = |a|$ -ро ҳангоми аз аломати реша баровардани зарбкунада бо мисолҳои мушаххас нишон диҳед. 3. Қоидаи умумии аз тахти аломати реша бароварданро ҳонед ва онро бо мисол шарҳ диҳед.

348. Зарбкунадаро аз тахти аломати реша бароред:

а) $\sqrt{18}$; б) $\sqrt{32}$; в) $\sqrt{48}$; г) $\sqrt{175}$;

д) $\sqrt{108}$; е) $\sqrt{800}$; ж) $\sqrt{845}$; з) $\sqrt{1250}$.

349. Дар намуди ҳосили зарби адади бутун ва реша нависед:

а) $\sqrt{20}$; б) $-\sqrt{98}$; в) $\sqrt{300}$; г) $-\sqrt{250}$;

д) $\sqrt{72}$; е) $-\sqrt{44}$; ж) $\sqrt{180}$; з) $\sqrt{363}$.

350. Зарбшавандаро аз тахти аломати реша бароред ва ифодаи ҳосилшударо содда кунед (бо ҳарфҳои ададҳои мусбат ишорат шудаанд):

а) $0,3\sqrt{75}$; б) $0,9\sqrt{300}$; в) $-0,4\sqrt{96}$; г) $\frac{1}{a}\sqrt{75a^2}$;

$$\text{д) } \frac{1}{y} \sqrt{48y^5}; \quad \text{е) } \frac{1}{a} \sqrt{3a^4}; \quad \text{ж) } \frac{1}{m} \sqrt{4m^6}; \quad \text{з) } \sqrt[3]{\frac{25a}{b^2x^2}}.$$

351. Ифодаро содда кунед (кимати тағйирёбандаҳо мусбатанд):

$$\text{а) } p \sqrt{\frac{p^4}{3m^2}}; \quad \text{б) } \frac{1}{2} \sqrt{8(x^2 + 2xy + y^2)};$$

$$\text{в) } \frac{1}{a+b} \sqrt{(a+b)^2}; \quad \text{г) } \frac{b}{3(a-b)} \sqrt{\frac{12(a^2 - 2ab + b^2)}{b^2}}, (a > b).$$

352. Зарбкунандаро аз таҳти аломати реша бароред:

$$\text{а) } \sqrt{16a^2b^2}, \text{ агар } a < 0, b > 0; \quad \text{б) } \sqrt{25a^2b^3}, \text{ агар } a > 0, b > 0;$$

$$\text{в) } \sqrt{2a^3b^3}, \text{ агар } a < 0, b < 0; \quad \text{г) } \sqrt{24a^4b^3}, \text{ агар } a < 0, b > 0$$

бошад.

353. Зарбкунандаро аз таҳти аломати реша бароред:

$$\text{а) } \sqrt{5x^2}, \text{ дар ин чо } x \geq 0; \quad \text{б) } \sqrt{6y^2}, \text{ дар ин чо } y < 0;$$

$$\text{в) } \sqrt{x^5}; \quad \text{г) } \sqrt{a^9}; \quad \text{д) } \sqrt{25y^7}; \quad \text{е) } \sqrt{\frac{2}{9}x^3}.$$

354. Зарбкунандаро аз таҳти аломати реша бароред:

$$\text{а) } \sqrt{48a^2}, \text{ дар ин чо } a \leq 0; \quad \text{б) } \sqrt{27b^6}, \text{ дар ин чо } b < 0;$$

$$\text{в) } \sqrt{50a^4}; \quad \text{г) } \sqrt{9a^8}; \quad \text{д) } \sqrt{12x^{13}}; \quad \text{е) } \sqrt{2x^{20}}.$$

355. Барои кадом қимати x баробарӣ дуруст аст:

$$\text{а) } \sqrt{7x^2} = -x\sqrt{7}; \quad \text{б) } \sqrt{12x^2} = 2x\sqrt{3}.$$

356. Муқоиса кунед:

$$\text{а) } 3\sqrt{3} \text{ ва } \sqrt[3]{12}; \quad \text{б) } \sqrt{20} \text{ ва } 3\sqrt{5};$$

$$\text{в) } \sqrt{351} \text{ ва } 3 \cdot \sqrt{38}; \quad \text{г) } \sqrt{24} \text{ ва } \frac{1}{3} \sqrt{216} \text{ -ро.}$$

357. Ададхоро бо тартиби афзуншавиашон ҷойгир намоед:

а) $3\sqrt{120}, \sqrt{480}, 2\sqrt{30}, \frac{1}{2}\sqrt{1440}$; б) $6\sqrt{2}, \sqrt{58}, 3\sqrt{7}, 2\sqrt{14}$.

Машқҳо барои такрор

358. Алӣ дар се рӯз 144 кг пахта чинд. Пахтаи дар рӯзи дуюм чиндаи ӯ нисбати рӯзи якум 12 кг зиёдтар буда, дар рӯзи

сеюм ба $\frac{5}{7}$ ҳиссаи дар рӯзи аввал чиндашуда баробар аст. Алӣ

ҳар рӯз чанд кило пахта чиндааст?

359. Ифодаро содда кунед:

а) $\left(\frac{x}{x+1} + 1\right) : \left(1 - \frac{x}{x+1}\right)$; б) $\left(m+1 + \frac{1}{-1+m}\right) : \left(m - \frac{m^2}{m-1}\right)$.

360. Якаъзогиро дар намуди стандартӣ нависед:

а) $16ac(0,5)a(0,25b)$; б) $0,1a^2x(-5)bc^22ac$.

361. Барои кадом қимати a суммаи ифодаҳои $\frac{5-11a}{7}$ ва

$\frac{3a+22}{2}$ аз ифодаи $\frac{-2-5a}{3}$ ду бор зиёд аст.

22. БА ТАҲТИ АЛОМАТИ РЕША ДАРОВАРДАНИ ЗАРБКУНАНДА

Баъзан зарбкунандаи дар назди аломати реша бударо ба таҳти реша даровардан ғоиданок аст.

Ба мисоли 3-и пункти пешина бармегардем. Адади 7-ро бо $\sqrt{49}$ иваз карда, мувофиқи ҳосияти ҳосили зарби решашо ҳосил мекунем:

$$7\sqrt{2} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{49 \cdot 2} = \sqrt{98}.$$

Азбаски $72 < 98$ аст, пас мувофиқи хосияти II-и п.14 $\sqrt{72} < \sqrt{98}$ мебошад. Ҳамин тариқ, $7\sqrt{2} > \sqrt{72}$ аст.

Баробарии $7\sqrt{2} = \sqrt{98}$ нишон медиҳад, ки зарбкунанда 7 ба тахти реша дароварда шудааст. Айнан мисли мисоли овардашуда:

$$3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{45}; \quad a^3\sqrt{2a} = \sqrt{a^6 \cdot 2a} = \sqrt{2a^7} \quad (a \geq 0).$$

Ин мисолҳо нишон медиҳанд, ки *барои ба тахти реша даровардани зарбкунандаи мусбат кифоя аст, ки квадрати он ба ифодаи тахтирешагӣ зарб карда шавад.*

Акнун ҳолати манфӣ будани зарбкунандаро дида мебароем.

М и с о л. Дар ифодаи $-3\sqrt{x}$ зарбкунандаро ба тахти аломати реша мебарорем.

Ба намуди решаи квадратии арифметикӣ навиштани зарбкунандаи манфии -3 имконнопазир аст. Бинобар ин имконияти ба тахти аломати реша даровардани -3 вучуд надорад. Аммо дар ифодаи $-3\sqrt{x}$ зарбкунандаи мусбати 3 -ро ба тахти аломати реша даровардан мумкин аст:

$$-3\sqrt{x} = (-1) \cdot 3\sqrt{x} = (-1) \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{x} = -\sqrt{9x}.$$

Умуман,

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}, \quad \text{агар } a \geq 0$$

ва

$$a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2 b}, \quad \text{агар } a < 0 \text{ бошад.}$$

? 1. Қоидаи умумии ба тахти аломати реша дароварданро хонед ва онро бо мисолҳо шарҳ диҳед. 2. Ҳангоми манфӣ будани зарбкунанда амали ба тахти реша даровардан чӣ гуна иҷро карда мешавад?

362. Зарбкунандаро ба тахти аломати реша дароред:

- а) $2\sqrt{2}$; б) $3\sqrt{3}$; в) $4\sqrt{10}$; г) $5\sqrt{x}$;

д) $10\sqrt{a}$; е) $4\sqrt{2v}$; ж) $10\sqrt{0,03}$; з) $6\sqrt{c}$.

363. Зарбкунандаи мусбатро ба тахти аломати реша дароред:

а) $-3\sqrt{2}$; б) $-5\sqrt{7}$; в) $-0,2\sqrt{a}$; г) $-7\sqrt{b}$.

364. Бо назардошти мусбат будани зарбкунанда, онро ба тахти аломати реша дароред:

а) $a\sqrt{2}$; б) $x\sqrt{\frac{1}{x}}$; в) $a\sqrt{a}$; г) $2v\sqrt{2c}$;

д) $(a+1)\sqrt{a}$; е) $\frac{1}{x^3}\sqrt{5x^7}$; ж) $xy\sqrt{\frac{x}{y}}$; з) $(a+v)\sqrt{\frac{1}{a+v}}$.

365. Маълум, ки қимати тағйирёбандаҳо мусбатанд. Зарбкунандаи мусбатро ба тахти аломати реша дароред:

а) $-3m\sqrt{a}$; б) $-a\sqrt{3}$; в) $-v\sqrt{c}$; г) $-2xy\sqrt{\frac{x}{2y}}$.

366. Қимати ифодаҳо ро муқоиса намоед:

а) $2\sqrt{3}$ ва $3\sqrt{2}$; б) $2\sqrt{45}$ ва $4\sqrt{20}$; в) $4\sqrt{5}$ ва $3\sqrt{7}$;

г) $5\sqrt{7}$ ва $7\sqrt{5}$; д) $12\sqrt{20}$ ва $13\sqrt{15}$; е) $5\sqrt{3}$ ва $6\sqrt{2}$.

367. Ададҳо ро ба тартиби афзуншавиашон ҷойгир намоед:

а) $2\sqrt{6}$, $\sqrt{21}$, $3\sqrt{2}$, $2\sqrt{5}$; б) $6\sqrt{2}$, $\sqrt{62}$, $3\sqrt{7}$, $2\sqrt{13}$.

Машқҳо барои таҷриба

368. Суръати мошин 45 км/соат аст. Дар 45 дақиқа вай кадом масофаро тай мекунад?

369. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{6x+7}{7} - 3 = \frac{5x-3}{8}$; б) $\frac{x-4}{5} = 9 + \frac{2x-4}{9}$.

370. Тақсимро иҷро намоед:

$$а) \frac{a^2 - 25}{a^2 - 3a} : \frac{a + 5}{a^2 - 9};$$

$$б) \frac{3n^2 - 3m^2}{n^2 + np} : \frac{-6n + 6m}{n + p}.$$

371. Як тарафи росткунча аз тарафи дигараш 31 см хурд аст. Агар тарафи хурдро се маротиба зиёд ва тарафи калонро ду маротиба хурд кунем, он гоҳ росткунҷаи периметраш ба 360 см баробар ҳосил мешавад. Тарафҳои росткунҷаро ёбед.

23. АЗ ИРРАТСИОНАЛӢ ОЗОД КАРДАНИ СУРАТ Ё МАХРАҶИ КАСР

Т а ъ р и ф. Ифодаи дорон решаи квадратиرو ифодаи ирратсионалӣ меноманд. Масалан, ифодаҳои $2\sqrt{3}$, $\sqrt{24}$, $a\sqrt{a}$,

$\sqrt{\frac{a}{x+y}}$ ва ғайра ифодаҳои ирратсионалианд.

Қайд кардан ба маврид аст, ки мафҳумҳои «адади ирратсионалӣ» ва «ифодаҳои ирратсионалӣ» иҷзҳои гуногунро ифода мекунанд. Фарқияти ин мафҳумҳоро дар мисолҳои зерин дидан мумкин аст:

1) $\sqrt{a+b}$ ифодаи ирратсионалӣ аст, вале қиматҳои он ҳам ирратсионалӣ (масалан, ҳангоми $a=1$, $b=2$ будан) ва ҳам ратсионалӣ (масалан, ҳангоми $a=5$, $b=11$ будан) шуда метавонанд.

2) $\sqrt{2}$ ҳам ифодаи ирратсионалӣ ва ҳам адади ирратсионалӣ аст.

3) $\sqrt{16}$ ифодаи ирратсионалӣ буда, адади ратсионалӣ аст.

Агар махраҷи каср ифодаи ирратсионалӣ набошад (ин гуна ифодаро ирратсионалии бутун меноманд), он гоҳ ҳисоб кардани қиматаш осонтар аст.

Ба ифодаи бутуни ирратсионалӣ табдил додани касри ирратсионалиро амали аз ирратсионалӣ озод кардани махраҷ меноманд. Тарзҳои чунин озодкуниро дида мебароем:

1. Махрачи каср якаъзогии ирратсионалӣ аст, яъне ифода намуди $\frac{a}{\sqrt{b}}$ -ро дорад. Сурат ва махрачи касрро бо \sqrt{b} зарб карда (мувофиқи хосияти асосии каср аз ин қимати каср тағйир намеёбад), ҳосил мекунем:

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a\sqrt{b}}{b}.$$

Айнан ҳамин тавр,

$$\frac{a}{\sqrt{a}} = \frac{a\sqrt{a}}{(\sqrt{a})^2} = \frac{a\sqrt{a}}{a} = \sqrt{a}; \quad \frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2 \cdot 5} = \frac{3\sqrt{5}}{10} = 0,3\sqrt{5}.$$

2. Махрачи каср аз суммаи (фарқи) якаъзогиҳои ирратсионалӣ иборат аст. Дар ин ҳолат сурат ва махрачи касрро бо ифодаи махсуси интиҳобшуда зарб мекунамд.

Масалан, агар махрач аз дуаъзогии намуди $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ ё $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ иборат бошад, он гоҳ бо ифодаи ҳамроҳшуда $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ ё $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ зарб мекунамд.

М и с о л и 1. Махрачи ифодаи ирратсионалии $\frac{5}{\sqrt{7} + \sqrt{2}}$ -ро аз ирратсионалӣ озод мекунем. ✓

Барои ин сурат ва махрачи касрро бо адади ҳамроҳшуда $\sqrt{7} - \sqrt{2}$ зарб карда, аз формулаи зарби мухтасар $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ истифода мебарем:

$$\begin{aligned} \frac{5}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} &= \frac{5(\sqrt{7} - \sqrt{2})}{(\sqrt{7} + \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2})} = \frac{5(\sqrt{7} - \sqrt{2})}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{5(\sqrt{7} - \sqrt{2})}{7 - 2} = \sqrt{7} - \sqrt{2}. \checkmark \end{aligned}$$

М и с о л и 2. Махрачи касри $\frac{2}{2-\sqrt{3}}$ -ро аз ирратсионалӣ озод мекунем:

озод мекунем:

$$\frac{2}{2-\sqrt{3}} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{2^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{4-3} = 2(2+\sqrt{3}).$$

Сурати ифодаи ирратсионалӣ айнан мисли махраҷ аз ирратсионалӣ озод карда мешавад. Масалан,

$$\frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{5}{2\sqrt{5}};$$

$$\frac{1-\sqrt{6}}{2} = \frac{(1-\sqrt{6})(1+\sqrt{6})}{2(1+\sqrt{6})} = \frac{1^2-(\sqrt{6})^2}{2(1+\sqrt{6})} = -\frac{5}{2(1+\sqrt{6})}.$$



1. Чӣ гуна ифодаро ирратсионалӣ меноманд? 2. Магар мафҳумҳои «адади ирратсионалӣ» ва «ифодаи ирратсионалӣ» як чизро муайян мекунад? Ҷавобхоро бо мисолҳо фаҳмонед. 3. Гарзҳои аз сурат ё махраҷи каср озод кардани ирратсионалиро номбар кунед.

372. Махраҷи касрро аз ирратсионалӣ озод кунед:

а) $\frac{1}{\sqrt{3}}$;

б) $\frac{2}{\sqrt{6}}$;

г) $\frac{4}{\sqrt{5}}$;

г) $\frac{5}{3\sqrt{2}}$;

д) $\frac{3}{\sqrt{7}}$;

е) $\frac{2}{7\sqrt{8}}$;

ж) $\frac{8}{\sqrt{6}}$;

з) $\frac{10}{3\sqrt{5}}$;

и) $\frac{5}{4\sqrt{15}}$.

373. Махраҷи касрро ба ифодаи бутун гардонед:

а) $\frac{m}{\sqrt{p}}$;

б) $\frac{a}{b\sqrt{a}}$;

в) $\frac{3}{5\sqrt{c}}$;

г) $\frac{1}{\sqrt{xy}}$.

374. Махраҷро аз ирратсионалӣ озод намоед:

$$\text{а) } \frac{1}{2+\sqrt{3}}; \quad \text{б) } \frac{1}{3-\sqrt{7}}; \quad \text{в) } \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}};$$

$$\text{г) } \frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}; \quad \text{д) } \frac{5}{\sqrt{10}-\sqrt{5}}; \quad \text{е) } \frac{7}{1+2\sqrt{2}}.$$

375. Махрачи касрро аз ирратсионалӣ озод кунед:

$$\text{а) } \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}; \quad \text{б) } \frac{a}{\sqrt{a}+\sqrt{e}}; \quad \text{в) } \frac{x}{x+\sqrt{y}}; \quad \text{г) } \frac{e}{a-\sqrt{e}}.$$

376. Сурати касрро аз ирратсионалӣ озод кунед:

$$\text{а) } \frac{2\sqrt{2}}{5}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{3}}{7}; \quad \text{в) } \frac{2\sqrt{5}}{9};$$

$$\text{г) } \frac{3\sqrt{6}}{8}; \quad \text{д) } \frac{2\sqrt{a}}{3}; \quad \text{е) } \frac{\sqrt{e}}{\sqrt{3}}.$$

377. Суратро аз ирратсионалӣ озод кунед:

$$\text{а) } \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{3}; \quad \text{в) } \frac{\sqrt{a}-1}{2};$$

$$\text{г) } \frac{2+\sqrt{e}}{3}; \quad \text{д) } \frac{\sqrt{a}-\sqrt{e}}{3}; \quad \text{е) } \frac{\sqrt{a}+\sqrt{e}}{4}.$$

Машқҳо барои тақрор

378. Қимати $\sqrt{15}$ -ро бо сахҳии то 0,1 бо норасой ва барзиёди ёбед.

379. Муодиларо ҳал намоед:

$$\text{а) } x^2-11=0; \quad \text{б) } x^2+3=0; \quad \text{в) } (x+2)^2=1; \quad \text{г) } (x-3)^2=5.$$

380. Алӣ то Душанбе аспсавор 20 км-ро бо суръати 8 км/соат тай намуда, баъд ба қатора, ки суръаташ 6 маротиба зиёд аст, савор шуда 160 км роҳ рафт. Алӣ чанд соат дар роҳ буд?

381. Кадоми ин баробариҳо аиният аст:

$$\text{а) } a-e=e-a; \quad \text{б) } (a-e)^2=(e-a)^2; \quad \text{в) } |a^2+8|=a^2+8;$$

$$\text{г) } (a-e)^3=(e-a)^3; \quad \text{д) } |a|=a; \quad \text{е) } |a^2-5|=a^2-5?$$

382. Аз таносуб x -ро ёбед:

$$0,03 : x = 2\frac{2}{3} : 1\frac{7}{9}.$$

24. ТАБДИЛДИҲИИ АЙНИЯТИИ ИФОДАҲОИ ИРРАТСИОНАЛӢ

Мо якчанд табдилдиҳиҳои айниятии ифодаҳои ирратсионалиро (ифодаҳое, ки дорои решаҳои квадратианд) дида баромадем. Табдилдиҳиҳои решаҳо аз ҳосили зарб, аз каср ва аз дараҷа, зарбу тақсими решаҳо, аз таҳти реша баровардани зарбкунанда, ба таҳти реша даровардани зарбкунанда, аз ирратсионалӣ озод кардани сурат ё махраҷи каср аз қабилӣ онҳоанд. Акнун мисолҳои дигари табдилдиҳиҳои айниятии ифодаҳои ирратсионалиро дида мебароем.

Мисоли 1. Ифодаи $3\sqrt{45a} - \sqrt{125a} + \sqrt{80a}$ -ро сода мекунем.

Аз ифодаи $\sqrt{45a}$ адади 3, аз ифодаи $\sqrt{125a}$ адади 5 аз ифодаи $\sqrt{80a}$ адади 4-ро аз таҳти аломати реша бароварда, ҳосил менамоем:

$$3\sqrt{45a} - \sqrt{125a} + \sqrt{80a} = 9\sqrt{5a} - 5\sqrt{5a} + 4\sqrt{5a} = (9 - 5 + 4)\sqrt{5a} = 8\sqrt{5a}.$$

Мисоли 2. Ҳосили зарби

$$(3\sqrt{5} - 6\sqrt{2})(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})$$

-ро табдил медиҳем.

Ҳар як аъзои суммаи якумро ба ҳар як аъзои суммаи дуюм зарб намуда, ҳосил мекунем:

$$\begin{aligned} (3\sqrt{5} - 6\sqrt{2})(\sqrt{5} + 2\sqrt{2}) &= 3(\sqrt{5})^2 - 6\sqrt{2}\sqrt{5} + 6\sqrt{5}\sqrt{2} - 12(\sqrt{2})^2 = \\ &= 3 \cdot 5 - 6\sqrt{10} + 6\sqrt{10} - 12 \cdot 2 = 15 - 24 = -9. \end{aligned}$$

Мисоли 3. Касри $\frac{x^2 - 5}{x - \sqrt{5}}$ -ро ихтисор мекунем.

Азбаски $5 = (\sqrt{5})^2$ аст, пас сурати касри мазкурро дар намуди фарқи квадратҳои ду ифода навиштан мумкин аст:

$$\frac{x^2 - 5}{x - \sqrt{5}} = \frac{x^2 - (\sqrt{5})^2}{x - \sqrt{5}} = \frac{(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})}{x - \sqrt{5}} = x + \sqrt{5}.$$

383. Ифодаро содда кунед:

а) $\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}$; б) $\sqrt{\frac{8}{9} - \frac{1}{3}}$; в) $\frac{2}{x} \sqrt{x^3 y}$; г) $xy \sqrt{\frac{1}{xy}}$.

384. Ҷамъ ва тарҳро иҷро кунед:

а) $3\sqrt{5a} - \sqrt{20a} + 4\sqrt{45a}$; б) $\sqrt{9a} - \sqrt{25a} + \sqrt{36a}$;
 в) $\sqrt{36n} - \sqrt{64n} + \sqrt{81n}$; г) $\sqrt{16a} - \sqrt{49a} + \sqrt{4a}$;
 д) $\sqrt{5a} - 2\sqrt{20a} - 3\sqrt{80a}$; е) $-\sqrt{252a} - \sqrt{7a} + \sqrt{343a}$.

385. Ифодаро содда намоед:

а) $3\sqrt{18} + 2\sqrt{8} - \sqrt{50}$; б) $\sqrt{12} - 2\sqrt{27} - 3\sqrt{75}$;
 в) $5\sqrt{8} - \frac{1}{2}\sqrt{2} - 2\sqrt{18}$; г) $2\sqrt{8} + 0,5\sqrt{32} - \frac{1}{3}\sqrt{18}$;
 д) $\sqrt{200} - \frac{1}{2}\sqrt{32} + 2\sqrt{72}$; е) $\frac{1}{2}\sqrt{128} + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{32}$.

386. Амалҳоро иҷро кунед:

а) $(\sqrt{12} + \sqrt{15}) \cdot \sqrt{3}$; б) $\sqrt{5} \cdot (2\sqrt{5} + \sqrt{8})$;
 в) $(4\sqrt{3} - 2\sqrt{6}) \cdot 2\sqrt{3}$; г) $1 - 0,1\sqrt{5} \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{20})$;
 д) $(\sqrt{14} - 2\sqrt{35}) \cdot \frac{1}{7}\sqrt{7} + \sqrt{20}$; е) $(\sqrt{12} + 2\sqrt{18})\sqrt{2} - \sqrt{96}$.

387. Зарбро иҷро намоед:

а) $(1 + 3\sqrt{2})(1 - 2\sqrt{2})$; б) $(3 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})$;

$$\begin{array}{ll} \text{в)} (2\sqrt{2} - \sqrt{3})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}); & \text{г)} (\sqrt{5} - \sqrt{8})(\sqrt{5} - 3\sqrt{2}); \\ \text{д)} (5 - 2\sqrt{3})(6 + 5\sqrt{3}); & \text{е)} (3\sqrt{2} + 5\sqrt{3})(8\sqrt{3} - 3\sqrt{2}). \end{array}$$

388. Формулаҳои зарби мухтасарро истифода карда, амалҳоро иҷро кунед:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}); & \text{б)} (\sqrt{x} + y)(\sqrt{x} - y); \\ \text{в)} (\sqrt{8} - \sqrt{6})(\sqrt{8} + \sqrt{6}); & \text{г)} (1 + 2\sqrt{3})^2; \\ \text{д)} (\sqrt{2} - 1)^2; & \text{е)} (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2. \end{array}$$

389. Амалҳоро иҷро кунед:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \sqrt{60} + (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2; & \text{б)} (\sqrt{14} - 3\sqrt{2})^2 + 6\sqrt{28}; \\ \text{в)} (\sqrt{3} + 1)^2 - 2\sqrt{12}; & \text{г)} \sqrt{108} + (2\sqrt{3} - 1)^2; \\ \text{д)} (\sqrt{2} - 2)^2 - \sqrt{8}; & \text{е)} 20 - (\sqrt{8} + \sqrt{2})^2. \end{array}$$

390. Ифодаҳо содда кунед:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} (2 - \sqrt{3})^2 (\sqrt{3} + 2)^2; & \text{б)} (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2; \\ \text{в)} (\sqrt{5} + \sqrt{17})^2 - (\sqrt{13} + \sqrt{11})(\sqrt{11} - \sqrt{13}); & \\ \text{г)} (\sqrt{11} - \sqrt{7})(\sqrt{7} + \sqrt{11}) - (\sqrt{13} + \sqrt{3})^2. & \end{array}$$

391. Амалҳоро иҷро кунед:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} (\sqrt{a} + \sqrt{2})^2; & \text{б)} (\sqrt{5} - \sqrt{x})^2; \\ \text{в)} (\sqrt{2} + \sqrt{18})^2 - 32; & \text{г)} \sqrt{50} + (5 - \sqrt{2})^2. \end{array}$$

392. Формулаи фарқи квадратҳоро истифода карда, ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед:

$$\begin{array}{llll} \text{а)} x^2 - 6; & \text{б)} 7 - a^2; & \text{в)} 4x^2 - 3; & \text{г)} 10 - 25a; \\ \text{д)} x - 2, \text{ дар ин ҷо } x \geq 0; & \text{е)} a - b, \text{ дар ин ҷо } a > 0 \text{ ва } b > 0 \text{ аст.} & & \end{array}$$

393. Ифодаро ба зарбкунандаҳо чудо намоед:

- а) $2 + \sqrt{2}$; б) $3 - 2\sqrt{3}$; в) $\sqrt{x} + x$; г) $\sqrt{a} - \sqrt{2a}$;
д) $\sqrt{22} - \sqrt{11}$; е) $a - 3\sqrt{a}$; ж) $\sqrt{55} - \sqrt{22}$; з) $\sqrt{2m} + \sqrt{7m}$.

394. Касрро ихтисор намоед:

- а) $\frac{a^2 - 6}{a - \sqrt{6}}$; б) $\frac{x - 4}{\sqrt{x} + 2}$; в) $\frac{a + \sqrt{2}}{2 - a^2}$;
г) $\frac{1 - \sqrt{x}}{x - 1}$; д) $\frac{a - в}{\sqrt{в} - \sqrt{a}}$; е) $\frac{3\sqrt{x} - 2\sqrt{y}}{9x - 4y}$;
ж) $\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}$; з) $\frac{\sqrt{8} - 8}{\sqrt{8} - 1}$; и) $\frac{2 + \sqrt{a}}{2\sqrt{a} + a}$.

395. Касрро ихтисор кунед:

- а) $\frac{x^2 - 3}{x + \sqrt{3}}$; б) $\frac{\sqrt{2} - a}{2 - a^2}$; в) $\frac{\sqrt{x} - 3}{9 - x}$;
г) $\frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$; д) $\frac{\sqrt{56} + \sqrt{14}}{\sqrt{14}}$; е) $\frac{4\sqrt{5} - 5}{3\sqrt{5}}$;
ж) $\frac{\sqrt{2a} - \sqrt{2в}}{3\sqrt{a} - 3\sqrt{в}}$; з) $\frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$; и) $\frac{a\sqrt{a} + a}{a + \sqrt{a}}$.

Машқҳо барои такрор

396. Ифодаи $\frac{4 - x^2}{3x} \cdot \frac{9x}{x^2 + 2x + 4}$ -ро содда карда,

қиматашро ҳангоми $x = -1,5$ будан ҳисоб кунед.

397. Барои 5 м атлас ва 4 м шоҳӣ 50 сомонӣ доданд. Баъди 25% арзон шудани атлас ва 15% арзон шудани шоҳӣ барои 6 м

атлас ва 5 м шоҳӣ 48 сомонию 25 дирам доданд. Як метри атлас ва як метри шоҳӣ то арзоншавӣ чанд сомонӣ меистод?

398. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{25^3 \cdot 14^2}{49 \cdot 10^6}$;

б) $\frac{36^3 \cdot 15^2}{18^4 \cdot 10^3}$.

399. Масъалаҳои зерини Муҳаммад ал-Хоразмиро (787-850) ҳал кунед:

а) Фарқи ду адад ба ду баробар аст. Нисбати дуомаш бар якумаш бошад -ба адади ба 2 баръакс. Ин ададҳоро ёбед.

б) Ду ададро ёбед, агар маълум бошад, ки суммаи онҳо 10 ва нисбаташон 4 аст.

400. Қавсҳоро кушоед:

а) $-(-x)-(-y)$;

б) $x-(-(-y))$.

Маълумоти таърихӣ

а) Доир ба ададҳои ҳақиқӣ. Адад, ки яке аз мафҳумҳои асосии математика аст, дар замони хеле қадим пайдо шудааст. Зарурияти чен ва тақсим кардани бузургиҳо боиси пайдоиши мафҳуми ададҳои касрӣ мусбат гардид, ки он ҳамчун ҳолати хусусӣ ададҳои натуралӣро низ дарбар мегирифт. Баъд аз амалияи ҳалли муодилаҳо ва талаботҳои назарияи мафҳуми ададҳои манфӣ ба миён омад. Ададҳои мусбату манфӣ имконият медоданд, ки бузургиҳои самтдор (харорат, вақт) чен карда шаванд.

Дар натиҷаи чунин таҳаввулот маҷмӯи ададҳои ратсионалӣ пайдо шуд, ки он аз ададҳои мусбат, касрӣ ва нул иборат аст. Дархостҳои нави амалия ва илм талаб мекарданд, ки мафҳуми адад васеъ карда шавад. Ҷанӯз дар асри V-и пеш аз милод дар Юнони қадим дар мактаби илмии Пифагор (580-500 пеш аз милод) шогирдаш Гиппас Метапонский нишон дод, ки ададҳои ратсионалӣ барои чен кардани дарозии ҳар гуна порча кифоя нестанд. Дигар ҳел гӯем, бузургии вучуд дорад, ки он бо адади ратсионалӣ ифода намешавад. Масалан, диагонали квадрати воҳидӣ (ниг. ба п.12), тарафи квадрате, ки масоҳаташ ба 2 баробар аст, нисбати дарозии давра ба диаметр ва ҳоказо. Ин гуна ададҳои номи ирратсионалӣ, яъне гайриратсионалӣро

гирифтанд. Дертар Таътег (асри IV пеш аз милод) аз Афина нишон дода, ки \sqrt{n} барои ҳар гуна адади бутуни n , ки квадрати пурра нест, адади ирратсионалӣ мебошад.

Математикҳои Ҳиндустон, Шарқи Миёна ва Наздик, дертар Аврупо низ бузургҳои ирратсионалиро ҳамчун объектҳои баробарҳукуки алгебра дар ҳисоббарориҳо истифода мебарданд. Бар замми ин бисёри онҳо дар ин чода ба натиҷаҳои назариявии назаррас ҳам ноил шудаанд. Бузургтарин олими дунё дар соҳаи имлҳои дақиқи нимаи дуҷуми асри XI Умари Хаём (1048-1131) дар асари худ «Рисола фӣ шарҳ мо ашкола мин мусодарот китоб-ил-Уқлидус», ки соли 1077 дар ш.Исфаҳон чоп шуда, ба шарҳи мушкilotҳои комилтарин асари математикии Юнони қадим «Ибтидо»-и Уқлидус (365-300 пеш аз милод) бахшида шудааст, мафҳуми васеътари адад, ки адади ирратсионалиро низ фаро мегирад, пешниҳод кардааст. Дар ин асар аввалин бор доир ба бефосилагии (муттасилии) маҷмӯи ададҳои ҳақиқии мусбат ақидаҳо оварда шудаанд. Минбаъд ин ақидаҳо аз тарафи бузургтарин математики асри XIII Насируддини Тусӣ (1201-1274), математики италёӣ Рафаэл Бомбелли (асри XVI) ва ҳоландӣ Симон Стевин (1548-1620) инкишоф дода шудаанд.

Қасрҳои даҳиро дар илм Ғиёсиддини Қошонӣ (соли реҳлаташ 1436), ки ҳамроҳи Улуғбек дар расадхонаи Самарқанд кор мекард, дар китоби худ «Қалиди арифметика» соли 1427 дохил кардааст. Вай ин қасрҳоро барои аниқтар ҳисоб қардани қимати решаҳо истифода мекард. Қасрҳои даҳӣ дар Аврупо соли 1585 аз тарафи С.Стевин аз нав кашф қарда шудаанд. Ў нишон дод, ки ҳар як адади ҳақиқиро то саҳеҳии дилхоҳ бо қасри даҳӣ наздик қардан мумкин аст. Пайдоиши асари «Геометрия»-и Рене Декарт (1596-1650), ки бунёдгари методи координата аст, боиси пурра эътироф қардани ададҳои ирратсионалӣ гардид. Декарт ҳар як адади ратсионалӣ ё ирратсионалиро дар хати рости координатавӣ бо нуқта тасвир мекард ва баръакс, ҳар як нуқтаи хати рости координатавиро ҳамчун ягон адади ратсионалӣ ё ирратсионалӣ, яъне адади ҳақиқӣ ҳисоб мекард.

Бо ҳамин ададҳои ҳақиқӣ тамоми хати рости координатавиро пур қарданд ва бефосилагӣ ё муттасилии

мачмӯи ададҳои ҳақиқӣ амалан дарк карда шуд. Ин аст, ки дар бисёр нишондодҳои таълимӣ муосир таърифи адади иррационалӣ ба ғояҳои Кошонӣ, Стевин ва Декарт доир ба мавҷудияти имконияти адади матлубро бо саҳеҳии дилхоҳ ба адади ратсионалӣ наздик кардан асос қарда мешавад.

Адади дилхоҳи ҳақиқиро дар намуди касри даҳии беохир (даврий ё ғайридаврий) ифода кардан мумкин аст. Дар асри XVIII Л.Эйлер (1707-1783) ва И.Ламберт (1728-1777) нишон доданд, ки ҳар гуна касри даҳии даврии беохир адади ратсионалӣ аст. Аз ин ҷо бармеояд, ки касри даҳии ғайридаврии беохир, адади иррационалӣ мебошад. Математики немис Карл Вейерштрасс (1815-1897) назарияи ададҳои ҳақиқиро ҳамчун касрҳои даҳии беохир пешниҳод намуд. Аммо арифметикақунонии тахлили математикӣ (бе истифодаи усулҳои геометрӣ), ки дар асри XIX чорӣ шуда буд, масъалаи ҷиддан асоснок кардани бефосилагии ададҳои ҳақиқиро ба миён овард. Ҳалли пурраи ин масъала дар асари математики немис Рихард Дедекин (1831-1916) «Бефосилагӣ ва ададҳои иррационалӣ», ки аз 21 саҳифа иборат буда, соли 1872 нашр шудааст, оварда мешавад. Бо дохил кардани аксиомаи бефосилагӣ, ки овардани он дар ин ҷо имкон нест, Дедекин тавонист, ки назарияи пурраи ададҳои ҳақиқиро пешниҳод кунад.

б) **Доир ба решаҳои квадратӣ.** Талабот ба дараҷабардорӣ ва аз реша баровардани адад мисли чор амали дигари арифметикӣ аз амалияи одамон ба миён омада буд. Дар қатори масъалаи ҳисоб кардани масоҳати квадрати тарафаш маълум, масъалаи баръакс, ёфтани тарафи квадрати масоҳаташ муайян аз қадимулайём ҳусни тавачҷӯхро ба худ ҷалб карда буд.

Ҳанӯз 4000 сол пеш вавилониҳо дар қатори ҷадвалҳои ҳосили зарб, бузургҳои баръакс, квадрати ададҳои бутун инчунин ҷадвали решаҳоро аз ададҳо тартиб дода буданд. Тарзи

тартиб додани ин ҷадвал чунин буд: Фарз мекунем, ки \sqrt{n} -ро, ки n адади натуралӣ буда, квадрати пурра нест, ҳисоб кардан зарур аст. Адади n -ро дар намуди $n=m^2+p$, ки p нисбат ба m^2 хеле хурд аст, тасвир мекунем. Он гоҳ \sqrt{n} бо формулаи тақрибии

$$\sqrt{n} = \sqrt{m^2 + p} = m + \frac{p}{2m}$$

ҳисоб карда мешавад. Масалан,

$$\sqrt{1700} = \sqrt{40^2 + 100} = 40 + \frac{100}{2 \cdot 40} = 41 \frac{1}{4}.$$

Юнониҳо барои азрешабарорӣ методи вавилониҳоро истифода мекарданд. Масалан, Герон (асри I) аз Александрия ин методро истифода карда менависад:

$$\sqrt{160} = \sqrt{144 + 16} = 12 + \frac{16}{24} = 12 \frac{2}{3}.$$

Муҳаммад-ал-Хоразмӣ (787-850), ки системаи мавқеи ҳисобро барои чор амалҳои асосии арифметикӣ пешниҳод кардааст ва ҳоло ҳам мо аз ин система истифода мебарем, дар асари худ «Доир ба ҳисоби ҳиндӣ» дар қатори амалҳои дигар амали азрешабарориро низ тадқиқ кардааст. Вай ин амалро дар натиҷаи дучанд ва нисф кардани адади тахтирешагӣ ба ҷо меорад. Амалҳои соддатарин бо решаҳо дар ин асар низ воমেҳуранд. Масалан,

$$\sqrt{10} \sqrt{5} = \sqrt{50} \quad \text{ва} \quad \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{6}}.$$

Умари Хаём барои аз реша баровардан формулаи зарби мухтасар $(a+v)^2 = a^2 + 2av + v^2$ -ро истифода мебард. Дертар Насируддини Тусӣ ин тарзи ҳисоби қимати решаи квадратиро умумӣ карда, онро барои ҳисоби қимати решаи дараҷааш дилҳо мувофиқ гардонид.

Аз асри XIII сар карда математикҳои Аврупо решаи квадратиро бо калимаи латинии *Radix* (реша) ё мухтасар бо ҳарфи *R* ишорат менамуданд (истилоҳи «радикал» аз ҳамин ҷо бармеояд, ки маънояш аломати реша аст). Дар асри XV математикҳои немис нуктаро истифода мекарданд. Онҳо нуктаро дар пеши ададе мегузоштанд, ки онро аз реша баровардан лозим буд. Баъдтар дар пеши адад ба ҷои нукта аломати $\sqrt{\quad}$ ва дар болои ададе, ки бояд онро аз реша мебароварданд, хатча мекашиданд. Масалан $\sqrt{12}$ ин тавр навишта мешуд: $\sqrt{\quad 12}$.

Танҳо соли 1637 Рене Декарт дар «Геометрия»-и худ аломати реша ро бо хати амудӣ пайваст карда, аломати ҳозиразамони реша $\sqrt{\quad}$ -ро истифода намудааст. Вале тарзи навишти адади тахтирешагӣ дар китоби Декарт аз тарзи навишти ҳозира фарқ мекунад. Вай дараҷаи реша ро дар тахти реша менавишт. Бори аввал тарзи навишти ҳозиразамони аломати реша ва адади тахтирешагӣ дар китоби математики франсавӣ М. Ролл (1652-1719) «Роҳнамои алгебра», ки соли 1690 нашр шуда буд вомахӯрад. Танҳо дар ибтидои асри XVIII аломати дар ҳозира маъмули реша ро қатъиян ҳамагон истифода мекардагӣ шуданд.

МАШҚҲОИ ИЛОВАГӢ БА БОБИ II

Ба параграфи 4.

401. Маълум, ки a ва b ададҳои натуралианд. Оё адади:

а) $a+b$; б) $a-b$; в) ab ; г) $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)

адади натуралӣ аст?

402. Маълум, ки a ва b ададҳои бутунанд. Оё адади:

а) $a+b$; б) $a-b$; в) ab ; г) $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)

адади бутун аст?

403. Маълум, ки a ва b ададҳои ратсионалианд. Оё адади:

а) $a+b$; б) $a-b$; в) ab ; г) $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)

адади ратсионалӣ аст?

404. Исбот кунед, ки агар x ва y ададҳои ҷуфт бошанд, он гоҳ:

а) $x+y$; б) $x-y$; в) xy

низ адади ҷуфт аст.

405. Исбот кунед, ки:

а) суммаи ду адади тоқ адади ҷуфт аст;

б) фарқи ду адади тоқ адади ҷуфт аст;

в) ҳосили зарби ду адади тоқ адади тоқ аст.

406. а) Се адади мусбати аз 0,01 хурдро нависед;

б) Се адади манфии аз $-\frac{1}{9}$ калонро нависед.

407. Адади:

а) $\frac{23}{64}$; б) $-\frac{5}{7}$; в) $\frac{11}{14}$; г) $\frac{2}{27}$;

д) $\frac{2}{35}$; е) $-\frac{7}{22}$; ж) $\frac{23}{60}$; з) $\frac{2}{9}$.

-ро дар намуди касри даҳии даврии беохир ифода кунед.

408*. Ададро ба касри ратсионалӣ баргардонед:

а) 1, (12); б) 0,0(21); в) 2,(1); г) -3,1(3);

д) 4,2(23); е) -0,(15); ж) 2,(011); з) 0,41(34).

409*. Ду адади ратсионалӣ ва ду адади ирратсионалиро номбар кунед, ки онҳо дар байни ададҳои 1 ва 1,1 ҷойгиранд.

410*. Маълум, ки a адади ратсионалӣ ва v адади ирратсионалӣ аст. Оё адади а) $a+v$; б) $a-v$ адади ратсионалӣ шуда метавонад?

Ба параграфи 5.

411. Қимати ифодаро ёбед:

а) $0,2\sqrt{256}$; б) $-3\sqrt{49}$; в) $\sqrt{\frac{4}{25}} - 1$;

г) $\frac{2}{\sqrt{625}} - \frac{1}{\sqrt{25}}$; д) $2\sqrt{0,0121} + \sqrt{100}$; е) $\frac{\sqrt{0,81}}{2\sqrt{0,04}}$;

ж) $\sqrt{3600} - \sqrt{1225}$; з) $\sqrt{\frac{49}{81}} - \sqrt{\frac{1}{9}}$; и) $-0,04\sqrt{10000} + \sqrt{16}$.

412. Исбот кунед, ки

а) $5 - \left(3\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{0,25} \right) = 2,5$;

б) $11 : \left(0,15\sqrt{1600} - 0,29\sqrt{400} \right) = 55$;

$$в) (\sqrt{225} + 3\sqrt{121}) : \left(\frac{2}{3}\sqrt{0,09} + 0,78\sqrt{100} \right) = 6;$$

$$г) \left(-6\sqrt{\frac{1}{4}} + \frac{\sqrt{324}}{2} \cdot \frac{\sqrt{0,16}}{0,2} \right) : \sqrt{25} = 3.$$

413. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\sqrt{10+3a}$, хангоми $a=-3; 2; -2$ будан;

б) $\sqrt{-3x-5}$, хангоми $x=-3; -2; -7$ будан;

в) $3\sqrt{10-2y}$, хангоми $y=-3; 3; 5$ будан;

г) $5\sqrt{6x-2}$, хангоми $x=1; 3; 11$ будан;

414. Муодиларо ҳал кунед:

а) $2\sqrt{x} = 3$; б) $\frac{1}{2\sqrt{2x}} = 1$; в) $\sqrt{x-3} = 4$;

г) $\frac{1}{3\sqrt{x}} = 2$; д) $1 + \sqrt{3x} = 10$; е) $4\sqrt{x} - 1 = 15$.

415. Решаи муодиларо ёбед:

а) $2x^2=8$; б) $3x^2+1=10$; в) $7x^2+4=0$;

г) $0,5x^2+3=7$; д) $\frac{x^2}{5}-1=1,2$; е) $4x^2+1=5$.

416. Мисоли муодилаи $x^2=a$ оред, ки он а) ду решаи ратсионалӣ дорад; б) ду решаи ирратсионалӣ дорад; в) реша надорад.

417. Барои ифода қимати имконпазири тағйирёбандаи x -ро нишон диҳед:

а) $\sqrt{x^3}$; б) $\sqrt{x^6}$; в) $\sqrt{x^2+2}$; г) $\sqrt{-x^3}$.

418. Соҳаи муайянии ифодаро ёбед:

а) $\frac{2}{\sqrt{x}}$; б) $\frac{1}{\sqrt{x+2}}$; в) $\frac{3}{\sqrt{x-1}}$; г) $\frac{1}{\sqrt{-x^2}}$.

419. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{0,25} + (2\sqrt{0,1})^2$; б) $(0,1\sqrt{10})^2 + 0,5\sqrt{49}$;

в) $(3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2$; г) $(2\sqrt{3})^2 + (-3\sqrt{2})^2$;

д) $\sqrt{169} - 0,5(\sqrt{11})^2$; е) $(-3\sqrt{5})^2 - 3(\sqrt{5})^2$.

420. Дар байни решаҳои квадратӣ аломати нобаробарии мувофиқро гузоред:

а) $\sqrt{100}$ ва $\sqrt{102}$; б) $\sqrt{14,4}$ ва $\sqrt{16,2}$; в) $\sqrt{0,04}$ ва $\sqrt{0,09}$;

г) $-\sqrt{3}$ ва $-\sqrt{5}$; д) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ ва $\sqrt{\frac{9}{16}}$; е) $\sqrt{1\frac{1}{3}}$ ва $\sqrt{1\frac{4}{5}}$.

421. Ададҳоро муқоиса кунед:

а) $\sqrt{2,1}$ ва $\sqrt{2,2}$; б) $\sqrt{2,16}$ ва $\sqrt{2\frac{1}{6}}$; в) $\sqrt{0,1}$ ва $\sqrt{0,01}$;

г) $\sqrt{\frac{1}{6}}$ ва $\sqrt{0,16}$; д) $\sqrt{\frac{1}{3}}$ ва $\sqrt{0,(3)}$; е) $\sqrt{7}$ ва 2,6;

ж) 2,2 ва $\sqrt{4,8}$; з) $\sqrt{1,22}$ ва 1,1; и) 1,3 ва $\sqrt{1,7}$.

422. Барои кадом қиматҳои x баробарӣ дуруст аст:

а) $\sqrt{(1-x)^2} = x-1$; б) $\sqrt{(x+2)^2} = x+2$;

в) $\sqrt{(x-5)^2} = 5-x$; г) $\sqrt{(x+6)^2} = -x-6$?

423. Ададро бо барзиёди бо саҳеҳии то 0,1 бо касри даҳӣ иваз кунед:

а) $\sqrt{10}$; б) $-\sqrt{5}$; в) $\sqrt{4,5}$; г) $\sqrt{18}$.

424. Оё нуқтаи: А (36;6); В (4;-2); С (1,1); Д $(9;\frac{1}{3})$ ба гарфики функцияи тааллуқ дорад?

Ба параграфи 6.

425. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{144 \cdot 0,49 \cdot 0,36}$;

б) $\sqrt{\frac{9}{16} \cdot \frac{4}{81} \cdot \frac{36}{169}}$;

в) $\sqrt{0,92 \cdot 64 + 0,77 \cdot 64}$;

г) $\sqrt{1,44 \cdot 121 - 1,44 \cdot 40}$.

426. Қимати решаро ёбед:

а) $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}}$;

б) $\sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}}$;

в) $\sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}}$;

г) $\sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{193,5^2 - 31,5^2}}$.

427. Ифодаро содда кунед:

а) $4\sqrt{10} \cdot 0,2\sqrt{16,9}$;

б) $\frac{4\sqrt{5}}{0,2\sqrt{0,2}}$;

в) $0,4\sqrt{10} \cdot 0,2\sqrt{45} \cdot 0,5\sqrt{2}$;

г) $\frac{\sqrt{0,48}}{2\sqrt{12}}$.

428. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{\frac{64 \cdot 49}{196 \cdot 324}}$;

б) $\sqrt{5\frac{4}{9}} \cdot \sqrt{2\frac{14}{25}}$;

в) $\sqrt{\frac{9}{16} \cdot 5^2}$;

г) $\frac{\sqrt{128}}{2\sqrt{2}}$;

д) $\sqrt{50 - (-7)^2}$;

е) $\sqrt{(-4)^2}$.

429*. Маълум, ки $a < 0$ ва $b < 0$ аст. Ифодаи:

а) \sqrt{ab} -ро дар намуди ҳосили зарби решаро нависед;

б) $\sqrt{\frac{a}{b}}$ -ро дар намуди ҳосили тақсими решаро нависед.

430. Қимати ифодаро ёбед (агар он маъно дошта бошад):

а) $\sqrt{(-11)^2}$;

б) $\sqrt{-9^2}$;

в) $-\sqrt{8^2}$;

г) $-\sqrt{(-13)^2}$.

431. Ҳисоб кунед:

а) $\sqrt{(-2)^4}$; б) $-3\sqrt{10^4}$; в) $-2\sqrt{15^2}$;
г) $0,1\sqrt{2^8}$; д) $0,2\sqrt{(-0,1)^4}$; е) $-\sqrt{(-2)^{12}}$.

432. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\sqrt{25^5}$; б) $\sqrt{16^3}$; в) $\sqrt{8 \cdot 162}$;
г) $\sqrt{5 \cdot 320}$; д) $\sqrt{96 \cdot 486}$; е) $\sqrt{750 \cdot 270}$.

433*. Баробарии

а) $\sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2$; б) $\sqrt{x^2} = x$; в) $\sqrt{x^6} = x^3$;
г) $\sqrt{x^{10}} = -x^5$; д) $\sqrt{\epsilon^8} = \epsilon^4$; е) $\sqrt{a^{14}} = -a^7$

барои кадом қимати тағйирёбанда дуруст аст?

434*. Графики функсияи бо формулаи:

а) $y = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$; б) $y = -\frac{\sqrt{x^2}}{x}$

додашударо созед.

435. Ифодаро табдил диҳед:

а) $\sqrt{a^4 \epsilon^4}$; б) $\sqrt{\epsilon^6 a^8}$, дар ин ҷо $\epsilon \geq 0$; в) $\sqrt{9x^2 y^4}$, $x < 0$;
г) $\sqrt{\frac{a^4}{\epsilon^8}}$; д) $\sqrt{\frac{9x^2}{y^6}}$, дар ин ҷо $x < 0$; $y < 0$; е) $\sqrt{\frac{25a^4}{\epsilon^{10}}}$, $\epsilon < 0$.

436. Ифодаро содда кунед:

а) $\sqrt{(-a)^2}$; б) $\sqrt{(-a)^2 (-\epsilon)^4}$.

Ба параграфи 7.

437. Зарбкунандаро аз тахти аломати реша бароред:

а) $0,4\sqrt{45a^2}$; б) $3,4\sqrt{200x^4}$; в) $0,2\sqrt{175x^3}$;
г) $0,8\sqrt{225a}$; д) $a\sqrt{20a^2\epsilon}$; е) $-m\sqrt{96m^4}$.

438*. Зарбкунандаро аз тахти аломати реша бароред:

- а) $\sqrt{25a^2e}$, $a < 0$; б) $\sqrt{16a^2e^3}$, $a > 0$; в) $\sqrt{81a^3e^3}$, $a < 0$, $e > 0$;
г) $\sqrt{64a^4x^3}$; д) $\sqrt{-3c^3}$; е) $\sqrt{-5a^7}$.

439*. Зарбкунандаро ба тахти аломати реша дароред:

- а) $a\sqrt{2}$, $a \geq 0$; б) $a\sqrt{5}$, $a < 0$; в) $x\sqrt{\frac{1}{x}}$; е) $x\sqrt{-\frac{1}{x}}$.

440*. Барои кадом қиматҳои тағйирёбанда баробарӣ дуруст аст:

а) $x\sqrt{2} = \sqrt{2x^2}$; б) $a\sqrt{3} = -\sqrt{3a^2}$;

в) $\sqrt{6c^2} = -c\sqrt{6}$; г) $\sqrt{7a^2} = -a\sqrt{7}$?

441. Ададҳоро муқоиса намоед:

а) $2\sqrt{20}$ ва $4\sqrt{20}$; б) $4\sqrt{18}$ ва $2\sqrt{18}$;

в) $5\sqrt{2}$ ва $4\sqrt{3}$; г) $\frac{1}{4}\sqrt{112}$ ва $\frac{1}{2}\sqrt{32}$.

442. Ададҳоро бо тартиби афзуншавиашон ҷойгир кунед:

а) $5\sqrt{3,5}$, $\sqrt{17}$ ва $\frac{1}{2}\sqrt{62}$; б) $\sqrt{89}$, $12\sqrt{0,5}$ ва $\frac{3}{4}\sqrt{160}$.

443. Махрачи касрро аз ирратсионалӣ озод кунед:

а) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; б) $\frac{6}{\sqrt{12}}$; в) $\frac{4}{\sqrt{3} + \sqrt{7}}$; г) $\frac{8}{\sqrt{10} - \sqrt{12}}$; д) $\frac{3 + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}}$; е) $\frac{3 + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}}$.

444. Махрачо аз ирратсионалӣ озод намоед:

а) $\frac{1 + \sqrt{a}}{\sqrt{a}}$; б) $\frac{x - \sqrt{ax}}{a\sqrt{x}}$; в) $\frac{a + e\sqrt{x}}{e\sqrt{x}}$; г) $\frac{a - 2\sqrt{a}}{4\sqrt{a}}$.

445. Махрачи касрро аз ирратсионалӣ озод кунед:

а) $\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$; б) $\frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}}$; в) $\frac{1 + \sqrt{3}}{3\sqrt{2} - \sqrt{3}}$; г) $\frac{9 - 5\sqrt{3}}{7 - 3\sqrt{3}}$.

446. Махрачо аз ирратсионалӣ озод намоед:

а) $\frac{x - \sqrt{xy} + y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$; б) $\frac{4 + \sqrt{a} + a}{2 + \sqrt{a}}$.

447*. Махрачи касрро аз ирратсионалӣ озод кунед:

а) $\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$;

б) $\frac{1}{1-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$;

в) $\frac{1}{2+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$;

г) $\frac{5}{2-\sqrt{5}+\sqrt{2}}$.

448. Сурати касрро аз ирратсионалӣ озод кунед:

а) $\frac{\sqrt{10}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{14}$; в) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$; г) $\frac{4-\sqrt{a}}{16-4\sqrt{a+a}}$.

449. Зарбро ичро кунед:

а) $\left(5\sqrt{3}-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)\cdot\sqrt{3}$;

б) $\sqrt{5}\cdot\left(7\sqrt{5}+\frac{8}{\sqrt{5}}\right)$;

в) $(\sqrt{18}-\sqrt{50}+\sqrt{72})\cdot\sqrt{2}$;

г) $\sqrt{5}\cdot(\sqrt{0,2}-\sqrt{0,8}+\sqrt{3,2})$;

д) $\sqrt{x}(\sqrt{a}+\sqrt{b})$;

е) $(\sqrt{x}-\sqrt{y})\cdot\sqrt{x}$;

ж) $(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-2\sqrt{y})$;

з) $(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+2\sqrt{b})$.

450. Таксимро ичро кунед:

а) $(\sqrt{10}+\sqrt{40}-\sqrt{90})\cdot\sqrt{10}$; б) $\left(3\sqrt{10}-\frac{12}{\sqrt{10}}\right):\left(2\sqrt{10}-\frac{19}{\sqrt{10}}\right)$;

в) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}+\sqrt{\frac{3}{2}}\right):\left(\sqrt{6}-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$; г) $\left(\sqrt{\frac{5}{8}}-\sqrt{\frac{3}{8}}\right):\left(\sqrt{15}+\frac{1}{\sqrt{15}}\right)$.

451. Қимати ифодаро ёбед:

а) x^2-8 хангоми $x=1+\sqrt{7}$; б) x^2-4x+3 хангоми $x=2+\sqrt{3}$ будан.

452. Исбот кунед, ки қимати ифодаҳои

$$\sqrt{5+\sqrt{24}}\cdot\sqrt{5-\sqrt{24}} \quad \text{ва} \quad \sqrt{8+3\sqrt{7}}\cdot\sqrt{8-3\sqrt{7}}$$

ба як баробар аст.

453. Исбот кунед, ки қимати ифода, адади ратсионалӣ аст:

а) $\frac{1}{7+3\sqrt{5}} + \frac{1}{7-3\sqrt{5}}$; б) $\frac{1}{4\sqrt{3}-3} - \frac{1}{4\sqrt{3}+3}$.

454. Қимати ифодаро ёбед:

а) $\frac{3}{1+\sqrt{2}} + \frac{3}{1-\sqrt{2}}$; б) $\frac{1}{10-2\sqrt{8}} - \frac{1}{10+2\sqrt{8}}$;

в) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$; г) $\frac{10+\sqrt{19}}{10-\sqrt{19}} - \frac{10-\sqrt{19}}{10+\sqrt{19}}$.

455. Касрро ихтисор кунед:

а) $\frac{x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}$; б) $\frac{y+\sqrt{7}}{y^2-7}$; в) $\frac{a^2-11}{a-\sqrt{11}}$; г) $\frac{10-x^2}{x-\sqrt{10}}$.

456*. Касрро ихтисор кунед:

а) $\frac{\sqrt{40}-\sqrt{20}}{\sqrt{20}-\sqrt{10}}$; б) $\frac{\sqrt{15}-5}{\sqrt{6}-\sqrt{10}}$; в) $\frac{2\sqrt{10}-5}{4-\sqrt{10}}$; г) $\frac{9-2\sqrt{3}}{3\sqrt{6}-2\sqrt{2}}$.

457*. Касри $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3}$ барои кадом қимати x дорои қимати калонтарин аст?

458*. Ифодаро содда намоед:

а) $\left(\frac{1}{x+\sqrt{y}} + \frac{1}{x-\sqrt{y}} \right) : 4x$;

б) $\left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b} - \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \right) \cdot \frac{a+2\sqrt{a}\sqrt{b}+b}{4\sqrt{b}}$;

в) $\left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{a}\sqrt{b}}{a-b} \right) \cdot \frac{a-2\sqrt{ab}+b}{a+b}$;

г) $\frac{x-y}{x+\sqrt{xy}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{2}$.

ҶАВОБҲО

214. а) 0,(3); б)0,1(6); в)-1,5(3); г)2,2(16); д)2,(63); е)-1,(6).
 215. а) 0,3(6); б)0,(142857). 216. а) Дуюмаш калон; б) дуюмаш калон; в) дуюмаш калон; г) якумаш калон. 217. а) Якумаш калон; б) дуюмаш калон; в) якумаш калон; г) дуюмаш калон. 218. а) Масалан, 4,01; 4,012; 4,019. 219. а) $2\frac{7}{33}$; б) $3\frac{2}{5}$; в) $2\frac{1}{900}$;
 г) $\frac{151}{1125}$. 220. а) $\frac{x}{a}$; б)-1. 221. б ва 510. 222. а)(3;1); б)(4;3). 224. 43,4 сомонӣ. 229. а)Якумаш; б)дуюмаш; в)дуюмаш; г)якумаш.
 233. 31,4 м. 234. 63,585 м. 235. $-\frac{1}{x+y}$. 236. а)-2 ва 2; б)-1,5 ва 1,5; в) ҳал надорад; г)0. 237. 60. 238. а) $1\frac{1}{9}$; б) $-2\frac{1}{99}$; в) $1\frac{37}{330}$;
 г) $2\frac{121}{900}$. 240. а)4м; г) $\frac{5}{9}$ мм. 241. д) $\pm x^2$; з) $\pm a$; и) $\pm \frac{1}{k^3}$; л) $\pm 0,9$.
 242. а)Не; б)ҳа; в)ҳа; г)не; д)не; е)ҳа. 246. 0,235. 247. Ҳал надорад.
 248. $k=-4$. 249. 200 ва 260 т. 250. 0,0(1); 0(63); -1,1(34); -2,25; 6,(2); -7,32. 256. а)0,3; б)0,5; в)0,9; г)0,8. 257. в)7,2; г)0,7; е)-7.
 258. а)5; б)5; в)28; г)-18; д)1,1; е)0. 259. а)1;4;2. 260. г)1,9; 1,2; 1,7; 1,3. 261. г)0,0625; е)2,25. 262. а)Ҳа, 0,04; б)не; в)ҳа,4; г)не. 263. б)барои ҳеч гуна; г)-49; д)0,(1); е)барои ҳеч гуна. 264. а)0; б)6,5; в)1(6); г)3. 265. а)Дуюмаш; б)якумаш; в)якумаш; г)дуюмаш; д)дуюмаш; е)якумаш. 266. а калон аст, агар а мусбат бошад, вагарна -а калон аст. 267. 2. 268. -6. 269. Ба 96 рӯз. 274. а) ± 8 ; б)ҳал надорад; в) $\pm \sqrt{2,5}$; г) $\pm \frac{3}{2}$; д) $\pm 1,2$; е) ± 21 . 275. а) $\pm 0,04$; б) $\pm 0,75$; в) ± 4 ; г) $\pm \sqrt{20}$; д) ± 8 ; е) ± 1 . 276. а)-3 ва 7; б)4 ва 6; в)-7 ва 1; г)-14 ва 0. 278. г) $-0,1|x|$; д) $6|a|$. 279. б)4у; в)-п; г)1,2а. 280. в) $|a+3|$; д) $|a-x|$; е) $|x^2-2|$. 281. а) $a \geq 3$; б) $a \geq -4$; в) $a \leq 5$; г) $a \leq -1$. 282. а) ± 3 ; б)-4 ва 0; в)ҳал надорад; г)ҳар гуна

- адади гайриманфӣ. 283. -4. 284. а) $\frac{4a}{a-b}$; б) $\frac{1}{(x+1)^2}$. 285. а)а; б)-в.
286. 2км/соат. 287. а)25,5; б)4,8. 289. а)Дуюмаш калон; б)якумаш калон; в)дуюмаш калон; г)якумаш калон. 291. а)3,4; б)-2,4; в)3,6; г)0,8; е)-5,2. 292. 4,1 ва 4,2 см. 294. а)6,9; б)17,2; в)2,6; г)-4. 295. а)Ха; б)не; в)не; г)ха. 297. Не. 298. $\frac{5}{6}$ ҳисса. 299. а) $-\frac{a-4}{a+4}$;
- б) $-\frac{3x-2y}{3x+2y}$. 301. $a = \sqrt{\frac{S}{6}}$. 303. а)Ха, дар нуқтаи (1;1); г)не. 304. а)Дуюмаш калон; б)якумаш калон; в)якумаш калон; г)дуюмаш калон; д)якумаш калон; е)дуюмаш калон. 305. а) $\sqrt{1,4}$; $\sqrt{5}$;
- $\sqrt{6,3}$; г)0,3; $\frac{1}{3}$; $\sqrt{\frac{1}{2}}$. 306. а) $\pm\sqrt{8}$ ва 64; б) $\pm\frac{1}{3}$ ва $\frac{1}{81}$. 307. а)6;
- б)1,8; в)0,35; г)6,6. 308. 9 ва 10. 309. 27 км. 310. а)Калон; б)хурд. 315. а)15; б)80; в)6; г)120; д)15; е)10; ж)16; з)12. 316. а)210; б)32; в)35; г)54. 317. а)30; б)26; в)15; г)28; д)15; е)21; ж)54; з)18. 318. а)21; б)22; в)0,4; г)1. 322. 1; б)-1. 323. 160 га. 324. а) $\frac{a}{3}$; б) $64a^{12}$;
- в) $2a^{11}$. 325. а) $5a-1$; б) $3x-1$. 328. а)2,8; б) $3\frac{11}{15}$; в) $\frac{8}{15}$; г) $1\frac{3}{8}$. 330. а)3; б) $\frac{2}{3}$; в)2; г)5; д) $\frac{1}{7}$; е)5. 331. а)2,5; б) $1\frac{1}{3}$; в)4; г) $\frac{6}{7}$; д) $\frac{7}{9}$;
- е) $\frac{4}{11}$. 332. а)1,1; б)1,5; в)0,6; г)0,225. 333. а)4; б)9; в)30; г)140.
334. 7 ва 9 см. 335. 16,38. 336. а)Барои $\pm\sqrt{5}$; б)барои $\pm\sqrt{14}$. 337. 3. 338. а) y^4 ; б) $2a^{10}$; в) y^7 ; г) $4a^5$. 339. а) $0,5x^2$; б) $-2,1y^5$; в) $0,1a^{18}$; г) $-9e^9$. 340. а)9; б)64; в)625; г)64. 341. а)24; б)98; в)625; г)1024. 342. а)144; б)225; в)168; г)825; д)87; е)92; ж)167; з)504. 343. 3 бор. 344. Барои -4. 345. а)Хамаи ададҳо гайр аз 5; б)хамаи ададҳо гайр аз 0 ва 2. 346. Баъди 7 сол. 347. а) $\frac{11}{24}$; б) $\frac{73}{200}$. 348.

- а) $3\sqrt{2}$; б) $4\sqrt{2}$; в) $4\sqrt{3}$; г) $5\sqrt{7}$; д) $6\sqrt{3}$; е) $20\sqrt{2}$; ж) $13\sqrt{5}$;
 з) $25\sqrt{2}$. 349. а) $2\sqrt{5}$; б) $-7\sqrt{2}$; в) $10\sqrt{3}$; г) $-5\sqrt{10}$; д) $6\sqrt{2}$;
 е) $-2\sqrt{11}$; ж) $6\sqrt{5}$; з) $11\sqrt{3}$. 350. а) $1,5\sqrt{3}$; б) $9\sqrt{3}$; в) $-1,6\sqrt{6}$;
 г) $5\sqrt{3}$; д) $4y\sqrt{3y}$; е) $a\sqrt{3}$; ж) $2m^2$; з) $5\sqrt{a}$. 351. а) $\frac{p^3}{m\sqrt{3}}$;
 б) $\sqrt{2}(x+y)$; в) $a+v$; г) $\frac{2}{\sqrt{3v}}$. 352. а) $-4a\sqrt{v}$; б) $5av\sqrt{v}$; в) $av\sqrt{2av}$;
 г) $2a^2v\sqrt{6v}$. 353. а) $\sqrt{5x}$; б) $-\sqrt{6y}$; в) $x^2\sqrt{x}$; г) $a^4\sqrt{a}$; д) $5y^3\sqrt{y}$;
 е) $\frac{x\sqrt{2x}}{3}$. 354. а) $-4a\sqrt{3}$; б) $-3v^3\sqrt{3}$; в) $5a^2\sqrt{2}$; г) $3a^4$; д) $2x^6\sqrt{x}$;
 е) $\sqrt{2x^{10}}$. 355. а) Барои қиматҳои манфӣ. 358. 36, 48 ва 60 кг. 359.
 а) $2x+1$; б) $-m$. 360. а) $2a^2bc$; б) $-a^3vc^3x$. 361. Барои қимати -4 . 362.
 а) $\sqrt{8}$; г) $\sqrt{25x}$; е) $\sqrt{32v^2}$; ж) $\sqrt{3}$. 363. а) $-\sqrt{18}$; б) $-\sqrt{175}$;
 в) $-\sqrt{0,04a}$; г) $-\sqrt{49v}$. 364. а) $\sqrt{2a^2}$; б) \sqrt{x} ; в) $\sqrt{a^3}$; г) $\sqrt{8v^2c}$;
 д) $\sqrt{a(a+1)^2}$; е) $\sqrt{5x}$; ж) $\sqrt{x^3y}$; з) $\sqrt{a+v}$. 365. а) $-\sqrt{9m^2n}$;
 б) $-\sqrt{3a^2}$; в) $-\sqrt{v^2c}$; г) $-\sqrt{2x^3y}$. 367. а) $3\sqrt{2}$, $2\sqrt{5}$, $\sqrt{21}$, $2\sqrt{6}$.
 368. 33,75 км. 369. а) 7; б) 85. 370. а) $\frac{(a-5)(a+3)}{a}$; б) $\frac{m+n}{2n}$. 371.
 47 ва 78 см. 372. а) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; б) $\frac{5\sqrt{2}}{6}$; е) $\frac{\sqrt{8}}{28}$; з) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$; и) $\frac{\sqrt{15}}{12}$. 373.
 а) $\frac{m\sqrt{p}}{p}$; б) $\frac{\sqrt{a}}{v}$; в) $\frac{3\sqrt{c}}{5}$; г) $\frac{\sqrt{xy}}{xy}$. 374. а) $2-\sqrt{3}$; б) $\frac{3+\sqrt{7}}{2}$;
 в) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$; г) $\sqrt{3}(2+\sqrt{3})$; д) $\sqrt{5}(\sqrt{2}+1)$; е) $-1+2\sqrt{2}$. 375.
 а) $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y}$; б) $\frac{a(\sqrt{a}-\sqrt{v})}{a-v}$; в) $\frac{x(x-\sqrt{y})}{x^2-y}$; г) $\frac{v(a+\sqrt{v})}{a^2-v}$. 376.

- а) $\frac{8}{5\sqrt{2}}$; б) $\frac{3}{7\sqrt{3}}$; д) $\frac{2a}{3\sqrt{a}}$; е) $\frac{e}{\sqrt{3e}}$. 377. а) $\frac{1}{2(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$;
- б) $\frac{4}{3(\sqrt{7}+\sqrt{3})}$; в) $\frac{a-1}{2(\sqrt{a}+1)}$; г) $\frac{4+e}{3(2-\sqrt{e})}$; д) $\frac{a-e}{3(\sqrt{a}-\sqrt{e})}$;
- е) $\frac{a-e}{4(\sqrt{a}-\sqrt{e})}$. 378. 3,8 ва 3,9. 379. а) $\pm\sqrt{11}$; б) хал надорад; в)-3
 ва -1; г) $3-\sqrt{5}$ ва $3+\sqrt{5}$. 380. 5 соату 50 дақ. 381. б) ва в)-аш.
382. 0,02. 384. а) $13\sqrt{5a}$; б) $4\sqrt{a}$; в) $7\sqrt{n}$; г) $-\sqrt{a}$; д) $-15\sqrt{5a}$; е) 0.
385. а) 0; б) $-17\sqrt{3}$; в) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; г) $5\sqrt{2}$; д) $20\sqrt{2}$; е) $15\sqrt{2}$. 386.
- а) $3(2+\sqrt{5})$; б) $\sqrt{10}(\sqrt{10}+2)$; в) $12(2-\sqrt{2})$; г) $-0,5\sqrt{3}$; д) $\sqrt{2}$;
 е) $2\sqrt{6}(\sqrt{6}-1)$. 387. а) $\sqrt{2}-11$; б) $9+5\sqrt{3}$; в) $18-7\sqrt{6}$;
 г) $17-\sqrt{10}(2\sqrt{5}+3)$; д) $24+13\sqrt{3}$; е) $9\sqrt{6}+102$. 388. а) $a-e$; б) $x-y^2$;
 в) 2; г) $13+4\sqrt{3}$; д) $3-2\sqrt{2}$; е) $8-2\sqrt{15}$. 389. а) $8+2\sqrt{15}$; б) 32;
 в) $2(2-\sqrt{3})$; г) $13+2\sqrt{3}$; д) $6(1-\sqrt{2})$; е) 6. 390. а) 1; б) 4;
 в) $2(12+\sqrt{85})$; г) $-2(6+\sqrt{39})$. 391. а) $a+2+2\sqrt{2a}$; б) $5-2\sqrt{5x}+x$;
 в) -6; г) $27-5\sqrt{2}$. 392. а) $(x-\sqrt{6})(x+\sqrt{6})$; б) $(\sqrt{7}-a)(\sqrt{7}+a)$;
 в) $(2x-\sqrt{3})(2x+\sqrt{3})$; г) $(\sqrt{10}-5a)(\sqrt{10}+5a)$; д) $(\sqrt{x}-\sqrt{2})(\sqrt{x}+\sqrt{2})$;
 е) $(\sqrt{a}-\sqrt{e})(\sqrt{a}+\sqrt{e})$. 393. а) $\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)$; б) $\sqrt{3}(\sqrt{3}-2)$; в) $\sqrt{x}(1+\sqrt{x})$;
 г) $\sqrt{a}(1-\sqrt{2})$; д) $\sqrt{11}(\sqrt{2}-1)$; е) $\sqrt{a}(\sqrt{a}-3)$; ж) $\sqrt{11}(\sqrt{5}-\sqrt{2})$;
 з) $\sqrt{m}(\sqrt{2}+\sqrt{7})$. 394. а) $a+\sqrt{6}$; б) $\sqrt{x}-2$; в) $\frac{1}{\sqrt{2}-a}$; г) $-\frac{1}{\sqrt{x}+1}$;

- д) $-(\sqrt{a} + \sqrt{b})$; е) $\frac{1}{3\sqrt{x} + 2\sqrt{y}}$; ж) $-a$; з) 8 ; и) $\frac{1}{\sqrt{a}}$. **395.** а) $x - \sqrt{3}$;
- б) $\frac{1}{\sqrt{2+a}}$; в) $-\frac{1}{3+\sqrt{x}}$; г) $\sqrt{3} - 1$; д) 3 ; е) $\frac{4-\sqrt{5}}{3}$; ж) $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{3}}$;
- з) \sqrt{x} ; и) \sqrt{a} . **396.** 21. **397.** 6 ва 5 сомони. **398.** а) $\frac{1}{16}$; б) $\frac{1}{10}$. **399.**
- а) 4 ва 2 ; б) 8 ва 2 . **400.** а) $x+y$; б) $x-y$. **407.** а) $0,(846153)$;
- б) $0,(714285)$; в) $0,7(857142)$; г) $0,0(74)$; д) $0,0(571428)$; е) $0,3(18)$;
- ж) $0,7(6)$; з) $0,(2)$. **408.** а) $\frac{4}{33}$; б) $-\frac{7}{330}$; в) $2\frac{1}{9}$; г) $-3\frac{2}{15}$; д) $4\frac{221}{990}$;
- е) $-\frac{15}{99}$; ж) $2\frac{11}{999}$; з) $\frac{4093}{9900}$. **411.** д) $10,22$; е) $2,25$; и) 0 . **414.** б) $0,125$;
- д) 27 ; е) 16 . **415.** а) ± 2 ; б) $\pm \sqrt{13}$; в) ҳал надорад; г) $\pm \sqrt{8}$; д) $\pm \sqrt{11}$;
- е) ± 1 . **417.** а) Ҳамаи ададҳои гайриманфӣ; б) ҳамаи ададҳо;
- г) ҳамаи ададҳои гайримусбат. **418.** а) б) Ҳамаи ададҳои мусбат;
- в) ҳамаи ададҳои мусбат гайр аз 1 ; г) ифода маъно надорад. **419.**
- а) $0,9$; е) 30 . **424.** Нуқтаҳои A ва C . **426.** а) $4\frac{1}{3}$; б) $\frac{7}{96}$; в) $\frac{15}{29}$; г) $\frac{77}{135}$.
- 427.** а) $10,4$; б) 100 ; в) $1,2$; г) $0,1$. **429.** а) $\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}$; б) $\frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}}$. **432.**
- 36 ; г) 40 ; д) 216 ; е) 450 . **435.** а) a^2b^2 ; б) b^3c^4 ; в) $-3xy^2$; г) $\frac{a^2}{b^4}$; д) $\frac{3x}{y^3}$;
- е) $-\frac{5a^2}{b^5}$. **436.** а) $|a|$; б) $|a|b^2$. **437.** а) $1,2|a|\sqrt{5}$; д) $2a|a|\sqrt{5b}$;
- е) $-4m^3\sqrt{6}$. **438.** а) $5|a|\sqrt{b}$; б) $4ab\sqrt{b}$; в) $9ab\sqrt{ab}$; г) $8a^2x\sqrt{x}$;
- д) $-c\sqrt{-3c}$; е) $-a^3\sqrt{-5a}$. **439.** а) $\sqrt{2a^2}$; б) $-\sqrt{5a^2}$; в) \sqrt{x} ;

г) $-\sqrt{-x}$. 440. а) $x \geq 0$; б) $a \leq 0$; в) $c \leq 0$; г) $a \leq 0$. 441. а) Дуюмаш калон; б) якумаш калон; в) якумаш калон; г) дуюмаш калон. 442.

а) $\frac{1}{2}\sqrt{62}$, $\sqrt{17}$, $5\sqrt{3,5}$; б) $12\sqrt{0,5}$, $\sqrt{89}$, $\frac{3}{4}\sqrt{160}$. 443.

а) $-(\sqrt{3} + \sqrt{7})$; б) $-4(\sqrt{12} + \sqrt{10})$ в) $\frac{1 + \sqrt{5}}{3}$; е) $2 + \sqrt{3}$. 445.

а) $4\sqrt{5}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$; б) $4\sqrt{15} + 6\sqrt{6}$; в) $\frac{1}{6}(1 + \sqrt{3})(3\sqrt{2} + \sqrt{3})$;

г) $\frac{9 - 4\sqrt{3}}{11}$. 446. а) $\frac{x\sqrt{x} - y\sqrt{y}}{x - y}$; б) $\frac{2\sqrt{2} - a\sqrt{2}}{4 - a}$. 447.

а) $\frac{\sqrt{6}(\sqrt{3} - 1) + 2(1 - \sqrt{2})}{4}$. 448. б) $\frac{3}{14(\sqrt{5} - \sqrt{2})}$; в) $\frac{a - b}{\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}$;

г) $\frac{16 - a}{64 - a\sqrt{a}}$. 449. а) 13; б) 43; в) 8; г) 3; д) $\sqrt{ax} + \sqrt{bx}$; е) $x - \sqrt{xy}$;

ж) $x - \sqrt{xy} - 2y$; з) $a + \sqrt{ab} - 2b$. 450. а) 0; б) 18; в) 1;

г) $\frac{\sqrt{3}(5 - \sqrt{15})}{32\sqrt{2}}$. 451. а) $2\sqrt{7}$; б) 2. 453. а) $4\frac{2}{3}$; б) $\frac{2}{19}$. 454. а) -6;

б) $\frac{\sqrt{8}}{17}$; в) 6; г) $\frac{40\sqrt{19}}{81}$. 455. а) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$; б) $\frac{1}{y - \sqrt{7}}$; в) $a + \sqrt{11}$;

г) $-(x + \sqrt{10})$. 456. а) $\sqrt{2}$; б) $\sqrt{2,5}$; в) $\sqrt{2,5}$; г) $\sqrt{1,5}$. 457. Барои

қимати 0, қимати калонтарин ба $\frac{1}{\sqrt{3}}$ баробар аст. 458.

а) $\frac{1}{2(x^2 - y)}$; б) $-\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2(\sqrt{a} - \sqrt{b})}$; в) $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$; г) $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{2}$.

МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ

§ 8. МУОДИЛАҲОИ КВАДРАТӢ ВА
РЕШАҲОИ ОН

25. ТАЪРИФИ МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ

Ҳар яке аз муодилаҳои $2x^2-3x+1=0$, $-x^2+4x-4=0$, $6x^2-11=0$,

$2x^2 + \frac{4x}{25} = 0$ намуди $ax^2+bx+c=0$ -ро дорад, ки дар ин ҷо x адади

номаълум буда, a , b ва c ададҳои додашуда мебошанд. Дар муодилаи якум $a=2$, $b=-3$ ва $c=1$; дар муодилаи дуҷум $a=-1$, $b=4$ ва $c=-4$; дар муодилаи сеҷум $a=6$, $b=0$ ва $c=11$; дар муодилаи

чорум $a=2$, $b = \frac{4}{25}$ ва $c=0$ аст. Ин гуна муодилаҳоро *квадратӣ*

меноманд.

Муодилаҳои квадратӣ, ки мо ба омӯзиши онҳо шурӯъ мекунем, аз нуқтаи назари татбиқашон дар амалия, яке аз муҳимтарин маводи математикаи мактабӣ ба шумор мераванд.

Т а ъ р и ф. Муодилаи $ax^2+bx+c=0$, ки дар ин ҷо x -адади номаълум, a , b ва c -ададҳои маълум ва ғайр аз ин $a \neq 0$ аст, муодилаи квадратӣ номида мешавад.

Одатан ададҳои a , b ва c -ро коэффитсиентҳои муодилаи квадратӣ ва дар айни ҳол a -ро *коэффитсиенти якум*, b -ро *коэффитсиенти дуҷум* ва c -ро *аъзои озод* меноманд. Масалан, дар муодилаи квадратии $5x^2-x+4=0$ коэффитсиенти якум ба 5, коэффитсиенти дуҷум ба -1 ва аъзои озод ба 4 баробар аст. Мана боз мисолҳои муодилаҳои квадратӣ: $2x^2+x-3=0$; $x^2-36=0$.

Бамавқеъ аст, қайд намоем, ки муодилаи квадратиро муодилаи дараҷаи дуҷум ҳам мегӯянд, чунки қисми чапи он нисбати x бисёрраъзогии дараҷаи дуҷум мебошад. (Мисли он ки муодилаи хаттии $ax+b=0$ -ро муодилаи дараҷаи якум ҳам меноманд.)

Хотирнишон мекунем, ки *решаи муодила* гуфта, чунин қимати номаълумро меноманд, ки барояш муодила ба баробарии дуруст мубаддал мегардад.

Масалан, адади 2 *решаи муодилаи* $4x^2-5x-6=0$ мебошад, чунки ҳангоми $x=2$ будан баробарии $4\cdot 2^2-5\cdot 2-6=0$ баробарии дуруст аст.

Дар синфи VII хосиятҳои асосии зерини муодилаҳо, ки баробарқуввагии онҳоро нигоҳ медоранд, муқаррар карда шуда буд:

1°. Аъзои дилхоҳи муодиларо аз як қисм ба қисми дигари муодила бо иваз кардани аломаташ гузаронидан мумкин аст;

2°. Ҳар ду қисми муодиларо ба адади дилхоҳи ғайринули зарб ё тақсим кардан мумкин аст.

Инчунин ислоҳ кардани аъзоҳои монанд, ба зарбкунандаҳо ҳамчун бисёраъзогӣ чудо кардани ин ё он қисми муодила ва чанде дигар табдилотҳо баробарқуввагии муодиларо нигоҳ медоранд. Дар оянда ҳангоми ҳалли муодилаҳои квадратӣ (дигар муодилаҳо ҳам) мо аз хосиятҳои 1°-2° ва ин гуна табдилотҳо васеъ истифода мекунем.

Масалан, муодилаи

$$3x^2+4x=x^2+5x+6$$

баъди ба қисми чап гузаронидани ҳамаи аъзоҳо ва ислоҳ кардани аъзоҳои монанд, ба муодилаи квадратии

$$2x^2-x-6=0$$

оварда мешавад (дар он $a=2$; $b=-1$; $c=-6$ аст).

М и с о л и 1. Барои кадом қимати m квадратӣ будани муодилаи

$$x^{3m+5}-3x+2=0$$

-ро муайян мекунем.

Барои квадратӣ будани ин муодила зарур аст, ки $3m+5=2$ бошад. Аз ин ҷо $m=-1$.

М и с о л и 2. Қимати k -ро меёбем, ки барояш муодилаи

$$3x^2-x^{k-2}+1=0$$

квадратӣ мебошад.

Барои квадратӣ будани муодилаи мазкур зарур аст, ки $k-2$ қиматҳои 0 ё 1 ва ё 2-ро қабул намояд. Яъне k қиматҳои 2, 3 ва 4 қабул кунад. Ҳангоми $k=2$ будан муодилаи $3x^2=0$, чунки барои

ҳар гуна қимати x қимати ифодаи x^{k-2} ба $x^{k-2}=x^0=1$ баробар аст, ҳангоми $k=3$ будан, муодилаи $3x^2-x+1$ ва ҳангоми $k=4$ будан, муодилаи $2x^2+1=0$ ҳосил мешавад.

? 1. Таърифи муодилаи квадратиро баён намуда мисолҳо оред.
2. Решаи муодила гуфта, чиро меноманд? 3. Хосиятҳои асосии муодилаҳоро номбар намоед.

459. Оё муодилаи зерин квадратӣ аст:

- а) $x^2+1=0$; б) $3x^2-7x+2=0$; в) $4-2x=0$;
г) $3,2x^2-2x^4+0,8=0$; д) $4x^2-3=0$; е) $-x^2=0$;
ж) $x - \frac{1}{4} = 0$; з) $2x^3-3=0$; и) $x^2+x=0$?

460. Коэффициентҳои муодилаи квадратиро нишон диҳед:

- а) $5x^2-8x+3=0$; б) $\frac{2}{3}x^2 - 4 = 0$; в) $3x^2+5x=0$;
г) $-2x^2-5=0$; д) $x^2-x-1=0$; е) $-3x^2+2x-7=0$;

461. Аз рӯи коэффициентиҳои додашуда муодилаи квадратии $ax^2+bx+c=0$ -ро созад:

- а) $a=2, b=3, c=4$; б) $a=-2, b=5, c=1$;
в) $a=-1, b=0, c=9$; г) $a=1, b=0, c=0$.

462. Кадоме аз ададҳои $-3, 0, 1, 2$ решаҳои муодилаҳои зерин мебошанд:

- а) $x^2-9=0$; б) $x^2-x=0$; в) $x^2-3x+2=0$;
г) $x^2-5x-4=0$; д) $x^2-5x-4=0$; е) $x^2-4=0$?

463. Муодиларо бо муодилаи ба он баробаркувваи квадратӣ иваз намоед:

- а) $(x-1)(x+1)=2x(x+2)$; б) $x^2+(x-1)(x-2)=x$;
в) $-x(x+3)=2(x-1)+5$; г) $2(x^2-3x-1)=5x(x+2)$;
д) $(2x-3)^2=(x+2)(x-4)$; е) $-2x^2-5(x-1)=x^2+3x$.

464*. Барои кадом қимати k муодилаи:

- а) $\frac{1}{k}x^2 - 2x + 3 = 0$; б) $kx^2-x^{k+1}+5=0$

квадратӣ аст?

Машқҳо барои тақрир

465. Графики функцияи

а) $y = (1 - \sqrt{2})x$;

б) $y = (\sqrt{8} - 2,1)x$

дар кадом чорякҳои координатавӣ ҷойгир аст?

466. Қимати ифодаи $\frac{4 + 4x + x^2}{x + 2} + \sqrt{x}$ -ро ҳангоми $x=0,25$

ва $x=36$ будан ҳисоб кунед.

467. Нишон диҳед, ки системаҳои

$$\begin{cases} 2x + 7y = 8, \\ 5x - 3y = -21 \end{cases}$$

ва

$$\begin{cases} 7x + 4y = -13, \\ 2x + 7y = 8 \end{cases}$$

баробаркувваанд.

468. Даравгарон бояд гандумзорро дар 18 рӯз медаравиданд. Ҳар рӯз аз супориш 1,4 га зиёдтар заминро даравида, онҳо 2 рӯз пеш аз мӯҳлат аз супориш 7,4 га зиёд заминро даравиданд. Супориши якрӯзаи даравгарон чанд гектарро ташкил медед?

469. Сурати касри $\frac{\sqrt{2} + 1}{3}$ -ро иррационалӣ озод намоед.

26. МУОДИЛАИ КВАДРАТИИ НОПУРРА

Агар дар муодилаи квадратии $ax^2 + bx + c = 0$ ақалан яке аз коэффитсентҳои b ё c баробари нул бошанд, он гоҳ ин гуна муодиларо муодилаи квадратии нопурра меноманд. Масалан, муодилаҳои $2x^2 = 0$, $-3x^2 + 5 = 0$ ва $7x^2 - 8x = 0$ муодилаҳои квадратии нопурраанд. Дар муодилаи якум $b = c = 0$, дар муодилаи дуюм $b = 0$ ва дар муодилаи сеюм $c = 0$ аст.

Умуман, муодилаҳои квадратии нопурра аз рӯи намудашон се хел мешаванд;

1) $ax^2 = 0$;

2) $ax^2 + c = 0$, ки дар ин ҷо $c \neq 0$ аст;

3) $ax^2 + bx = 0$, ки дар ин ҷо $b \neq 0$ аст.

Аз хосиятҳои асосии муодилаҳо, ки мо онҳоро дар п.25 овардаем, истифода карда, тарзи ҳалли ин гуна муодилаҳои квадратиро нишон медиҳем.

1) Муодилаи $ax^2=0$ ба муодилаи $x^2=0$ баробарқувва аст. Бинобар ин вай решаи ягонаи ба нул баробарро дорад, чунки танҳо квадрати адади нул ба нул баробар аст.

2) Барои пайҳас кардани формулаи решаҳои муодилаи $ax^2+c=0$ аввал мисолҳоро дида мебароем.

М и с о л и 1. Муодилаи $-4x^2+20=0$ -ро ҳал мекунем.

Аъзои озод 20-ро ба қисми рости муодила гузаронида ҳар ду қисми муодилаи ҳосилшударо ба -4 тақсим мекунем:

$$\begin{aligned} -4x^2 &= -20, \\ x^2 &= 5. \end{aligned}$$

Мо ин гуна муодиларо дар п.15 муоина карда будем. Мувофиқи он $x = -\sqrt{5}$ ва $x = +\sqrt{5}$ решаҳои муодилаи охирин мебошанд.

Ҷ а в о б: $x_1 = -\sqrt{5}; x_2 = \sqrt{5}$.

М и с о л и 2. Ҳалли муодилаи $2x^2+7=0$ -ро меёбем.

Аъзои озодро ба қисми рости муодила гузаронида, ҳар ду қисми муодилаи ҳосилшударо ба 2 тақсим мекунем:

$$\begin{aligned} 2x^2 &= -7, \\ x^2 &= -3,5. \end{aligned}$$

Азбаски квадрати адад, адади манфӣ шуда наметавонад, пас муодилаи ҳосилшуда реша надорад.

Ҷ а в о б: Муодила реша надорад.

Чуноне, ки барои ёфтани ҳалли мисолҳо рафтор кардем, аъзои озоди муодилаи $ax^2+c=0$ -ро, ки нул нест, ба қисми рост гузаронида, ҳар ду қисмро ба a тақсим мекунем. Дар натиҷа муодилаи

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

ки ба муодилаи $ax^2+c=0$ баробарқувва аст, ҳосил мешавад.

Ду ҳолат имконпазир аст.

Ҳ о л а т и я к у м. Агар $\frac{c}{a} > 0$ бошад (аломатҳои a ва c

якхелаанд), он гоҳ $-\frac{c}{a} < 0$ аст, барои ҳамин муодилаи $x^2 = -\frac{c}{a}$ ва бо ин муодилаи ба он баробарқувваи $ax^2+c=0$ реша надорад.

Масалан, муодилаҳои $x^2+1=0$, $-3x^2-5=0$, $\frac{1}{2}x^2+0,9=0$ реша надоранд.

Х о л а т и д у ю м. Агар $\frac{c}{a} < 0$ бошад (аломатҳои a ва c гуногунанд), он гоҳ $-\frac{c}{a} > 0$ аст. Барои ҳамин муодила ду реша дорад (ниг. ба п.15):

$$x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}, \quad x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}.$$

Масалан, муодилаи $x^2-4=0$ дорои решаҳои $x_1=-2$ ва $x_2=2$, муодилаи $9x^2-25=0$ бошад, дорои решаҳои $x_1 = -\sqrt{\frac{25}{9}} = -\frac{5}{3}$ ва $x_2 = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$ мебошад.

3) Муодилаи $ax^2+bx=0$ -ро бо роҳи ба зарбкунандаҳо чудо кардани қисми чап, ҳал кардан мумкин аст. Зарбкунандаи умумии x -ро аз қавс бароварда ҳосил мекунем:

$$ax^2+bx=x(ax+b)=0.$$

Ҳосили зарб $x(ax+b)$ фақат ва фақат дар он маврид баробари нул аст, агар ақалан яке аз ҳамзарбшавандаҳо баробари нул бошад:

$$x=0 \quad \text{ё} \quad ax+b=0.$$

Аз муодилаи хаттии охирин меёбем: $x = -\frac{b}{a}$. Ҳамин тариқ, муодилаи $ax^2+bx=0$ ҳангоми $b \neq 0$ будан, дорои ду решаи $x_1=0$ ва $x_2 = -\frac{b}{a}$ мебошад.

М и с о л и з. Муодилаи $4x^2+7x=0$ -ро ҳал мекунем.

Дорем $4x^2+7x=x(4x+7)=0$. Аз ин ҷо $x=0$ ё $4x+7=0$. Аз муодилаи охирин $x = -\frac{7}{4} = -1,75$. Ҷ а в о б: $x_1=0$; $x_2=-1,75$.

Дар охир чамъбасти натиҷаҳоро барои ҳар се намуни муодилаи квадратии нопурра меорем.

1. Муодилаи $ax^2=0$ танҳо як решаи $x=0$ -ро дорад.

2. Муодилаи $ax^2+c=0$ ҳангоми якхела будани аломатҳои a ва c реша надорад. Ҳангоми муқобил будани аломатҳо ду реша дорад:

$$x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}, \quad \text{ва} \quad x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}.$$

3. Муодилаи $ax^2+bx=0$ ду реша дорад: $x_1=0$ ва $x_2 = -\frac{b}{a}$.



1. Чӣ гуна муодиларо муодилаи квадратии нопурра меноманд?
 2. Оид ба намудҳои гуногуни муодилаҳои квадратии нопурра мисолҳо оред.
 3. Барои кадом қиматҳои b муодилаи $ax^2+bx=0$ ду решаи гуногун дорад?

470. Муодиларо ҳал кунед:

а) $9x^2-16=0$; б) $-x^2+6=0$; в) $-0,1x^2-10=0$;

г) $y^2 - \frac{1}{25} = 0$; д) $3v^2+17=0$; е) $2t^2-1=0$.

471. Решаҳои муодилаҳоро ёбед.

а) $1-4x^2=0$; б) $49-x^2=0$; в) $10x^2-12,1=0$;

г) $10x^2=0,4$; д) $3(x^2-2)=2(x^2-3)$; е) $6(3-x^2)=13+5(1-x^2)$.

472. Муодиларо ҳал кунед:

а) $2x^2-5x=0$; б) $-3x^2+4x=0$; в) $8x^2+7x=0$;

г) $5a^2-4a=0$; д) $9t^2-t=0$; е) $2z+z^2=0$

473. Муодиларо ҳал намоед:

а) $1,2x+6x^2=0$; б) $2,7x=0,1x^2$; в) $x(2-x)=x(7+x)$;

г) $\frac{1}{2}y + \frac{1}{8}y^2 = 0$; д) $\frac{2}{3}z(z+6) = \frac{1}{5}z(5z-10)$; е) $3x - \frac{5x^2}{4} = 0$.

474. Муодила ҳал карда шавад:

а) $2-4x+x^2=3x^2+2-5x$; б) $10-3x^2=x^2-x+10$;

в) $\frac{4x^2-3x}{2} = \frac{x^2+5x}{5}$;

г) $\frac{3x^2+7x}{4} = \frac{7x^2-5x}{3}$.

475. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(x-1)(x+2)=-2$;

в) $(x-3)(x+3)=2(x^2-3)$;

д) $(x-7)(x+3)+(x-1)(x+5)=102$;

б) $x(x-3)=2x(x-1,5)-4$;

г) $8-(x-2)(x-4)=5x$;

е) $(5x-1)^2-1=0$.

476*. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x^2-4=(x+4)(2x-1)$;

в) $x-(x-1)^2=2x^2-1$;

д) $4a^2-(a+1)^2=-2(a-1)$;

б) $(2x+1)(3x+2)=7x+20$;

г) $x(7-6x)=(1-3x)(1+2x)$;

е) $(6y+1)(y-2)=-11(y-1)$.

477. Ҳосили зарби ду адади бутуни пай дар пай аз квадрати адади якум 1,5 маротиба калон аст. Ин ададхоро ёбед.

478. Агар аз квадрат секунҷаи масоҳаташ 36 см²-ро бурида партоем, масоҳати қисми боқимондаи квадрат ба 64 см² баробар мешавад. Тарафи квадратро ёбед.

479. Масоҳати доира 1 м² аст. Радиуси доираро ёбед.

480. Масоҳати квадрат ба масоҳати доираи радиусаш R баробар аст. Тарафи квадрат ёфта шавад.

Машқҳо барои такрор

481. Қимати x -ро ёбед, агар:

$$\frac{2-x : \frac{4}{5}}{7\frac{2}{3}-1,3} = \frac{2,4}{1\frac{4}{5}}$$

бошад.

482. Ададхоро муқоиса намоед:

а) $\sqrt{6}$ ва 2,4;

б) 2,1 ва $\sqrt{4,21}$.

483. Иббот кунед, ки қимати ифодаи

$$\left(\frac{5}{a+2} - \frac{3}{a-2} + \frac{20}{a^2-4} \right) \cdot \frac{a-2}{2}$$

барои ҳамаи қиматҳои имконпазири a аз он вобаста нест.

484. Ба 96 сомони 4 тӯб ва 6 пойафзоли спорти ё 2 тӯб ва 7 пойафзол харидан мумкин аст. Тӯб ва пойафзол чанд сомони меистанд?

485*. Қасро ихтисор кунед:

а) $\frac{8+2\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}}$;

б) $\frac{4+2\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$.

27. ЁФТАНИ ХАЛЛИ МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ БО ТАРЗИ ЧУДО КАРДАНИ КВАДРАТИ ПУРРА.

Муодилаи квадратии $ax^2+bx+c=0$ -ро, ки дар он ҳар се коэффитсент a , b ва c нобаробари нуланд, *муодилаи квадратии пурра* меноманд. Ин гуна муодиларо бо тарзи чудо кардани квадрати пурраи дуаъзогӣ ҳал кардан мумкин аст. Альон моҳият ва хусусиятҳои ин тарзро дар мисоли муодилаҳои мушаххас дида мебароем.

М и с о л и 1. Муодилаи квадратии

$$x^2-4x-5=0$$

-ро ҳал мекунем.

Қисми чапи муодиларо ҳамчун ҳосили ҷамъи ду ифода, ки якеаш квадрати дуаъзогӣ аст, тасвир мекунем:

$$x^2/4x-5=x^2-2x\cdot 2+2^2-2^2-5=(x-2)^2-9.$$

Ҳамин тариқ, муодилаи аввала ба муодилаи

$$(x-2)^2-9=0$$

ё ба муодилаи

$$(x-2)^2=9$$

баробарқувва аст. Решаҳои ин муодила мувофиқи п.15 бо формулаҳои

$$x-2=-\sqrt{9}=-3 \quad \text{ва} \quad x-2=\sqrt{9}=3$$

ифода мешаванд. Аз ин ҷо $x_1=2-3=-1$; $x_2=2+3=5$ Ҷ а в о б:
 $x_1=1$; $x_2=5$.

М и с о л и 2. Муодилаи $x^2+8x-9=0$ -ро ҳал мекунем.

Ифодаи $x^2+8x=x^2+2x\cdot 4$ квадрати пурра нест. Агар ба он адади $4^2=16$ -ро ҷамъ кунем, он гоҳ ифодаи $x^2+2x\cdot 4+16$ ба квадрати дуаъзогии $x+4$ баробар аст. Барои ҳамин ба қисми чапи муодила адади 16-ро ҷамъу тарҳ карда, ба муодилаи ба аввала баробарқувваи

$$x^2+8x+16-16-9=0 \quad \text{ё} \quad x^2+8x+16-25=0$$

доро мешавем. Муодилаи охириро табдил дода, муодилаи

$$(x+4)^2=25$$

-ро ҳосил мекунем.

Аз ин ҷо $x+4=-5$ ё $x+4=5$. Ё ки $x=-4-5=-9$; $x=5-4=1$.

Ҷ а в о б: $x_1=-9$; $x_2=1$.

М и с о л и 3. Муодилаи $x^2-7x+5=0$ -ро ҳал мекунем.
Табдилотҳои заруриро гузаронида ҳосил мекунем:

$$\begin{aligned}2x^2-2x \cdot 3,5+5 &= 0, \\ x^2-2x \cdot 3,5+(3,5)^2-(3,5)^2+5 &= 0, \\ (x-3,5)^2-12,25+5 &= 0, \\ (x-3,5)^2 &= 7,25,\end{aligned}$$

$$x-3,5 = -\sqrt{7,25} \quad \text{ё} \quad x-3,5 = \sqrt{7,25},$$

$$x-3,5 - \sqrt{7,25} = 3,5 - \frac{\sqrt{29}}{2} \quad \text{ё} \quad x = 3,5 + \sqrt{7,25} = 3,5 + \frac{\sqrt{29}}{2}.$$

$$\text{Ҷ а в о б: } x_1 = \frac{7 - \sqrt{29}}{2}; \quad x_2 = \frac{7 + \sqrt{29}}{2}.$$

М и с о л и 4. Решаҳои муодилаи $x^2-2x+5=0$ -ро меёбем.
Дорем

$$\begin{aligned}x^2-2x+5 &= 0, \\ x^2-2x \cdot 1+1-1+5 &= 0, \\ (x-1)^2+4 &= 0, \\ (x-1)^2 &= -4.\end{aligned}$$

Ҷ а в о б: Муодилаи реша надорад.

М и с о л и 5. Решаҳои муодилаи $3x^2-7x+2=0$ -ро меёбем.

Дар ин муодила коэффициентҳои якум 3 буда, 1 нест, чӣ тавре ки дар мисолҳои 1-4 буд. Барои ҳамин ҳар ду қисми муодиларо ба 3 тақсим намуда, ба муодилаи квадратии

$$x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{2}{3} = 0$$

дору мешавем.

Дар муодилаи мазкур квадрати пурра ҷудо карда, онро ҳал мекунем:

$$x^2 - 2x \cdot \frac{7}{6} + \left(\frac{7}{6}\right)^2 - \left(\frac{7}{6}\right)^2 + \frac{2}{3} = 0,$$

$$\left(x - \frac{7}{6}\right)^2 - \frac{49}{36} + \frac{2}{3} = 0,$$

$$\left(x - \frac{7}{6}\right)^2 = \frac{25}{36},$$

$$x - \frac{7}{6} = -\sqrt{\frac{25}{36}} \quad \text{ё} \quad x - \frac{7}{6} = \sqrt{\frac{25}{36}},$$

$$x - \frac{7}{6} = -\frac{5}{6} \quad \text{ё} \quad x - \frac{7}{6} = \frac{5}{6},$$

$$x = \frac{1}{3} \quad \text{ё} \quad x = 2.$$

Ҷ а в о б: $x_1 = \frac{1}{3}$; $x_2 = 2$.

Э з о ҳ. Ҷй тавре аз ҳалли муодилаҳои 1-5 дарк кардан мумкин аст, барои аз дуаъзогии $x^2 + 2ax$ чудо кардани квадрати пурра ба он a^2 -ро зам кардан лозим аст. Мувофиқан, барои аз

$x^2 + ax$ квадрати пурра чудо кардан ба он $\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4}$ -ро ҷамъ кардан зарур аст.

? 1.Тарзи истифодаи формулаҳои зарби мухтасарро барои чудо кардани квадрати пурра аз дуаъзогии квадратӣ фаҳмонед. 2. Моҳият ва хусусиятҳои тарзи чудо кардани квадрати пурраро барои ёфтани решаҳои муодилаи квадратӣ дар мисолҳои мушаххас фаҳмонед.

486. Ҷунин адади m -ро ёбед, ки ифодаи додашуда барои он квадрати пурра аст:

а) $x^2 + 4x + m$; б) $x^2 + 15x + m$; в) $x^2 - mx + 9$;

г) $x^2 + mx + 4$; д) $x^2 + mx + \frac{1}{4}$; е) $x^2 - 0,5x + m$.

487. Аз ифодаи квадрати пурра чудо кунед:

а) $x^2 + 2x + 5$; б) $x^2 + 8x - 7$; в) $5x^2 - 4x + 3$; г) $x^2 - \frac{x}{2} + 1$.

488. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x^2 + 10x + 25 = 0$; б) $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$.

489. Решаҳои муодиларо ёбед:

а) $x^2 - 6x - 7 = 0$; б) $x^2 + 8x - 1 = 0$;
в) $x^2 - 4x + 10 = 0$; г) $x^2 - 8x - 9 = 0$.

490. Муодиларо ҳал намоед:

а) $x^2 - 5x + 6 = 0$; б) $x^2 + 2x + 1 = 0$;
в) $x^2 - 2x - 3 = 0$; г) $x^2 - 5x - 6 = 0$.

491. Муодиларо ҳал кунед:

а) $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$; б) $x^2 + 4x - 12 = 0$;
в) $x^2 + x - 6 = 0$; г) $x^2 - 2x - 1 = 0$.

492. Решаҳои муодиларо ёбед:

а) $3x^2 - 7x + 2 = 0$; б) $2x^2 - x - 3 = 0$;
в) $5x^2 + 4x - 12 = 0$; г) $3x^2 + 2x - 5 = 0$.

Машқҳо барои тақрир

493. Нишон диҳед, ки қимати ифодаҳои

$a^2 + 1$; $(a + 3)^2$; $3a^2 + 5$; $(a - 5)^2 + 4$

барои ҳар гуна адади дилхоҳи a мусбат аст.

494. Ифодаро содда кунед:

а) $(\sqrt{21} + \sqrt{14} - 2\sqrt{35}) \cdot \frac{\sqrt{7}}{7} + \sqrt{20}$;

б) $(\sqrt{6} - \sqrt{3} - \sqrt{18})(\sqrt{6} - \sqrt{3}) + \sqrt{108}$.

495. Ифодаро ба зарбкунандаҳо ҷудо намоед:

а) $16 - x^4$; б) $16x^4 - 81y^4$.

496. Касро ихтисор кунед:

а) $\frac{(2x - 4)^2}{(2 - x)^2}$; б) $\frac{a^2 + 6a + 9}{(2a + 6)^2}$.

497. Нишон диҳед, ки қимати ифодаи

$$(\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}})^2$$

адади бутун аст.

§ 9 ФОРМУЛАИ РЕШАҶОИ МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ

28. ҲАЛЛИ МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ АЗ РӢИ ФОРМУЛА

Тарзи ҷудо кардани квадрати пурра, ки мо онро дар пункти пешина дар мисоли муодилаҳои мушаххас муоина намудем, имкон медиҳад, ки муодилаи квадратии дилхоҳ ҳал карда шавад. Вале баъзан ин тарз табдилдиҳии зиёдеро талаб менамояд. Аз ҳамин сабаб, одатан муодиларо ба намуди умумӣ ҳал намуда, формулаи решаҳои онро ҳосил менамоянд ва сонӣ аз рӯи ин формула решаи муодилаи дилхоҳро меёбанд. Масалан, дар синфи VI барои решаи муодилаи хаттии $ax+b=0$ формулаи

$x = -\frac{b}{a}$ -ро ҳосил карда будем.

Альон, ба формулаи решаи муодилаи хаттӣ монанд, формулае ҳосил мекунем, ки тавассути он решаҳои ҳар гуна муодилаи квадратиро ёфтан мумкин аст. Тарзи ҳосил кардани ин формула, айнан рафти ҳалли мисоли 5-и п. 27-ро мемунад.

Муодилаи квадратии

$$ax^2+bx+c=0$$

-ро, ки дар он $a \neq 0$ аст, дида мебароем. Ҳар ду қисми муодиларо ба a аъзо ба аъзо тақсим карда, муодилаи ба он баробарқувваи

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

-ро ҳосил мекунем. Ҳалли ин муодиларо бо тарзи ҷудо кардани квадрати пурра меёбем. Барои ин дар қисми чапи муодила квадрати пурра ҷудо мекунем:

$$x^2 + 2x \cdot \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}.$$

(Барои ҳосил кардани квадрати пурра ба ҳар ду қисми

муодила адади $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ -ро зам карда, аъзои озои $\frac{c}{a}$ -ро аз қисми

чап ба қисми рост гузаронидем.) Баробарии болоиро акнун ин тавр навишта метавонем:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

ё

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}. \quad (2)$$

Муодилаи (2) бо муодилаи (1) баробарқувва мебошад.

Шумораи решаҳои он аз аломати касри $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ вобаста аст.

Азбаски $a \neq 0$ аст, пас $4a^2$ адади мусбат мебошад. Бинобар ин аломати ин каср бо аломати ифодаи $b^2 - 4ac$ яхела аст.

Т а ъ р и ф. Ифодаи $b^2 - 4ac$ дискриминанти муодилаи квадратии $ax^2 + bx + c = 0$ ном дошта, бо ҳарфи D ишорат карда мешавад: $D = b^2 - 4ac$.

("Дискриминант" калимаи латинӣ буда, маънои муайянқунандаро дорад, чунки аломати D , чӣ тавре хоҳем дид, мавҷудият ва миқдори решаҳои муайян менамояд).

Вобаста ба аломати D се мавриди гуногуни имконпазирро дида мебароем:

1) Агар $D = b^2 - 4ac > 0$ бошад, он гоҳ ифодаи $\sqrt{D} = \sqrt{b^2 - 4ac}$ маъно дорад. Муодилаи (2)-ро дар намуди

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)^2$$

навишта, аз он мувофиқи п. 15 ҳосил мекунем:

$$x + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{ё} \quad x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Ҳамин тариқ, дар ин маврид муодилаи (1) дорои ду решаи гуногун мебошад:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{ё} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Дар амалия ба ҷои ин ду навиштаҷот чунин навишти мухтасар қабул шудааст:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad (3)$$

ки онро формулаи решаҳои муодилаи квадратӣ меноманд.

2) Агар $D = b^2 - 4ac = 0$ бошад, муодилаи (2) чунин намуд мегирад:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0.$$

Аз ин ҷо

$$\Rightarrow x + \frac{b}{2a} = 0; \quad x = -\frac{b}{2a}.$$

Ҳамин тариқ, дар ин маврид муодилаи (1) дорои як решаи $-\frac{b}{2a}$ аст.

Формулаи решаҳои муодилаи квадратӣ (3) дар ин ҳолат низ татбиқшаванда мебошад. Дар ҳақиқат, ҳангоми $D=0$ будан формулаи (3) намуди

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = -\frac{b}{2a}$$

-ро мегирад яъне дар ҳақиқат $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ аст.

3) Агар $D = b^2 - 4ac < 0$ бошад, он гоҳ қисми ростии (2), ки ба $\frac{D}{4a^2}$ баробар аст, адади манфӣ мебошад. Азбаски квадрати ҳар гуна адад адади манфӣ шуда наметавонад, пас дар ин маврид муодилаи (2) ва бо ҳамин муодилаи ба он баробарқувваи (1) ҳал надорад.

Инак, муодилаи квадратӣ вобаста аз аломати дискриминант метавонад дорои ду реша (ҳангоми $D > 0$ будан), дорои як реша (ҳангоми $D = 0$ будан) бошад ё умуман реша надошта бошад (ҳангоми $D < 0$ будан).

Эзоҳи 1. Формулаи (3) ҳангоми мусбат будани дискриминант, яъне ҳангоми $D=b^2-4ac>0$ будан, ҳосил карда шудааст. Дар ин маврид формулаи (3) ду решаи гуногуни муодилаи (1)-ро медиҳад. Вале дар амалия формулаи (3)-ро барои ёфтани ҳалли муодилаи квадратии дилхоҳ татбиқ кардан мумкин аст. Гап дар сари он аст, ки ҳангоми $D=0$ будан, дар (3) ифодаи дар таҳти реша буда нул аст, барои ҳамин вай як решаро муайян мекунад.

Рафту агар $D=b^2-4ac<0$ бошад, он гоҳ дар (3) ифодаи дар таҳти реша буда манфӣ аст. Бинобар ин қисми рости (3) маъно надорад. Ин ба реша надоштани муодилаи (1) баробаркувва мебошад.

Хулоса, барои ёфтани решаҳои муодилаи квадратии дилхоҳ мо асосан формулаи (3)-ро истифода мекунем.

Мисоли 1. Муодилаи $3x^2-10x+3=0$ -ро ҳал мекунем.

Дар ин муодила $a=3$, $b=-10$, $c=3$ аст. Мувофиқи формулаи

(3):

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= \frac{(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3}}{2 \cdot 3} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{6} = \\ &= \frac{10 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{10 \pm 8}{6}.\end{aligned}$$

Аз ин ҷо

$$x_1 = \frac{10 - 8}{6} = \frac{1}{3}; \quad x_2 = \frac{10 + 8}{6} = 3.$$

Ҷавоб: $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = 3$.

Мисоли 2. Решаҳои муодилаи $4x^2+12x+9=0$ -ро меёбем. Дар ин муодила $a=4$, $b=12$, $c=9$ аст. Аз рӯи формулаи (3):

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9}}{2 \cdot 4} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 144}}{8} = \\ &= \frac{-12 \pm \sqrt{0}}{8} = \frac{-12}{8} = -1,5.\end{aligned}$$

Ҷавоб: -1,5.

М и с о л и 3. Муодилаи $5x^2-11x+7=0$ -ро ҳал мекунем. Дар ин муодила $a=5$, $b=-11$, $c=7$.

$$x_{1,2} = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 7}}{2 \cdot 5} = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 140}}{10} = \frac{11 \pm \sqrt{-19}}{10}$$

Азбаски $\sqrt{-19}$ маъно надорад, пас муодила дорои реша нест.

Ҷ а в о б: Муодила реша надорад.

Э з о ҳ и 2. Агар b -коэффитсиенти дуоми муодилаи (1) адади чуфт бошад, он гоҳ формулаи решаҳои муодилаи квадратиро дар намуди кулайтар навиштан мумкин аст. Дар ҳақиқат, азбаски b чуфт аст, пас чунин адади бутуни n ёфт мешавад, ки $b=2n$ аст, яъне муодилаи (1) намуди

$$ax^2+2nx+c=0$$

-ро дорад. Пас, мувофиқи формулаи (3):

$$x_{1,2} = \frac{-2n \pm \sqrt{(2n)^2 - 4ac}}{2 \cdot a} = \frac{-2n \pm 2\sqrt{n^2 - ac}}{2a} = \frac{-n \pm \sqrt{n^2 - ac}}{a}$$

Зоҳиран фаҳмост, ки агар $n^2-ac < 0$ бошад он гоҳ муодила реша надорад.

М и с о л и 4. Муодилаи $3x^2-4x+1=0$ -ро ҳал менамоем.

Мувофиқи формулаи дар боло овардашуда ($n=-2$):

$$x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \cdot 1}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{4-3}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{1}}{3} = \frac{2 \pm 1}{3}$$

Ҷавоб: $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = 1$.

?

1. Кадом ифодаро дискриминанти муодилаи квадратӣ меноманд? 2. Формулаи решаҳои муодилаи квадратиро нависед. 3. Муодилаи квадратӣ чанд реша дошта метавонад? 4. Ҳангоми адади чуфт будани коэффитсиенти дуоми муодилаи квадратӣ бо кадом формула ёфтани решаҳои он кулайтар аст?

498. Муодиларо ҳал накарда, муайян кунед, ки вай реша дорад ё на:

а) $2x^2+5x-7=0$;

б) $3x^2-7x+11=0$;

в) $4x^2+4x+1=0$;

г) $t^2-2t+2=0$?

499. Муодиларо ҳал накарда, муайян кунед, ки вай дуто решаи гуногун дорад ё на:

а) $5x^2+7x-8=0$;

б) $7x^2-6x+2=0$;

в) $9x^2+12x+4=0$;

г) $6x^2+13x+6=0$?

500. Муодиларо ҳал накарда, муайян кунед, ки вай якто реша (дуто решаи яхела) дорад ё на:

а) $16x^2-24x+9=0$;

б) $x^2-5x+6=0$;

в) $9x^2+30x+25=0$;

г) $9x^2-3x+0,25=0$?

501. Муодилаи квадратиро ҳал кунед:

а) $3x^2-7x+4=0$;

б) $y^2-10y-24=0$;

в) $p^2+p-90=0$;

г) $2x^2-5x+2=0$;

д) $2x^2-7x-4=0$;

е) $3x^2-10x+3=0$;

ж) $5v^2-8v+3=0$;

з) $4t^2-4t+1=0$.

502. Муодиларо ҳал кунед:

а) $9x^2-6x+1=0$;

б) $7y^2+7y+5=0$;

в) $3p^2+9p+10=0$;

г) $18x^2-15x+2=0$;

д) $50x^2-35x+6=0$;

е) $12m^2+36m+27=0$;

ж) $45t^2+60t+20=0$;

з) $x^2-6x+8=0$.

503. Решаҳои муодиларо ёбед:

а) $4x^2+x-33=0$;

б) $2x^2+x+1,4=0$;

в) $-y^2+3y+5=0$;

г) $18+3x^2-x=0$;

д) $16x+12x^2-3=0$;

е) $5-14x+18x^2=0$;

ж) $1+36y^2-12y=0$;

з) $5t-2+12t^2=0$.

504. Барои кадом қиматҳои x :

а) қимати сеаъзогии x^2-5x-5 ба 1 баробар мешавад?

б) қиматҳои бисёраъзогиҳои x^2-5x+7 ва $2x-5$ баробаранд?

в) қимати дуаъзогии $2x-1$ ба қимати сеаъзогии $3x^2-5x+1$ баробар аст?

г) қимати сеаъзогии $-2x^2+x+6$ бо қимати дуаъзогии x^2-2x яхела аст?

505. Барои кадом қиматҳои x :

а) дуаъзогиҳои x^2-x ва $4x+6$;

б) сеаъзогиҳои $7x^2-6x+8$ ва x^2+x+7 дорои қиматҳои баробаранд?

506. Муодилаи квадратиро ҳал кунед:

а) $2x^2=10-x$;

б) $-5x^2=9x-13$;

в) $10-y=2y^2$;

г) $y-3=y^2-15$.

507. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 5 = 0$;

б) $\frac{1}{9}x^2 + 2x - 7 = 0$;

в) $2x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{6} = 0$;

г) $3x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{6} = 0$.

508. Решаҳои муодиларо ёбед:

а) $16 = 15x - x^2$;

б) $2y^2 - 3 = 5y$;

в) $x^2 - 10x = 10x - 96$;

г) $x = 30 - x^2$.

509. Муодилаҳоро ҳал кунед:

а) $x(x+3) = 3$;

б) $5x(x-4) = x^2 - 16x - 1$;

в) $9x(x+1) = 3x - 1$;

г) $(x+1)(x-2) = x - 4$.

510. Муодиларо ҳал кунед:

а) $(2x+1)(x+2) = 1 + (x-1)(3x+1)$;

б) $(3x-1)(x-2) + (x+1)(x+2) = 12$;

в) $-x(x+7) = (x-2)(x+1)$;

г) $(3x-1)(x+3) = x(1+6x)$.

511. Решаҳои муодиларо ёбед:

а) $(x+2)^2 = 10x - 1$;

б) $(2x-3)^2 = 8x + 9$;

в) $3x^2 + 51 = 7(x+1)^2$;

г) $(x-1)^2 - 5 = (2-x)^2$.

512. Муодиларо ҳал намоед:

а) $\frac{x^2 - 1}{2} - 7x = 7$;

б) $\frac{4x^2 - 1}{3} = x(10x - 9)$;

в) $\frac{x^2 - x}{3} = \frac{5x - 5}{2}$;

г) $\frac{4}{5}x^2 - \frac{1}{4}x = \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{5}$.

513. Муодиларо ҳал кунед:

а) $0,7x^2 = 1,3x + 2$;

б) $7 - 0,4y = 0,2y^2$;

в) $x^2 - 1,6x = 0,36$;

г) $x^2 - 2x = -2,31$.

514. Оё чунин қимати a вучуд дорад, ки барояш баробарӣ дуруст аст (агар вучуд дошта бошад, онро ёбед):

а) $2a + 1,2 = 3a^2 + 1,45$;

б) $0,1a - 1,4 = 0,09a^2 + 0,01$?

Машқҳо барои такрор

515. Қимати ифодаро ҳангоми $x = 0,5$ будан ёбед:

$$\frac{x+1}{2x-1} - \frac{x-1}{2x+2} - \frac{2}{1-x^2}$$

516. Ҳисоб кунед:

$$\sqrt{29-12\sqrt{5}} - \sqrt{29+12\sqrt{5}}.$$

517. Касри даҳии давриро ба касри ратсионалӣ гардонед:

а) 1,(10); б) 0,1(01).

518. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{2x}{5} - \frac{x+18}{6} = 23 + \frac{x}{30}$; б) $\frac{x-1}{3} + \frac{2x+1}{5} = \frac{3x-1}{4}$.

519. Бе сохтани графикҳо координатаҳои нуқтаи буриши графикҳои функсияҳои хаттии:

а) $y=5x-2$ ва $y=2x$ -ро ёбед;
б) $y=4x-9$ ва $y=3$ -ро ёбед.

29. ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҲОИ МАТНӢ БО ЁРИИ МУОДИЛАҲОИ КВАДРАТӢ

То ҳол тарзҳои гуногуни ҳал кардани муодилаи квадратиро муоина карда, доир ба манбаҳои воқеии пайдоиши ин гуна муодила чизе нагуфтем. Вале дар п.25 қайд шуда буд, ки муодилаи квадратӣ яке аз муҳимтарин маводи (аппарати) математикӣ мебошад. Сабаби ин дар он аст, ки масъалаҳои гуногуни математика, физика, техника ва дигар илмҳои амалӣ бо ёрии муодилаҳои квадратӣ ҳал карда мешавад. Ҳалли ҷанд масъалаи матнии поён гувоҳи ин гуфтаҳоианд.

М а с њ а л а и 1. Як тарафи росткунча аз дигараш 6 см хурд буда, масоҳаташ 40 см² аст. Тарафҳои росткунчаро ёбед.

Ҳ а л. Бигузур тарафи калони росткунча x см аст. Тарафи дигараш $(x-6)$ см буда, масоҳаташ ба $x(x-6)$ см² баробар аст. Мувофиқи шарти масъала "дорем

ё
$$\begin{aligned} x(x-6) &= 40 \\ x^2 - 6x - 40 &= 0. \end{aligned}$$

Аз ин ҷо

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 4 \cdot 40 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{196}}{2} = \frac{6 \pm 14}{2}.$$

$$x_1 = -4; \quad x_2 = 10.$$

Қимати x мувофиқи маънои масъала бояд адади мусбат бошад. Ин шартро танҳо решаи дуюм, яъне адади 10 қаноат мекунонад.

Ҷ а в о б: 10 ва 4 см.

М а с ъ а л а и 2. Қисм бо суръати аввали 25 м/сония амудан ба боло партофта шуд. Баъди чанд сония вай дар баландии 20 м мешавад?

Ҳ а л. Аз курси физика маълум аст, ки агар муқовимати ҳаво ба эътибор гирифта нашавад, он гоҳ баландии h (бо метр), ки қисми ба таври амудӣ ба боло партофташуда баъди t сония дар он воқеъ аст, бо формулаи

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

ифода мешавад, ки дар ин ҷо v_0 -суръати аввала (бо м/сония), g -шиتابи озодафтӣ, ки тақрибан 10 м/сония² мебошад.

Қиматҳои $h=20$ см ва $v_0=25$ м/сония-ро ба формула гузошта ҳосил мекунем:

$$20 = 25t - 5t^2.$$

Аз ин ҷо

$$5t^2 - 25t + 20 = 0.$$

Барои осонии ҳисоб ҳар ду қисми муодиларо аъзо ба аъзо ба 5 тақсим мекунем:

$$t^2 - 5t + 4 = 0.$$

Муодилаи квадратии ҳосилшударо ҳал намуда меёбем, ки $t_1=1$ ва $t_2=4$ мебошад.

Ҳамин тавр, қисм пас аз 1 сония дар баландии 20 м воқеъ буда, пас аз он як муддат амудӣ ҳаракат карда, сонӣ ба паст фурумадан сар мекунад. Қисм баъди 4 сония боз дар баландии 20 м мешавад.

Ҷ а в о б: Баъди 1 сония ва баъди 4 сонияи болопартой қисм дар баландии 20 м аст.

М а с ъ а л а и 3. Оё секунҷаи росткунҷае вучуд дорад, ки тарафҳои он бо се адади тоқӣ пай дар пай ифода шаванд?

Ҳ а л. Фарз мекунем, ки чунин секунҷа вучуд дорад ва ададҳои тоқӣ пай дар пай $2n+1$, $2n+3$ ва $2n+5$ тарафҳои он ҳастанд. Мувофиқи теоремаи Пифагор квадрати гипотенуза ба суммаи квадрати катетҳо баробар аст, яъне

$$(2n+1)^2+(2n+3)^2=(2n+5)^2.$$

Муодилаи ҳосилшударо содда мекунем:

$$4n^2+4n+1+4n^2+12n+9=4n^2+20n+25,$$

$$4n^2-4n-15=0.$$

Аз ин чо меёбем: $n_1 = -1\frac{1}{2}$; $n_2 = 2\frac{1}{2}$.

Решаҳои ҳосилшуда бутун нестанд, пас ба саволи масъала чунин ҷавоб додан мумкин аст: се адади токи пай дар пай мавҷуд нест, ки тарафҳои секунҷаи росткунҷа ба онҳо баробар бошанд.

520. Ҳосили зарби нисфи адад бар сеяки он ба 24 баробар аст. Ин ададро ёбед.

521. Ҳосили зарби ду адади натуралӣ, ки яке аз дигараш 2 воҳид калон аст, ба 63 баробар мебошад. Ин ададро ёбед.

522. Адади 130-ро ба намуди ҳосили зарби ду адад, ки яке аз дигаре 3 воҳид хурд аст, ифода намоед.

523. Оё секунҷаи росткунҷае мавҷуд аст, ки тарафҳояш бо се адади натуралии пай дар пай ифода меёбад?

524. Оё чунин секунҷаи росткунҷае вучуд дорад, ки тарафҳояш бо се адади чуфти пай дар пай ифода мешавад?

525. Мол ба миқдори фоизе, ки ба нархаш баробар аст, қимат карда шуд. Нархи молро ёбед, агар маълум бошад, ки вай 2,25 сомонӣ қимат шудааст.

526. Дарозии қитъаи росткунҷавӣ аз бараш 5 бор калон аст. Ҳангоми бари қитъаро 9 м зиёд кардан масоҳати он 4 маротиба меафзояд. Андозаҳои аввалии қитъаро ёбед.

527. Дарозии қитъаи замини росткунҷавӣ аз бараш 5 бор калон буда, масоҳаташ 720 м² аст. Дарозӣ ва бари қитъаро ҳисоб кунед.

528. Бари росткунҷа аз дарозиаш се бор кам аст. Дарозии росткунҷаро ёбед, агар маълум бошад, ки масоҳаташ 27 см² мебошад.

529. Нисбати катетҳои секунҷаи росткунҷа 5:12 буда, гипотенузааш 26 см аст. Катетҳоро ёбед.

530. Тарафҳои росткунҷаеро ёбед, ки масоҳаташ 72 см² буда, периметраш 18 см аст.

531. Ҳосили зарби ду адади натуралӣ ба 75 ва ҳосили ҷамъашон ба 20 баробар аст. Ин ададҳоро муайян намоед.

532. Гипотенузаи секунҷаи росткунҷа ба 13 см баробар аст. Яке аз катетҳо нисбати дигарӣ 7 см зиёд аст. Катетҳои секунҷаро ёбед.

533. Периметри росткунҷа ба 85 см баробар буда, диагоналаш 32,5 см аст. Тарафҳои росткунҷа ёфта шаванд.

534. Дарозии яке аз катетҳои секунҷаи росткунҷа аз гипотенуза 3 см хурд ва катети дигар аз гипотенуза 6 см хурд мебошад. Дарозии гипотенузаро ёбед.

535. Ду адади натуралии пай дар пайро ёбед, ки суммаи квадрати онҳо ба 221 баробар бошад.

536. Толори мактаб 192 ҷойи нишаст дорад. Шумораи ҷойҳои нишастӣ ҳар як қатор аз шумораи умумии қаторҳо 4-то зиёд аст. Дар толор чанд қатор ҷой ҳаст?

Машқҳо барои такрор

537. Ифодаро содда намоед:

$$\left(\frac{a+1}{2a-1} - \frac{1}{2a^2-2} \right) \cdot \frac{2a+2}{a+2}.$$

538. Адади номаълуми x -ро аз таносуб ёбед:

а) $3,75 : 10,4 = 3\frac{11}{13} : x$; б) $\frac{a+1}{a-1} = \frac{a^2-1}{ax}$.

539. Зарбкунандаро аз таҳти реша бароред:

а) $(a+\epsilon)\sqrt{\frac{1}{(a+\epsilon)^2}}$; б) $\sqrt{5(x^2+2xy+y^2)}$.

540. Барои кадом қимати ϵ баробарӣ дуруст аст:

а) $\epsilon:3^2=3$; б) $\epsilon^4:49=7^2?$

541. Дар касса 98-то тангаҳои 1, 3 ва 5 сомонӣ ҳаст. Тангаҳои 3 сомонӣ нисбати 1 сомониҳо 10-то зиёд ва тангаҳои 5 сомонӣ нисбати 3 сомониҳо 7 бор зиёд аст. Дар касса чандтогӣ тангаҳои 1, 3 ва 5 сомонӣ ҳаст?

30. МУОДИЛАИ КВАДРАТИИ ИСЛОҲШУДА. ТЕОРЕМАИ ВИЕТ

Т а ъ р и ф. Муодилаи квадратии коэффитсиенти якумаш баробари якро муодилаи квадратии ислоҳшуда меноманд.

Масалан, муодилаҳои $x^2-7x+10=0$ ва $x^2+10x-25=0$ муодилаҳои ислоҳшуда мебошанд.

Дар муодилаи квадратии ислоҳшуда коэффитсиенти дуюмро бо ҳарфи p ва аъзoi озодро бо ҳарфи q ишорат мекунамд:

$$x^2+px+q=0. \quad (4)$$

Формулаҳои решаҳои ин муодиларо меорем. Барои ин аз формулаи (3)-и п.28, ки он решаҳои муодилаи квадратии умумии

$$ax^2+bx+c=0$$

-ро ифода мекунамд, истифода мебарем, яъне аз формулаи

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Муодилаи ислоҳшудаи (4) бо муодилаи намуди умумӣ, ки дар он $a=1$, $b=p$, $c=q$ аст, якхела мебошад. (Дискриминанти муодилаи (4) D ба p^2-4q баробар аст. Ҳангоми $D>0$ будан, вай дорoi ду реша мебошад). Бинобар ин формулаи решаҳои (4) намуди

$$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

$$\text{ё} \quad x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad (5)$$

-ро дорад.

Байни коэффитсиентҳои муодилаи квадратии ислоҳшудаи (4) ва решаҳои он вобастагӣҳое ҷой доранд, ки онҳо ба математики машҳури франсавӣ Франсуа Виет (1540-1603) мансуб буда, ҳамчун теоремаи ба ӯ ҳамном маъмул аст.

Т е о р е м а и В и е т. Суммаи решаҳои муодилаи квадратии ислоҳшудаи (4) ба коэффитсиенти дуюми бо аломати муқобил гирифташуда баробар буда, ҳосили зарби решаҳо ба аъзoi озод баробар аст.

И с б о т. Бигузор x_1 ва x_2 решаҳои муодилаи (4) мебошанд. Нишон додан даркор аст, ки $x_1 + x_2 = -p$ ва $x_1 \cdot x_2 = q$ мебошад. Мувофиқи формулаи (5)

$$x_1 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}; \quad x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

Сумма ва ҳосили зарби решаҳоро ҳисоб мекунем:

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} - \frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p;$$

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 &= \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right) = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \\ &- \left(\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right)^2 = \frac{p^2}{4} - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = \frac{p^2}{4} - \frac{p^2}{4} + q = q. \end{aligned}$$

Инак, $x_1 + x_2 = -p$ ва $x_1 \cdot x_2 = q$ аст.

Дурустии теорема исбот карда шудааст.

Э з о х и 1. Ҳангоми $D = p^2 - 4q = 0$ будан муодилаи (4) якто реша дорад. Агар чунин шуморем, ки ҳангоми $D = 0$ будан, муодилаи квадратӣ дорони ду решаи баробар мебошад, яъне

$$x_1 = x_2 = -\frac{p}{2} \text{ аст, он гоҳ}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p; \quad x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)\left(-\frac{p}{2}\right) = \frac{p^2}{4} = \frac{4q}{4} = q.$$

Ҳамин тариқ, дар ин ҳолат ҳам теоремаи Виет дуруст аст.

Э з о х и 2. Аз теоремаи Виет истифода карда, вобастагии байни решаҳо ва коэффитсиентҳои муодилаи квадратии умумии $ax^2 + bx + c = 0$

-ро муқаррар мекунем. Ин муодила ба муодилаи квадратии ислохшудаи

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

баробарқувва аст. Бинобар ин мувофиқи теоремаи Виет

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

Аҷоибаш ин аст, ки тасдиқоти баръакс нисбати тасдиқоти теоремаи Виет низ дуруст мебошад.

Т е о р е м а (теоремаи баръакси Виет). Агар суммаи ададҳои m ва n ба $-p$ ва ҳосили зарбашон ба q баробар бошад, он гоҳ онҳо решаҳои муодилаи квадратии ислоҳшудаи (4) мебошанд.

И с б о т. Мувофиқи шарт $m+n=-p$ ва $mn=q$ аст. Пас муодилаи (4)-ро дар намуди

$$x^2 - (m+n)x + mn = 0$$

навиштан мумкин аст. Ба ҷои x дар муодила адади m -ро гузошта, ҳосил мекунем:

$$m^2 - (m+n)m + mn = m^2 - m^2 - mn + mn = 0,$$

яъне адади m решаи муодилаи (4) аст. Айнан ҳамин тавр нишон дода мешавад, ки адади n решаи муодила мебошад.

Дурустии теоремаи баръаксро нишон додаем.

Акнун мисолҳои татбиқи теоремаи Виет ва теоремаи баръакси онро дида мебароем.

М и с о л и 1. Сумма ва ҳосили зарби решаҳои муодилаи $4x^2 - 7x + 3 = 0$ -ро меёбем.

Дискриминанти муодила $D = (-7)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 49 - 48 = 1$ адади мусбат аст. Пас муодила дорои ду решаи гуногун мебошад.

Мувофиқи эзоҳи 2 ҳосили ҷамъи решаҳо ба $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$ ва ҳосили

зарбашон ба $\frac{3}{4}$ баробар аст.

Теоремаи баръакси Виет имконият медиҳад, ки дуруст будани решаҳои ёфташудаи муодила санҷида шавад.

М и с о л и 2. Муодилаи $x^2 + 3x - 54 = 0$ -ро ҳал карда, дуруст будани решаҳоро аз рӯи теоремаи баръакс месанҷем.

Мувофиқи формулаи решаҳои муодилаи квадратии ислоҳшудаи (5) дорем:

$$x_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 54} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{225}{4}} = -\frac{3}{2} \pm \frac{15}{2}.$$

Аз ин ҷо $x_1 = -9$; $x_2 = 6$.

Акнун нишон медиҳем, ки решаҳои муодила дуруст ёфт шудаанд. Дар муодила коэффитсиенти p ба 3, азҳои озод q ба -54 баробар аст. Суммаи ададҳои ёфташудаи -9 ва 6 баробари -3 ва ҳосили зарби онҳо баробари -54 мебошад. Пас, мувофиқи теоремаи баръакси Виет ин ададҳо решаҳои муодилаи $x^2 + 3x - 54 = 0$ мебошанд.

М и с о л и 3. Муодилаи:

а) $6x^2 - x - 12 = 0$;

б) $6x^2 - 17x + 12 = 0$

-ро ҳал накарда, аломати решаҳои яшро муайян мекунем.

а) Азбаски $a = 6 > 0$, $c = -12 < 0$ аст, пас $D = b^2 - 4ac > 0$, яъне муодила дорои ду решаи гуногун аст. Ҳосили зарби ин решаҳо ба адади манфӣ -12 баробар аст, бинобар ин аломати решаҳо гуногун мебошад.

б) Азбаски $D = (17)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 12 = 289 - 288 = 1 > 0$ аст, пас муодила ду реша дорад. ҳосили зарби решаҳо ба адади мусбат $\frac{12}{6} = 2$ баробар аст, бинобар ин аломати решаҳои якхела аст. Суммаи решаҳо адади мусбати $\frac{17}{6}$ аст, пас ҳар ду реша мусбатанд.

Аз теоремаи баръакси Виет истифода карда аз рӯи ду адади додашудаи дилхоҳ муодилаи квадратие сохтан мумкин аст, ки ин ададҳо решаҳои он мебошанд.

М и с о л и 4. Муодилаи квадратиро, ки решаҳои ададҳои $x_1 = -4$ ва $x_2 = 6$ ҳастанд месозем.

Мувофиқи додашудаҳо

$$x_1 + x_2 = -4 + 6 = 2,$$

$$x_1 \cdot x_2 = -4 \cdot 6 = -24.$$

Муодилаи матлуб муодилаи $x^2 - 2x - 24 = 0$ мебошад.

Қайд мекунем, ки барои ҳар гуна $a \neq 0$ ададҳои -4 ва 6 решаҳои муодилаи $a(x^2 - 2x - 24) = 0$ низ ҳастанд.

Ми соли 5. Муодилаи квадратино, ки решахош $x_1 = -\frac{8}{9}$

ва $x_2 = \frac{5}{6}$ мебошанд, менависем:

$$x_1 + x_2 = -\frac{8}{9} + \frac{5}{6} = -\frac{1}{18}, \quad x_1 \cdot x_2 = -\frac{8}{9} \cdot \frac{5}{6} = -\frac{20}{27}.$$

Муодилаи матлуб

$$x^2 + \frac{1}{18}x - \frac{20}{27} = 0 \quad \bar{e} \quad 54x^2 + 3x - 40 = 0$$

мебошад.

? 1. Теоремаи Виетро баён кунед ва онро исбот намоед. 2. Сумма ва ҳосили зарби решаҳои муодилаи квадратии $ax^2+bx+c=0$ ба чӣ баробар аст? 3. Теоремаи баръакси Виетро баён карда, онро исбот намоед. 4. Татбики ин теоремаҳоро дар мисолҳо фаҳмонед.

542. Сумма ва ҳосили зарби решаҳои муодиларо ёбед:

- | | |
|---------------------|---------------------|
| а) $2x^2-9x-10=0$; | б) $y^2-10y+14=0$; |
| в) $x^2-270x=0$; | г) $5x^2+12x+7=0$; |
| д) $-x^2+x=0$; | е) $x^2-14x+46=0$; |
| ж) $x^2+12x+31=0$; | з) $x^2+9x-6=0$. |

543. Муодиларо ҳал накарда, аломати решахошро муайян намоед:

- | | |
|--------------------------|------------------------------------|
| а) $x^2+4x-5=0$; | б) $x^2+5x+3=0$; |
| в) $x^2-5x+3=0$; | г) $x^2-8x-7=0$; |
| д) $5x^2+17x+16=0$; | е) $\sqrt{3}x^2-12x-7\sqrt{3}=0$; |
| ж) $x^2-\sqrt{5}x+1=0$; | з) $3x^2+6x-5=0$. |

544. Муодиларо ҳал намуда, дурустии решаҳоро аз рӯи теоремаи баръакси Виет санҷед:

- | | |
|---------------------|--------------------|
| а) $4x^2-5x-6=0$; | б) $5x^2-8x-4=0$; |
| в) $x^2-2x-5=0$; | г) $2x^2+5x-3=0$; |
| д) $12x^2-4x-1=0$; | е) $x^2-8=0$; |
| ж) $3x^2-7=0$; | з) $7x^2-9x=0$. |

545. Дар муодилаи $x^2+px-24=0$ яке аз решаҳо ба 6 баробар аст. Решаи дигар ва коэффитсиенти p -ро ёбед.

546. Яке аз решаҳои муодилаи $x^2-12x+q=0$ ба 12,5 баробар аст. Решаи дигар ва коэффитсиенти q -ро ёбед.

547. Яке аз решаҳои муодилаи $3x^2+vx+15=0$ ба 7 баробар аст. Решаи дигар ва коэффитсиенти v -ро ёбед.

548. Яке аз решаҳои муодилаи $8x^2-12,5x+c=0$ ба 2 баробар аст, Решаи дигар ва коэффитсиенти c -ро ёбед.

549. Фарқи решаҳои муодилаи квадратии $x^2-12x+q=0$ ба 2 баробар аст. Решаҳо ва q -ро ёбед.

550. Фарқи решаҳои муодилаи квадратии $2x^2-x+c=0$ ба 6 баробар аст. Решаҳо ва c -ро ёбед.

551*. Решаҳои x_1 ва x_2 -и муодилаи $3x^2-8x-15=0$ -ро ҳисоб накарда, қимати ифодаи:

$$а) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2};$$

$$б) x_1^2 + x_2^2$$

-ро ёбед.

552. Нишон диҳед, ки муодила решаҳои аломаташон якхеларо надорад:

$$а) 4x^2+231x-1=0;$$

$$б) 2x^2-437x-7=0.$$

553. Муодилаи квадратии ислоҳшударо аз рӯи решаҳои додашудааш созад:

$$а) 5 \text{ ва } 7;$$

$$б) -2 \text{ ва } 3;$$

$$в) -4 \text{ ва } -0,4;$$

$$г) 2,5 \text{ ва } -3;$$

$$д) -\frac{4}{5} \text{ ва } \frac{4}{5};$$

$$е) 1\frac{1}{5} \text{ ва } 0,2;$$

$$ж) 0,2 \text{ ва } -3,2;$$

$$з) -0,1 \text{ ва } 0,2;$$

$$и) 0,5 \text{ ва } -0,3.$$

Машқҳо барои тақрор

554. Қасрро ихтисор кунед:

$$а) \frac{4x^2-9}{2x+3};$$

$$б) \frac{(a-3)^2}{6-2a}.$$

555. Қимати ифодаи

$$\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2+4\sqrt{xy}}{x+\sqrt{xy}+1}$$

-ро ҳангоми $x=4$ ва $y=6$ будан ҳисоб кунед.

556. Муодиларо ҳал кунед:

$$а) \frac{x(x-3)}{6} - \frac{x}{2} = 0; \quad б) \frac{x(x+3)}{3} + \frac{8+x}{4} = 2.$$

557. Графикро насохта, координатаҳои нуқтаҳои буриши графики функсия $y=11x-2,2$ -ро бо тирҳои координатавӣ муайян намоед.

§10. МУОДИЛАҲОИ РАТСИОНАЛИИ КАСРӢ

31. ҲАЛЛИ МУОДИЛАҲОИ РАТСИОНАЛИИ КАСРӢ

Муодилаҳое, ки қисми чап ё рости онҳо, ё ҳар ду қисм, ифодаҳои ратсионалианд, *муодилаҳои ратсионалий* ном доранд. Масалан, муодилаҳои

$$\frac{2x+1}{3} = 3(7-x), \quad 3x^2-2x=1, \quad x - \frac{6}{x} = -3x-2, \quad \frac{x-3}{2x+3} = \frac{2x-7}{x+7}$$

муодилаҳои ратсионалианд.

То ҳол мо муодилаҳои ратсионалиеро муоина карда будем, ки қисмҳои чапу рости онҳо ифодаҳои бутун буданд, яъне махраҷҳояшон тағйирёбанда надоштанд. Ин гуна муодилаҳоро *муодилаҳои бутун* меноманд. Муодилаи ратсионалий, ки қисми чап ё росташ ва ё ҳар ду қисмаш ифодаи касрӣ аст, *муодилаи касрӣ* ном дорад.

Масалан, дутои муодилаҳои аввалин дар боло овардашуда муодилаҳои бутун буда, дутои боқимонда муодилаҳои ратсионалии касрӣ мебошанд.

Мисоли 1. Муодилаи бутуни

$$\frac{2x-1}{4} + \frac{x}{3} = 2,5x$$

-ро ҳал менамоем.

Ҳар ду қисми муодиларо ба хурдтарин махраҷи умумии касрҳои дар он дохилбуда, адади 12 зарб мекунем. Дар натиҷа муодилаи ба муодилаи додашуда баробарқувваи аз каср озоди

$$3(2x-1)+4x=30x$$

ҳосил мешавад.

Муодилаи охиринаро ҳал карда меёбем, ки $x = -\frac{3}{20}$ аст.

М и с о л и 2. Муодилаи ратсионалии касрии

$$\frac{4}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} = 3 \quad (1)$$

-ро ҳал мекунем.

Ба монанди мисоли пешина ҳар ду қисми муодиларо ба махраҷи умумии касрҳо, яъне ба ифодаи $x^2-4=(x-2)(x+2)$ зарб карда, муодилаи бутуни

$$4-(x+2)=3(x^2-4) \quad (2)$$

-ро ҳосил менамоем.

Зоҳиран фаҳмост, ки ҳар як решаи муодилаи (1) решаи муодилаи (2) мебошад. Вале муодилаи (2) метавонад бо муодилаи (1) баробарқувва набошад, чунки ҳар ду тарафи онро мо на ба адади аз нул фарқкунанда, балки ба ифодаи дорои тағйирёбанда зарб кардаем ва ин ифода метавонад, барои ягон кимат баробари нул шавад. Бинобар ин на ҳар як решаи муодилаи (2) ҳатман решаи муодилаи (1) аст.

Муодилаи (2)-ро содда карда, муодилаи квадратии

$$3x^2+x-14=0$$

-ро ҳосил мекунем, ки решаҳои он ададҳои $x_1 = -2\frac{1}{3}$ ва $x_2=2$ мебошанд.

Акнун месанҷем, ки ин ададҳо решаҳои муодилаи (1) ҳастанд ё на.

Ҳангоми $x = -2\frac{1}{3}$ будан, махраҷи умумӣ x^2-4 ба нул

мубаддал намешавад. Пас, адади $-2\frac{1}{3}$ решаи муодилаи (1) аст.

Ҳангоми $x=2$ будан, махраҷи умумӣ x^2-4 баробари нул аст,

бинобар ин ифодаҳои $\frac{1}{x^2-4}$ ва $\frac{1}{x-2}$ маъно надоранд. Аз ин сабаб, адади 2 решаи муодилаи (1) нест.

Инак, танҳо адади $-2\frac{1}{3}$ решаи муодилаи (1) мебошад.

Умуман, тарзи ҳал кардани муодилаҳои касриро ба марҳалаҳои зерин ҷудо кардан мумкин аст:

- а) ёфтани махрачи умумии касрҳои дар муодила буда;
- б) зарб кардани ҳар ду қисми муодила ба махрачи умумӣ;
- в) ҳал кардани муодилаи бутуни ҳосилшуда;
- г) хориҷ кардани ҳамон решаҳои муодилаи бутун, ки онҳо

махрачи умумиро ба нул мубаддал мекунад.

М и с о л и 3. Муодилаи

$$\frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} = \frac{4-x}{x^2+2x}$$

-ро ҳал мекунем.

Махраҷро ба зарбкунандаҳо ҷудо карда ҳосил мекунем:

$$\frac{2}{(x-2)(x+2)} - \frac{1}{x(x-2)} = \frac{4-x}{x(x+2)}$$

Махраҷи умумӣ: $x(x-2)(x+2)$.

Схемаи умумии ёфтани ҳалли муодилаи касриро татбиқ менамоем:

$$\begin{aligned}2x-(x+2) &= (x-2)(4-x), \\2x-x-2 &= 4x-x^2-8+2x, \\x^2-5x+6 &= 0,\end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2},$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = 3.$$

Агар $x=2$ бошад, он гоҳ $x(x-2)(x+2)=0$; агар $x=3$ бошад, он гоҳ $x(x-2)(x+2) \neq 0$ аст.

Ҷ а в о б: 3.



1. Мисолҳои муодилаҳои бутун ва касриро оред. 2. Ҷаро муодилаи бутуне, ки дар натиҷаи ба махраҷи умумӣ зарб кардани қисмҳои муодилаи касрӣ ҳосил мешавад, на ҳамеша ба муодилаи касрӣ баробарқувва аст? 3. Марҳалаҳои ҳалли муодилаҳои касриро номбар кунед.

558. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{x^2}{x+4} = \frac{x}{x+4}$; б) $\frac{x^2-3x+5}{2x-1} = \frac{-x^2-2x+8}{2x-1}$; в) $\frac{y^2}{y^2-4} = \frac{5y-6}{y^2-4}$;

г) $\frac{y^2}{y-2} = \frac{-7y+6}{2-y}$; д) $\frac{1+3x}{1-2x} = \frac{5-3x}{1+2x}$; е) $\frac{2y+1}{y+1} = \frac{3}{y}$;

ж) $\frac{10}{x-3} = \frac{8+x}{x}$; з) $\frac{x-1}{2x+3} = \frac{2x-1}{3-2x}$; и) $\frac{x+1}{x-1} = \frac{x-5}{1-x}$.

559. Муодиларо ҳал намоед:

а) $\frac{3x-2}{x+1} - 1 = 0$; б) $\frac{5}{2x-3} = x-6$; в) $\frac{10}{7-x} = x$;

г) $\frac{x^2-9}{3} = \frac{3(x-3)}{2}$; д) $\frac{6}{x} = 2x-1$; е) $\frac{x^2+2x}{x+1} = \frac{2x}{5}$;

ж) $\frac{x^2-3x+2}{8x-4} = 0$; з) $\frac{16x^3-x}{x+3,2} = 0$; и) $2x = \frac{8}{x+3}$.

560. Решаи муодиларо ёбед:

а) $\frac{15}{x-2} = \frac{14}{x} + 1$; б) $\frac{2}{x-3} + \frac{14}{x} = 3$;

в) $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x} = \frac{5}{4}$; г) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{3}{20}$;

д) $\frac{40}{x-20} - \frac{40}{x} = 1$; е) $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+4} = 1$;

ж) $\frac{180}{x} - 1 = \frac{180}{x+6}$; з) $\frac{2}{x-1} + \frac{4}{x} = 4$.

√ 561. Муодиларо ҳал кунед:

а) $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+3} = \frac{5}{8}$; б) $\frac{4}{x-2} + \frac{4}{x+2} = 1,5$;

в) $\frac{3x+1}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = 1$; г) $\frac{2y-3}{y+3} + \frac{y+3}{y-3} = 5$;

$$д) \frac{6}{x^2-1} - \frac{2}{x-1} = \frac{x-2}{x+1};$$

$$е) \frac{2}{x^2-4} + \frac{x-4}{x(x+2)} = \frac{1}{x(x-2)};$$

$$ж) \frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{10}{3};$$

$$з) \frac{1}{4x^2-1} + \frac{1}{54} = \frac{1}{2(2x-1)}.$$

562. Барои кадом қиматҳои x :

а) қимати функсияи $y = \frac{3x-2}{x+6}$ ба $-4; 0; 2$ баробар мебошад?

б) қимати функсияи $y = \frac{x^2-2x+3}{x+3}$ ба $-16; 2; 6$ баробар

мешавад?

563. Нишон диҳед, ки муодила реша надорад:

$$а) \frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{10}{3} + \frac{36}{x^2-9}; \quad б) \frac{1}{1-x} + \frac{1}{2-x} = \frac{1}{(x-1)(x-2)}.$$

564. Муодиларо ҳал кунед:

$$а) \frac{5+2x}{4x-3} = \frac{3(x+1)}{7-x};$$

$$б) \frac{3}{y-2} + \frac{7}{y+2} = \frac{10}{y};$$

$$в) \frac{1}{2-x} - 1 = \frac{1}{x-2} - \frac{6-x}{3x^2-12};$$

$$г) \frac{7y-3}{y-y^2} - \frac{1}{y-1} = \frac{5}{y(y-1)}.$$

565. Решаи муодиларо ёбед:

$$а) 5x+2 = \frac{8}{1-3x};$$

$$б) \frac{15}{7x-3} = 2x-1;$$

$$в) 2x + \frac{23}{2x-7} = -4;$$

$$г) 2x + \frac{70,5}{4x+9} = 7,5.$$

566. Муодиларо ҳал кунед:

$$а) \frac{18}{x+3} = \frac{5}{x-2} - \frac{4}{x-1};$$

$$б) \frac{3}{2+x} + \frac{6}{x+1} = \frac{16}{x+3};$$

$$в) \frac{27}{x+4} - \frac{8}{x+3} = \frac{20}{x+5};$$

$$г) \frac{5}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{16}{x-3}.$$

567. Муодиларо ҳал кунед:

$$а) \frac{x-4}{3-x} - \frac{x+1}{x+3} = \frac{x-9}{x^2-9}; \quad б) \frac{6-x}{x-5} + \frac{2x+1}{x^2-25} = \frac{x+7}{5+x};$$

$$в) \frac{x^2-8}{x^2-4} = \frac{1}{x+2} - \frac{3}{x-2}; \quad г) \frac{10}{y^2-y} + \frac{1}{y-y^2} = \frac{1}{1+y}.$$

568*. Решаҳои муодиларо ёбед:

$$а) \frac{x-2}{x-1} + \frac{x+2}{x-1} = \frac{x+11}{x+3} + \frac{1}{3}; \quad б) \frac{5}{x-1} - \frac{4}{3-6x+3x^2} = 3;$$

$$в) \frac{4}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x^2-1} = 0; \quad г) \frac{4}{9x^2-1} + \frac{1}{3x^2-x} = \frac{4}{9x^2-6x+1}.$$

Машқҳо барои такрор

569. Оё ададҳои:

$$а) x_1 = \sqrt{2}, \quad x_2 = 1 + \sqrt{2}; \quad б) x_1 = \sqrt{2}, \quad x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

решаҳои муодилаи квадратии $x^2+px+q=0$, ки дар ин ҷо p ва q ададҳои раціоналианд, шуда метавонанд?

570. Қимати ифодаи $x^2-2xy+y^2$ -ро ҳангоми $x = 4 + 3\sqrt{2}$, $y = 4 - 3\sqrt{2}$ будан ёбед.

571. Исроҳат кунед, ки фарқи куби адад ва ҳуди он ба 6 тақсим мешавад.

572. Суммаи секаратаи рақамҳои адади дурақама ба ҳуди адад баробар аст. Агар ба ин адад 45-ро зам кунем, он гоҳ ададҳо ҳосил мекунем, ки ҳангоми ҷойиваз кардани рақамҳои он адади аввала ҳосил мешавад. Адади авваларо ёбед.

573. Ифодаро содда намоед:

$$а) \frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \sqrt{y};$$

$$б) \sqrt{x} - \frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}.$$

32. ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҲОИ МАТНӢ БО ЁРИИ МУОДИЛАҲОИ РАТСИОНАЛӢ

Бисёр масъалаҳоро бо ёрии муодилаҳои ратсионалӣ ҳал кардан мумкин аст. Барои тасдиқи ин ақида чанд масъалаҳои мушаххасро муоина менамоем.

М а с ъ а л а и 1. Мототсиклон 105 км роҳро тай намуда, аз сабаби вайронии роҳ дар қисми боқимондаи роҳ, ки 132 км-ро ташкил меод, суръати худро 2 км/соат кам намуд. Суръати аввалии мототсиклонро ёбед, агар маълум бошад, ки тамоми роҳро вай дар муддати 7 соат тай кардааст.

Ҳал. Бигузор x км/соат суръати аввалии мототсиклон аст. Суръати камшуда бошад ба $(x-2)$ км/соат баробар мешавад.

Мототсиклон қисми якуми роҳро дар муддати $\frac{105}{x}$ соат ва қисми

дуюми роҳро дар муддати $\frac{132}{x-2}$ соат тай мекунад. Пас, вақти дар

тамоми роҳ сарф кардашуда ба $\left(\frac{105}{x} + \frac{132}{x-2}\right)$ соат баробар аст.

Мувофиқи шарт масъала ин вақт ба 7 соат баробар аст. Аз ин ҷо

$$\frac{105}{x} + \frac{132}{x-2} = 7.$$

Ин муодиларо ҳал мекунем:

$$105(x-2) + 132x = 7x(x-2),$$

$$237x - 210 = 7x^2 - 14x,$$

$$7x^2 - 251x + 210 = 0,$$

$$x_{1,2} = \frac{251 \pm \sqrt{(251)^2 - 4 \cdot 7 \cdot 210}}{2 \cdot 7} = \frac{251 \pm \sqrt{63001 - 5880}}{14} =$$

$$= \frac{251 \pm \sqrt{57121}}{14} = \frac{251 \pm 239}{14}.$$

$$x_1 = \frac{251 - 239}{14} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}; \quad x_2 = \frac{251 + 239}{14} = \frac{490}{14} = 35.$$

Решаи якум $x_1 = \frac{6}{6}$ ношоам аст, чунки $x_1 - 2 = \frac{6}{7} - 2 < 0$.

(Суръат адади мусбат аст).

Ҷавоб: 35 км/соат.

М а с ъ а л а и 2. Ду чумак ҳавзро дар 16 соат аз об пур мекунад. Пас аз 4 соат чумаки якумро бастанд ва чумаки дуюм дар муддате ҳавзро аз об пур кард, ки он аз муддати пур кардани тамоми ҳавз аз тарафи чумаки якум 12 соат зиёд аст. Дар алоҳидагӣ ҳар як чумак дар чанд соат ҳавзро аз об пур карда метавонист?

Ҳ а л. Фарз мекунем, ки чумаки якум ҳавзро дар x соат пур мекунад. Пас, дар як соат вай $\frac{1}{x}$ қисми ҳавзро пур менамояд.

Ҳангоми якҷоя кор кардан, онҳо дар як соат $\frac{1}{16}$ қисми

ҳавзро аз об пур менамоянд. (Дар 4 соати кори якҷоя онҳо $\frac{1}{4}$ ҳиссаи ҳавзро пур мекунад). Пас, чумаки дуюм дар як соат

$\left(\frac{1}{16} - \frac{1}{x}\right)$ қисми ҳавзро аз об пур мекунад. Аз тарафи дигар, дар $(x+12)$ соат чумаки дуюм ҳавзро аз об пур кард, яъне дар ин муддат $\frac{3}{4}$ ҳиссаи ҳавзро. Пас, дар як соат ин чумак

$\frac{3}{4} : (x+12) = \frac{3}{4(x+12)}$ ҳиссаи ҳавзро аз об пур мекунад.

Ин мулоҳизаҳо ба муодилаи зерин меоранд:

$$\frac{1}{16} - \frac{1}{x} = \frac{3}{4(x+12)}$$

Қисмҳои чап ва рост муодила ҳамон як бузургӣ-ҳиссаи ҳавзро, ки дар як соат чумаки дуюм онро бо об пур менамояд, ифода менамоянд.

Муодилаи ҳосил кардаамонро ҳал мекунем. Ба махраҷи умумӣ $-16x(x+12)$ ҳар ду қисми муодиларо зарб карда ҳосил менамоем:

$$x(x+12)-16(x+12)=12x,$$

$$x^2-16x-192=0,$$

$$x_{1,2} = 8 \pm \sqrt{64 + 192} = 8 \pm \sqrt{256} = 8 \pm 16.$$

$$x_1 = -8, \quad x_2 = 24.$$

Решаи якум шарти масъаларо қаноат намекунад. Чумаки дуҷум

дар як соат $\frac{1}{16} - \frac{1}{24} = \frac{1}{48}$ ҳиссаи ҳавзро пур мекунад. Пас, вай дар 48 соат ҳавзро пур менамояд.

Ҷ а в о б: 24 ва 48 соат.

М а с ъ а л а и 3. Коргар дар мӯҳлати муайян бояд 200 детал истеҳсол намояд. Вай ҳар соат аз нақша 5-тоғи зиёд детал истеҳсол намуда, супоришро 2 соат пеш аз мӯҳлат иҷро кард. Супоришро коргар дар чанд соат иҷро намудааст.

Ҳ а л. Бигузур микдори детале, ки коргар дар як соат истеҳсол мекунад, ба x баробар аст. $\frac{200}{x}$ вақтест, ки дар муддати

он коргар супоришро иҷро менамояд. Мувофиқан, $\frac{200}{x+5}$ вақтест, ки дар муддати он коргар ҳар соат $x+5$ детал истеҳсол карда, супоришро 2 соат пеш иҷро намудааст.

Мувофиқи шарти масъала, муодилаи

$$\frac{200}{x} - \frac{200}{x+5} = 2$$

-ро ҳосил мекунем. Ин муодиларо табдил дода ба муодилаи квадратии

$$2x^2 + 10x - 1000 = 0$$

доро мешавем. $x_1 = -\frac{70}{4}$ ва $x_2 = 20$ решаҳои ин муодилаанд.

Решаи якум ношоҷам аст. Решаи дуҷум нишон медиҳад, ки коргар ҳар соат 20 детал истеҳсол карда, супоришро дар 10 соат иҷро мекунад. Вале вай ҳар соат $x_2 + 5 = 20 + 5 = 25$ детал истеҳсол карда, супоришро дар $10 - 2 = 8$ соат иҷро кардааст.

Ҷ а в о б: Коргар супоришро дар 8 соат иҷро кардааст.

574. Махраҷи касри одии дуруст аз сураташ 3 воҳид калон аст. Агар ба сурати каср 6 ва ба махраҷаш 7-ро зам кунем,

касре ҳосил мешавад, ки махрачи он аз махрачи касри аввала 2 воҳид кам аст. Касри авваларо ёбед.

575. Сурати касри оддии дуруст аз махрачаш 7 воҳид хурд аст. Агар суратро якто кам ва махрачро 9-то зиёд кунем, касре ҳосил мешавад, ки аз касри аввала 4 бор камтар аст. Касри авваларо ёбед.

576. Қайки мотордор дар 8 соат 39 км ба самти чараёни дарё ва 35 км ба муқобили чараён шино кард. Агар суръати чараёни дарё 3 км/соат бошад, суръати қайқ дар оби ором чӣ қадар аст?

577. Киштӣ 45 км масофаро ба самти чараёни дарё тай карда, дар бандар 4 соат истод ва баъд ба ҷои аввала баргашт. Тамоми ин муддат 12 соатро ташкил дод. Суръати чараёнро ёбед, агар суръати ҳаракатӣ киштӣ дар оби ором 12 км/соат бошад.

578. Ду мошин дар як вақт аз шаҳр ба қишлоқ, ки масофаашон 120 км аст, равон шудаанд. Суръати мошини якум назар ба суръати мошини дуюм 20 км/соат зиёд буд, бинобар ин вай ба ҷои таъиншуда 1 соат пештар омада расид. Суръати ҳар як мошинро ёбед.

579. Автобус аз вокзал ба фурудгоҳ, ки дар масофаи 40 км воқеъ аст, равон шуд. Баъди 10 дақиқа аз паси ӯ таксӣ ба роҳ баромад. Ба фурудгоҳ ҳар ду дар як вақт омада расиданд. Суръати таксӣ аз суръати автобус 20 км/соат зиёд мебошад. Суръатҳои таксӣ ва автобусро муайян кунед.

580. Як велосипедрон масофаи 30 км-ро назар ба велосипедрони дигар, ки суръаташ нисбатан 3 км/соат камтар аст, 20 дақиқа тезтар тай намуд. Ҳар як велосипедрон бо кадом суръат ҳаракат кардааст?

581. Масофаи ду шаҳрро, ки 300 км аст, қаторан одамкаш аз қаторан боркаш 1,5 соат тезтар тай менамояд. Суръати қаторан одамкаш аз суръати қаторан боркаш 10 км/соат зиёд аст. Суръати ҳар як қаторан чанд аст?

582. Қаторан барои бартараф кардани ақибмони 1 соата суръаташро дар тӯли 720 км назар ба суръати аввалааш 10 км/соат зиёд намуд. Суръати аввалин қаторанро ёбед.

583. Қаторан тезгард масофаи 96 км-ро назар ба қаторан одамкаш 40 дақиқа зудтар тай мекунад. Суръати ҳар як

қатораро ёбед, агар маълум бошад, ки фарқи байни суръати онҳо ба 12 км/соат баробар мебошад.

584. Ҳавзро ду чумак дар $1\frac{7}{8}$ соат аз об пур мекунад.

Чумаки якум дар алохидагӣ назар ба чумаки дуюм ҳавзро 2 соат зудтар пур менамояд. Ҳар як чумак алохида ҳавзро дар чанд соат аз об пур мекунад?

585. Ду кас алафзорро дар 12 соат медараванд. Агар нисфи алафзорро шахси якум даравида, баъд нисфи дигарашро шахси дуюм даравад, 25 соат вақт сарф мешавад. Ҳар кадоми онҳо дар алохидагӣ алафзорро дар чанд соат медараванд?

586. Аҳмад дар 6 соат ва Алӣ дар 8 соат қитъаи заминро нарм карда метавонанд. Агар онҳо ҳамроҳ кор кунанд, замин дар чанд соат нарм карда мешавад?

587. Ду қатора аз ду шахри масофаи байнашон 720 км ба пешвози якдигар ҳаракат карданд ва дар нимроҳа дучор омаданд. Агар қаторайи дуюм нисбати қаторайи якум 1 соат дертар равон шуда, бо суръати 4 км/соат зиёдтар (нисбати суръати қаторайи якум) ҳаракат карда бошад, суръати ҳар як қатора чӣ қадар аст?

588. Ду бригада ба дарахтшинонӣ машғул буданд. Бригадаи якум назар ба дуюм ҳар рӯз 40 дарахтӣ зиёд мешинонд ва ҳамагӣ 270 дарахт шинонд. Бригадаи дуюм ду рӯз зиёд кор карда, ҳамагӣ 250 дарахт шинонд. Ҳар як бригада чанд рӯзӣ ба дарахтшинонӣ машғул шудааст?

589. Якчанд кас хӯрок хӯрда, бояд 175 сомонӣ меоданд. Азбаски дутои онҳо пул надоштанд, дигарон маҷбур шуданд, ки 10 сомонӣ зиёд диҳанд. Чанд кас хӯрок хӯрдааст?

590. Микдори тухмҳои ду зани ба бозор омада 100-то аст. Микдори тухмҳои ҳар кадом гуногун аст, вале аз фуруш ҳар ду пули баробар ба даст оварданд. Яке аз онҳо ба дигараш гуфт: «Агар тухмҳои ту дар дасти ман мебуданд, ҳамаашро ба 15 сомонӣ мефуруҳтам». Дигарӣ ҷавоб гардонд: «Агар тухмҳои

ту дар дастам мебуданд, ман онҳоро ба $6\frac{2}{3}$ сомонӣ мефуруҳтам». Ҳар як зан чанд дона тухм дошт?

Машқҳо барои тақрор

591. Исробот кунед, ки баробарӣ дуруст аст:

а) $\frac{\sqrt{17} + 4}{\sqrt{17} - 4} + \frac{\sqrt{17} - 4}{\sqrt{17} + 4} = 66$; б) $\frac{1}{13 + 2\sqrt{40}} + \frac{1}{13 - 2\sqrt{40}} = \frac{26}{9}$.

592. Баробарӣ барои кадом қиматҳои x дуруст аст:

а) $(5x+1)^2=5x+1$; б) $4(x+3)^2=(2x+6)^2$?

593. Қасрро ихтисор намоед:

а) $\frac{a^3 - 1}{1 - 2a + a^2}$; б) $\frac{ax - 2x - 4a + 8}{3a - 6 - ax + 2x}$.

594. Қимати q -ро ёбед, ки барояш фарқи решаҳои муодилаи $x^2 - 4x + q = 0$ ба 2 баробар аст.

595. Муодилаи квадратии ислоҳшударо соzed, ки ададҳои

$\frac{\sqrt{2} - 1}{2}$ ва $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$ решаҳои мебошанд.

596. Махраҷи қасри $\frac{3}{2 - \sqrt{3}}$ -ро аз иррационалӣ озод кунед.

33. ТАРЗИ ГРАФИКИИ ҲАЛЛИ МУОДИЛАҲО

Муодилаи $x^3 = 4$ -ро дида мебароем. Мо ҳанӯз тарзи ҳал кардани ин муодиларо наметонем. Агар ҳар ду қисми ин муодиларо ба $x \neq 0$ тақсим намоем, он гоҳ муодилаи ба пешина

баробаркувваи $x^2 = \frac{4}{x}$ -ро ҳосил мекунем. Қимати тақрибии

решаро бо ёрии графикҳо ёфтан мумкин аст. Барои ин дар як

ҳамвории координатавӣ графики функсияҳои $y = x^2$ ва $y = \frac{4}{x}$ -ро

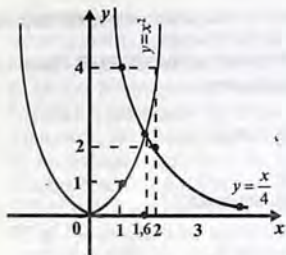
(расми 9) месозем. Ин графикҳо ҳамдигарро дар як нуқта мебуранд. Абсиссаи нуқтаи буриш ҳамон қимати тағйирёбандаи

x мебошад, ки дар он ифодаҳои x^2 ва $\frac{4}{x}$ қиматҳои якхела

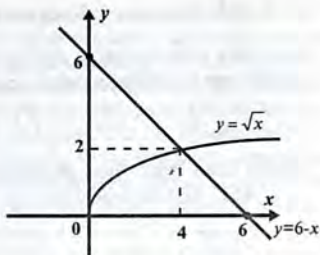
мегиранд. Ин аст, ки абсиссаи нуқтаи буриши графикҳои функ-

сияҳои $y = x^2$ ва $y = \frac{4}{x}$ решаи муодилаи $x^2 = \frac{4}{x}$ мебошанд. Ба

1,6 баробар будани қимати тақрибии реша аз расм намоён аст.



Расми 9.



Расми 10.

Ин тарзи ҳалли муодиларо *тарзи графикии* ҳалли муодила меноманд.

Боз як мисоли бо ин тарз ҳал кардани муодиларо муоина мекунем. Муодилаи $\sqrt{x} = 6 - x$ -ро ҳал мекунем. Соҳаи муайянии функсияи $y = \sqrt{x}$ маҷмӯи ададҳои ғайриманфӣ аст. Графики ин функсияро дар п.17 муоина карда будем. Графики функсияи хатии $y = 6 - x$ хати рост аст. Дар як системаи координатавӣ ин графикҳоро месозем (расми 10). Графикҳо ҳамдигарро дар як нуқта мебуранд. Аз расм аён аст, ки абсиссаи ин нуқта 4 аст. Пас $x = 4$ решаи матлуби муодилаи мазкур мебошад.

? 1. Мохияти тарзи графикии ҳалли муодиларо дар мисоли мушаххас фаҳмонед.

597. Бо тарзи графיקӣ решаи мусбати муодиларо ёбед:

а) $x^2 = x + 2$;

б) $x^2 + 1,5x - 2,5 = 0$.

598. Муодиларо аввал бо тарзи графיקӣ, баъд бо ёрии формулаи решаҳо ҳал кунед:

а) $x^2 = 0,5x + 3$;

б) $x^2 - 4x + 3 = 0$.

599. Муодиларо бо тарзи графיקӣ ҳал намоед:

а) $\frac{10}{x} = -x + 7$;

б) $\frac{8}{x} = x^2$;

в) $\frac{6}{x} = x^2$.

600. Графики функцияҳои $y = \frac{1}{x}$ ва $y = ax + b$ -ро, ки дар ин ҷо a ва b ягон ададанд, дар як системаи координатавӣ кашида, аз рӯи онҳо муайян намоед, ки муодилаи

$$\frac{1}{x} = ax + b$$

дорон чанд реша буда метавонад.

601. Муодиларо графикӣ ҳал намоед:

а) $\sqrt{x} = x - 6$; б) $\sqrt{x} = -x + 2$; в) $\sqrt{x} = \frac{4}{x}$.

Машқҳо барои тақрор

602. Маълум, ки $\left(3\frac{2}{5} - x\right) : 4,2 = 6,24 - x$. x -ро ёбед.

603. Аҳмад ва Алий дар як вақт ба шаҳр, ки дар масофаи 30 км воқеъ аст, равон шуданд. Аҳмад дар як соат назар ба Алий 1 км зиёд роҳ гашта, ба шаҳр 1 соат пештар расид. Суръати онҳоро муайян кунед.

604. Ифодаро содда кунед:

а) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$; б) $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - 7}$.

605. Дар фурудгоҳ 800 кас интизори тайёраанд. 35%-и онҳо мардҳо мебошанд. Аз миқдори умумии занҳоно кӯдакон 75%-ро занҳо ташкил медиҳанд. Дар фурудгоҳ чандто зан ва чандто кӯдак интизори тайёра мебошанд?

606. Маълум, ки адади 3 решаи муодилаи $4x^2 + bx + 9 = 0$ аст. Коэффитсиенти b -ро ёбед.

Маълумоти таърихӣ

Муодилаҳои квадратӣ ва тарзҳои ҳалли онҳо дар замони қадимтарин маълум буданд. Вавилониҳо қариб чор ҳазор сол пеш муодилаҳои квадратиро, ки бо чен кардани қитъаҳои замин алоқаманд буданд, ҳал мекарданд. Дар Юнони қадим (Пифагор,

Уквидус) муодилаҳои квадратиро бо тарзи геометрӣ ҳал менамуданд. Аввалин шуда тарзи алгебравии ҳалли муодилаи квадратиро Диофант (асри III) пешниҳод кардааст. Аз 13 китоби \bar{y} , ки бо номи умумии «Арифметика» маълум аст, дар 6-тоаш чандин масъалаҳо бо ёрии муодилаи квадрати ҳал шудаанд. Масалан, масъалаи зерин: «Ду ададҳо ёбед, ки суммашон ба 20 ва ҳосили зарбашон ба 96 баробар аст». Диофант моҳирона тағйирёбандаро интихоб карда муодилаи $(10+x)(10-x)=96$ ё $100-x^2=96$, ё ки $x^2-4=0$ -ро ҳосил мекунад. Решаи муодила $x=2$ -ро ёфта, баъд ададҳои матлубро ҳамчун $10+x=12$ ва $10-x=8$ ҳосил мекунад. Ҳалли $x=-2$ барои Диофант вучуд надорад, чунки математикаи Юнон танҳо бо ададҳои мусбат сару кор дошт.

Олими ҳинд Брахмагупта (асри VII) қоидаи ҳалли муодилаи квадратии намуди $ax^2+bx=c$ -ро, ки дар ин ҷо $a>0$ аст, баён кардааст. Қоидаи Брахмагупта моҳиятан бо қоидаи имруза якхела аст.

Математики хоразмӣ Абӯабдулло Муҳаммад ибни Мусои Хоразмӣ (ал-Хоразмӣ) (780-850) асосгузори илми математикаи асрҳои миёнаи Осиёи Марказӣ буда, ба ақидаи муаррихи маъруфи илм – америкоӣ Чорч Сартон математики бузургтарини замони худ ва дар мавриди ба инобат гирифтани ҳамин вазъиятҳо, яке аз барҷасаттарин математикҳои тамоми замонҳо мебошад. Калонтарин хизмати \bar{y} дохил кардани ҳисоби мавқеӣ аст. Хоразмӣ дар асари арифметикии худ «Дар бораи ҳисоби ҳиндӣ» рақамгузори мавқеиро, ки онро альфон ҳаме медонанд, пешниҳод кардааст. Дар ин рисола бо рақамҳои 0, 1, 2, ..., 9, ки ҳамчун рақамҳои арабӣ маъмуланд (дар асл рақамҳои ҳинди буда, дар ҳазораи 1 то милод пайдо шудаанд), тарзи ифода кардани адади дилхоҳ нишон дода мешавад. Қоидаҳои иҷрои амалҳои арифметикӣ бо ададҳои натуралӣ, ки онҳо айнан қоидаҳои ҳозираро мемонанд ва қоидаи азрешабарорӣ (аз руи 2 бор зиёд ё кам кардани адад) дар китоб низ дарҷ гардидаанд.

Асари дигари Хоразмӣ «Китоб ул мухтасар фи ҳисоб ва-л-муқобала» зинаи нави тараққиёти математика аст. Дар асар маълумоти мухтасар доир ба иҷрои амалҳо бо ифодаҳои алгебравӣ, баъзе мисолҳо онди тарзи ҳалли алгебравии секунҷаҳо ва миқдори зиёди масъалаҳо роҷеъ ба тақсими мерос, ки бо муодилаҳои тартиби як ифода карда мешаванд,

гирд оварда шудаанд. Вале дар он дикқати асосӣ ба омӯзиши муодилаҳои квадратӣ равона шудааст. Муттафакир нишон медиҳад, ки ҳар гуна муодилаи квадратӣ бо истифодаи амалиётҳои ал-ҷабр ва ал-муқобала ба яке аз намудҳои зерин оварда мешавад ($a, b, c > 0$): 1) $ax^2 = bx$; 2) $ax^2 = c$; 3) $bx = c$; 4) $ax^2 + bx = c$; 5) $ax^2 + c = bx$; 6) $bx + c = ax^2$. «Ал-ҷабр» (истилоҳи «алгебра» дар натиҷаи ба лотинӣ гардондани ин калима пайдо шудааст!) мусбат гардондани аъзоҳои манфии муодила мебошад, ки моҳияташ аз як қисм ба қисми дигари муодила гузаронидани аъзои манфии он аст.

Масалан, муодилаи $4x^2 + 30 - 18x = 18 + 2x^2 - 8x$ дар натиҷаи истифодаи ал-ҷабр ба муодилаи $4x^2 + 30 + 8x = 18 + 2x^2 + 18x$ мубаддал мешавад. Акнун мувофиқи методи «ал-муқобала» аъзоҳои монандро ихтисор бояд кард. Барои ин онҳоро муқоиса намуда, аз аъзои калон аъзои ба он монанди хурдро тарҳ кардан лозим аст: $2x^2 + 12 = 10x$. Ғайри ин муодиларо боз ба шакли каноникӣ ($a=1$) бояд овард, яъне ба шакли $x^2 + 6 = 5x$, чунки танҳо барои ҳамин ҳолат қоидаи ёфтани решаи мусбат пешниҳод шудааст. Дикқати асосӣ ба омӯзиши муодилаҳои намудҳои 4) - 6) ҷалб карда мешавад. Онҳо дар мисоли муодилаҳои $x^2 + 10x = 39$; $x^2 + 21 = 10x$; $3x + 4 = x^2$ муҳокима мешаванд. Олим нишон медиҳад, ки муодилаҳои намуди 4) ва 6) фақат якто ва танҳо якто реша доранд (решаи дигарӣ, манфӣ аст); муодилаи намуди 5) 2 реша дорад ё умуман реша надорад. Шартҳои мавҷудияти решаҳо, аз он ҷумла шарти ягона (лучанда) будани реша, оварда мешаванд. Қоидаҳо барои мисолҳои мушаххас тавсиф шудаанд, вале ҳамин тавр, ки умумӣ кардани онҳо мушқилоте надорад. Қоидаҳо бо ёрии табдилдиҳиҳои геометрии фигураҳои росткунҷавӣ асоснок карда шудаанд, ки ин ба табдилдиҳиҳои алгебравии мо рост меоянд.

Масалан, қоидаи ҳалли муодилаи

	x	5
x	x^2	$5x$
5	$5x$	25

$x^2 + 10x = 39$ ин тавр асоснок карда мешавад: номаълуми x чун хат, x^2 чун квадрат, ки дар ин хат сохта шудааст, ҳосили зарби $10x$ ҳамчун суммаи ду росткунҷаи тарафҳояшон x ва 5 тасвир карда мешаванд. Ин росткунҷаҳо ва квадрат фигураи шакли Г доштаи

масоҳаташ ба 39 баробарро ташкил медиҳанд. Баъд ин фигура бо квадрати тарафаш 5, то квадрати масоҳаташ ба 64 баробар, пурра карда мешавад. Тарафи квадрати пурра якбора ҳам ба $x+5$ ва ҳам ба 8 баробар аст. Пас $x+5=8$ ва $x=3$. Чӣ тавре мебинем, Хоразмӣ решаҳои муодилоро бо ёрии элементҳои геометрия меёбад.

Акнун тарзи алгебравии ҳалли муодилаи $x^2+21=10x$ -ро, ки ба Хоразмӣ тааллуқ дорад, меорем.

1. Миқдори решаҳои нисф намо: $10:2=5$.

2. Ин ададро бо худаш зарб намо: $5 \cdot 5=25$.

3. Аз он ададро тарҳ намо: $25-21=4$.

4. Аз реша барор: $\sqrt{4} = 2$.

5. Ин решаро ба нисфи решаҳо ҳам намо ё аз он тарҳ намо: $5+2=7$; $5-2=3$.

Агар ҳамаи амалиётҳои закршударо бо як формула ифода намоед, он гоҳ формулаи

$$x = \frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21}$$

-ро ҳосил мекунем. Чуноне мебинем, ҳалли Хоразмӣ бо ҳалли ҳозираамон аз рӯи формула яхела аст.

Ҳамин тариқ, хизмати асосии илмии Хоразмӣ аз он иборат аст, ки ӯ аввалин шуда, алгебаро чун илми мустақил тавсиф намуд, онро ба қолаби муайян даровард ва то асри XVIII, алгебра зери таъсири вай ҳамчун назарияи муодилаҳо тавсиф карда мешуд.

Ҳамзамони Хоразмӣ, Ибни Турк ал-Ҳутталӣ (аз атрофи ш.Душанбе) низ бо муодилаҳои 1) -6) машғул шудааст. Вай барои ёфтани ҳал, нисбат ба Хоразмӣ таҳлили муфассал ва шаклҳои дигари исботҳои геометрию батафсил баён кардааст.

Қондаи умумии ёфтани ҳалли муодилаҳои квадратии намуди $x^2+bx=c$ дар Аврупо танҳо соли 1544 аз тарафи математики немис М.Штифел (1487-1567) баён карда шудааст. Виет низ формулаи ҳалро ҳосил карда буд, вале решаҳои манфиро эътироф намекард. Математикҳои италявӣ Тарталя, Кардано, Бомбелли аввалин шуда, решаҳои манфиро дар асри XVI ба эътибор гирифтаанд. Тарзи ҳалли муодилаҳои квадратӣ, баъди

дастрас шудани асарҳои математики нидерландӣ А. Жирар (1595-1632) ва инчунин Декарту Нютон намуди ҳозиразамонро гирифт.

Вобастагии решаҳои муодилаи квадратиро аз коэффитсиентҳояш соли 1591 Виет кашф кардааст. Дар ишоратҳои ҳозираи алгебравӣ, теоремаи Виет ин тавр тавсиф карда мешавад: решаҳои муодилаи $x^2-(a+v)x+av=0$ ададҳои a ва v мебошанд.

МАШҚҶОИ ИЛОВАГӢ БА БОБИ Ш

Ба параграфи 8

607. Исбот кунед, ки муодила ба муодилаи квадратӣ баробарқувва аст:

а) $(x-2)(x^2+2x+4)=x(x-4)(x+3)$;

б) $(4+3x)^2-(5+2x)(5-2x)=10+(4x+1)^2$;

в) $(y+7)(y^2-7y+49)-y(y+8)(y-7)=0$;

г) $(2x+3)^3-316=(2x-1)^3$.

608. Барои кадом қиматҳои k муодилаи:

а) $\frac{1}{k^2-1}x^2 - x + 5 = 0$;

б) $2x^2-x^{k^2}+1=0$

квадратӣ аст?

609. Решаҳои муодиларо ёбед:

а) $x^2-25=0$; б) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{2}{9} = 0$; в) $-0,1y^2+22,5=0$; г) $-\frac{3}{8}y^2 + 2\frac{2}{3} = 0$.

610. Муодиларо ҳал кунед:

а) $7x^2-4x=0$; б) $-3x^2+5x=0$; в) $x^3+x=0$; г) $3x^3-40x=0$.

611. Муодиларо ҳал намоед:

а) $(x+1)^2+(x-2)^2=5$; б) $(3x-4)^2-(2x+1)^2=-21$;

в) $(x+2)^2=(3x-1)^2-13x$; г) $(x-4)(x^2+4x+16)+28=x^2(x-25)$.

612. Барои кадом қимати a , муодила ҳал дорад:

а) $x^2=a$; б) $x^2=a^2$; в) $x^2+4a=0$; г) $x^2-9a=0$?

613. Ҳосили зарби ду адади пай дар пай аз суммаи онҳо 1-то зиёд аст. Ин ададҳоро ёбед.

614. Агар ба масоҳати квадрат, масоҳати секунҷаро, ки 28 см^2 аст, чамъ намоем, 77 см^2 -ро ҳосил менамоем. Тарафи квадратро ёбед.

615. Муодиларо бо тарзи чудо кардани квадрати пурра ҳал намоед:

а) $x^2-8x-1=0$;

б) $x^2+3x-2=0$;

в) $x^2-5x+6=0$;

г) $x^2-4x-5=0$;

д) $x^2+7x+12=0$;

е) $x^2+9x+14=0$;

ж) $9x^2-6x+1=0$;

з) $3x^2-2x+4=0$.

616. Тарзи чудо кардани квадрати пурраро истифода карда, исбот кунед, ки қимати ифода барои қимати дилхоҳи тағйирёбанда мусбат аст:

а) a^2+5a+7 ;

б) n^2-3n+3 ;

в) $\frac{x^2-2x+3}{11}$;

г) $\frac{p^2-7p+13}{p^2+1}$.

Ба параграфи 9.

617. Муодиларо аз рӯи формула ҳал кунед:

а) $2x^2-5x-3=0$;

б) $x^2+x-56=0$;

в) $3x^3-8x+5=0$;

г) $x^2-x-1=0$;

д) $4x^2-4x+1=0$;

е) $3x^2-3x+1=0$;

ж) $x^2+9x+20,25=0$;

з) $x^2-12x+32=0$.

618. Барои кадом қиматҳои x баробарӣ дуруст аст:

а) $3(x+4)^2=10x+32$;

б) $15(x+1)^2=31x+77$;

в) $(5x+3)^2=5(x+3)$;

г) $(5x+4)^2=5x+4$;

д) $(4x+5)^2=5x^2+4x$;

е) $(5x+3)^2=(3x+5)^2$;

ж) $(2x-3)^2=2x^2-7x$;

з) $(2x+1)^2=5x^2+4x$?

619. Решаҳои муодиларо ёфта, дурустии онҳоро санҷед:

а) $3x^2-10x+3=0$;

б) $x^2-8x-84=0$;

в) $16x^2+8x+4=0$;

г) $x^2+14x+33=0$;

д) $x^2+4x+1=0$;

е) $2y^2+11y+10=0$;

ж) $y^2+12y-13=0$;

з) $2x^2+7x-9=0$.

620. Баробарӣ айният аст ё муодила? Агар муодила бошад, решаҳо яшро ёбед:

а) $10x^2+19x-2=10(x-0,1)(x+2)$;

б) $x-1+(x+1)^2=(x+2)^2-2x+5$;

в) $0,5(x-6)(x-5)=0,5x^2-5,5x+15$;

г) $(2x-3)(2x+3)-1=5x+(x-2)^2$.

621. Маълум, ки яке аз решаҳои $ax^2-2x+5=0$ ба 2 баробар аст. Қимати a -ро ёбед.

622. Исбот кунед, ки яке аз решаҳои муодилаи:

а) $ax^2-(a+c)x+c=0$;

б) $ax^2-(a-b)x-b=0$

ба 1 баробар аст.

623*. Исбот кунед, ки агар муодилаҳои $ax^2+bx+c=0$ ва $sx^2+vx+a=0$, ки дар ин ҷо $a \neq 0$ ва $s \neq 0$ аст, реша дошта бошанд, он гоҳ ин решаҳо нисбати ҳамдигар ададҳои чаппаанд.

624. Барои қадом қиматҳои тағйирёбандаи x сеъязогии x^2+5x-6 ва дуъязогии $3x+2$ қиматҳои баробар қабул менамоянд? Сеъязогии $2x^2-5x+4$ ва $3x^2-7x+5$ чӣ?

625. Панҷ адади бутуни пай дар пайро ёбед, ки суммаи квадратҳои се адади аввалини онҳо ба суммаи квадратҳои ду адади охири баробар бошад.

626. Се адади чуфти пай дар пайро ёбед, ки суммаи квадратҳои ду адади аввалини онҳо ба квадрати адади сеюм баробар бошад.

627. Квадрати суммаи ду адади натуралии пай дар пай аз суммаи квадрати онҳо 60 воҳид зиёд аст. Ин ададҳоро ёбед.

628. Масоҳати майдони росткунҷавӣ 160 м² аст. Дарозии майдон аз бараш 6 м зиёд мебошад. Андозаҳои майдонро ёбед.

629. Як тарафи росткунҷа аз тарафи дигараш 14 см дарозтар буда, диагоналаш ба 34 см баробар аст. Дарозии тарафҳои росткунҷаро ёбед.

630. Суммаи ду адад ба 8 ва ҳосили зарби онҳо ба 12 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

631. Фарқи ду адад ба 8 ва ҳосили зарби онҳо ба 240 баробар аст. Ин ададҳоро ёбед.

632*. Периметри росткунҷа ба 12 см ва суммаи масоҳатҳои квадратҳое, ки дар тарафҳои он сохта шудаанд ба 40 см² баробар аст. Дарозии тарафҳои росткунҷа ёфта шавад.

633. Муодиларо ҳал намуда, дуруст будани решаҳои аз рӯи теоремаи Виет санҷед:

а) $x^2 - 5\sqrt{2}x + 12 = 0$;

б) $x^2 + 2\sqrt{3}x - 72 = 0$;

в) $y^2 - 4y - 12 = 0$;

г) $z^2 - 10z + 16 = 0$.

634. Аввал коэффитсиентро ёфта, баъд муодиларо ҳал намоед:

а) $ax^2+3x-7=0$, агар решааш 3 бошад;

- б) $3x^2+vx+9=0$, агар решааш 5 бошад;
 в) $2x^2-x+c=0$, агар решааш 2 бошад;
 г) $x^2-6x+q=0$, агар фарқи решаҳо 2 бошад.

635*. Исбот кунед, ки барои қимати дилхохи v решаҳои муодилаҳои $5x^2+vx-17=0$ дорои аломати гуногунанд.

636*. Исбот кунед, ки барои қимати дилхохи a муодилаи $2x^2+7x+(a+1)^2=0$ решаҳои мусбат надорад.

637*. Фарқи решаҳои муодилаи $5x^2+vx+10=0$ ба 3 баробар аст. Адади v -ро ёбед.

638. Як решаи муодилаи $x^2+6x+q=0$ аз дигараш 2 бор калон аст. Адади q -ро ёбед.

639. Як решаи муодилаи $x^2+px+3=0$ аз дигараш 3 бор калон аст. Адади p -ро ёбед.

640*. Як решаи муодилаи $3x^2+vx+c=0$ ба $\frac{1}{2}$, дигараш ба аъзои озод баробар аст. Ададҳои v ва c -ро ёбед.

641*. Дар муодилаи $x^2+px+q=0$ коэффитсиентҳои p ва q , ки дар ин ҷо $q \neq 0$ аст, решаҳо мебошанд. Ададҳои p ва q -ро ёбед.

642*. Муодилаи $2x^2-8x-11=0$ -ро ҳал накарда: а) суммаи чаппаи решаҳо; б) суммаи квадрати решаҳоро ёбед.

643*. Сумма квадрати решаҳои муодилаи $x^2+px-3=0$ ба 10 баробар аст. Адади p -ро ёбед.

644*. Муодилаи квадратие тартиб дихед, ки решаҳои ба решаҳои муодилаи $ax^2+vx+c=0$ муқобиланд.

645*. Маълум, ки x_1 ва x_2 решаҳои муодилаи $x^2+px+6=0$ буда, $x_1^2+x_2^2=13$ аст. Адади p -ро ёбед.

646*. Маълум, ки $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$ аст, ки дар ин ҷо x_1 ва x_2 решаҳои муодилаи $x^2+x+q=0$ мебошанд. Адади q -ро ёбед.

647*. Муодилаи квадратие тартиб дихед, ки ҳар як решааш аз ҳар як решаи муодилаи $x^2-6x+2=0$ ду воҳид кам аст.

Ба параграфи 10.

648. Муодиларо ҳал кунед:

$$\text{а) } x + \frac{1}{x} = 2,5; \quad \text{б) } \frac{7}{x+4} + x = 4; \quad \text{в) } \frac{x^2 - 16}{x+3} = 0;$$

$$\text{г) } \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} = 0; \quad \text{д) } \frac{x}{x+1} - \frac{x+2}{x-2} = 1; \quad \text{е) } \frac{x}{2x+3} = \frac{1}{x};$$

$$\text{ж) } \frac{1}{x} + \frac{2}{x+2} = 1; \quad \text{з) } \frac{x+1}{6} + \frac{20}{x-1} = 4; \quad \text{и) } \frac{4}{x-1} - x = 2.$$

649. Муодилаи ратсионалиро ҳал намоед:

$$\text{а) } \frac{6}{x^2 - 1} - \frac{2}{x-1} = 2 - \frac{x+4}{x+1}; \quad \text{б) } \frac{4}{x+2} - \frac{3}{x-2} - \frac{12}{4-x^2} = \frac{1}{7};$$

$$\text{в) } \frac{3}{x+2} - \frac{2x-1}{x+1} = \frac{2x+1}{(x+2)(x+1)}; \quad \text{г) } \frac{4}{x} + 5 = \frac{1}{x^2};$$

$$\text{д) } \frac{3x}{x-1} - \frac{2x}{x+2} = \frac{3x-6}{(x-1)(x+2)}; \quad \text{е) } \frac{x-6}{x-12} - \frac{x-12}{x-6} = \frac{5}{6};$$

$$\text{ж) } \frac{14x^2}{16-x^2} + \frac{11}{x-4} = \frac{49}{x+4}; \quad \text{з) } \frac{12}{x-1} - \frac{8}{x+1} = 1.$$

650. Координатаҳои нуқтаи буриши графики функсияро бо тири Ox муайян намоед:

$$\text{а) } y = \frac{3x-4}{2x+1}; \quad \text{б) } y = \frac{x^2-7x+10}{x-2}; \quad \text{в) } y = \frac{x^3-4x^2}{x-1}.$$

651. Координатаҳои нуқтаҳои буриши графики функсияҳои:

$$\text{а) } y=2x+5 \text{ ва } y = \frac{26}{x-2}; \quad \text{б) } y = \frac{x^2-x}{x-2} \text{ ва } y=2x \text{-ро ёбед.}$$

652*. Муодилаҳоро ҳал кунед:

$$\text{а) } \frac{x+3}{3(x-2)} + \frac{1+8x}{5(2+x)} = \frac{3(2x-1)}{x^2-4}; \quad \text{б) } \frac{5x+1}{4-x} = \frac{4x+11}{16-x^2} + \frac{2x+3}{x+4};$$

$$\text{в) } \frac{9x+12}{x^3-64} - \frac{1}{x^2+4x+16} = \frac{1}{x-4}; \quad \text{г) } \frac{3}{8y^3+1} - \frac{1}{2y+1} = \frac{y+3}{4y^2-2y+1}.$$

653*. Решаҳои муодиларо ёбед:

а) $\frac{\sqrt{3x+\sqrt{2}}+\sqrt{3x-\sqrt{2}}}{\sqrt{3x-\sqrt{2}}+\sqrt{3x+\sqrt{2}}} = \frac{10}{3x-2}$; б) $\frac{1-\sqrt{5}y}{1+\sqrt{5}y} + \frac{1+\sqrt{5}y}{1-\sqrt{5}y} = \frac{9y}{1-5y^2}$.

654. Қимати тағйирёбандаи y -ро ёбед, ки барояш:

а) суммаи касрҳои $\frac{y+1}{y-5}$ ва $\frac{10}{y+5}$ ба ҳосили зарбашон баробар аст;

б) суммаи касрҳои $\frac{2}{y-3}$ ва $\frac{6}{y+3}$ ба ҳосили тақсимашон баробар аст;

в) фарқи касрҳои $\frac{6}{y-4}$ ва $\frac{y}{y+2}$ ба ҳосили зарбашон баробар аст.

655. Қайқ дар кӯл 12 км шино карда, баъд ба муқобили чараёни дарё 11 км шино кард. Қайқ ба ҳамаи роҳ 1 соат вақт сарф намуд. Суръати чараёни дарё 2 км/соат аст. Суръати шинои қайқро дар кӯл ёбед.

656. Кишгӣ дар муддати 5 соат 42 км ба самти чараёни дарё ва 20 км ба муқобили чараёни дарё шино кард. Суръати чараёни дарё 2 км/соат мебошад. Суръати киштиро дар оби ором муайян намоед.

657. Қайқ дар 5 соат 45 км ба самти чараёни дарё ва 22 км ба муқобили чараёни дарё шино намуд. Суръати шинои қайқро ба муқобили чараёни дарё ёбед, агар маълум бошад, ки суръати чараёни дарё 2 км/соат аст.

658. Суръати кишгӣ дар оби ором 20 км/соат аст. Вай дар 3 соат 36 км ба муқобили чараёни дарё ва 22 км ба самти чараён шино кард. Суръати чараёни дарёро ёбед.

659. Қатора дар тӯли 600 км баъди 0,25 ҳиссаи роҳро тай намудан 1,5 соат боздошта шуд. Барои ба ҷои зарурӣ дар вақташ омада расидан, ба қатора лозим омад, ки суръаташро 15 км/соат зиёд намояд. Қатора дар роҳ чӣ қадар вақт сарф кардааст?

660. Ду тайёра дар як вақт аз як фурудоғ ба фурудоғи дигар, ки масофаашон 1800 км мебошад, парвоз намуданд. Суръати тайёраи якум назар ба суръати тайёраи дуюм 100 км/соат камтар буд, бинобар ин вай ба ҷои муқарраршуда 36 дақиқа дертар омада расид. Суръати ҳар як тайёро ёбед.

661. Мошин аз шаҳри А ба шаҳри В, ки масофаи байнашон 234 км аст, равои шуд. Баъди як соат ба пешвози ӯ аз шаҳри В мошини дуюм, ки суръаташ нисбати суръати мошини аввала 12 км/соат зиёд аст, ба роҳ баромад. Суръати ҳар як мошинро ёбед, агар маълум бошад, ки онҳо дар масофаи 108 км аз шаҳри В вохӯрданд.

662. Баъди 4 соат дарав кардани Аҳмад ба ӯ Али ҳамроҳ шуд. Онҳо якҷоя 8 соат кор карда даравро ба итмом расонданд. Ҳар кадоми онҳо алоҳида даравро дар чанд соат ба охир мерасонд, агар маълум бошад, ки барои ин Аҳмад 8 соат зиёд вақт сарф мекард?

663. Ду кас барои дар компютер ҷоп кардани дастхат супориш гирифтанд. Пас аз 2 соат ҳамроҳ кор кардан яке аз онҳо супориши дигар гирифт ва шахси дуюм танҳо корро баъди 1 соату 20 дақиқа анҷом дод. Ҳар кадоми онҳо алоҳида дастхатро дар чанд соат ҷоп карда метавонист, агар маълум бошад, ки шахси дуюм назар ба якум барои ин 1 соату 10 дақиқа зиёд вақт сарф менамуд?

664*. Ду мошини пахтачин пахтаи майдонро нисбати мошини пахтачини якум 9 рӯз ва нисбати мошини пахтачини дуюм 4 рӯз камтар ҷамъоварӣ мекунанд. Ҳар як мошини пахтачин алоҳида пахтаро дар чанд рӯз ҷамъоварӣ карда метавонад?

665. Мувофиқи нақша бригада дар муддати якчанд рӯз бояд 216 асбоб созад. Бригада се рӯз аз рӯи нақша кор карда, дигар рӯзҳо аз нақша 8-тоғӣ асбоб зиёд истеҳсол кард. Дар натиҷа як рӯз пеш аз мӯҳлати муқарраршуда бригада аллакай 232 асбоб истеҳсол карда буд. Мувофиқи нақша супориши якрӯзаи бригада чӣ қадар буд?

666. Бригадаи якум 160 костюм ва дуомаш 100 костюм бояд дӯзанд. Бригадаи якум нисбати дуюм рӯзе 10-тоғӣ зиёд костюм дӯхта, супоришро 2 рӯз пеш аз мӯҳлат иҷро намуд. Бригадаи дуюм рӯзе чандтоғӣ костюм бояд дӯзад, то ки супоришро дар мӯҳлати зарурӣ иҷро наояд.

667. Велосипедрон 20 км роҳи ноҳамвор ва 60 км роҳи ҳамворро дар 6 соат тай намуд. \bar{U} роҳи ноҳамворро назар ба роҳи ҳамвор бо суръати 5 км/соат кам тай кард. Суръати велосипедрон дар ҳар як қисми роҳ ёфта шавад.

668*. Муодиларо бо тарзи графיקӣ ҳал намоед:

а) $\sqrt{x} = 4x$; б) $\sqrt{x} = x - 2$; в) $\sqrt{x} = \frac{1}{x}$; г) $\sqrt{x} = \frac{8}{x}$.

669*. Бо ёрии график муайян намоед, ки муодилаи $\sqrt{x} = ax + b$ вобаста ба аломати ададҳои a ва b , чандто реша дошта метавонад.

ҶАВОБҲО

461. в) $-x^2 + 9 = 0$; г) $x^2 = 0$. 463. а) $x^2 + 4x + 1 = 0$; е) $-3x^2 - 8x + 5 = 0$. 464.

а) $k \neq 0$; б) $k = -1$. 465. а) Дар чорякҳои 2 ва 4; б) дар чорякҳои 1 ва 3. 466. 2,75 ва 42. 467. Ҷуфти $(-3; 2)$ ҳалли ҳар ду система аст.

468. 7,5 га. 469. $\frac{1}{3\sqrt{2}-1}$. 470. а) $-\frac{4}{3}$; $\frac{4}{3}$; б) $-\sqrt{6}$; $\sqrt{6}$; в) реша

надорад; г) $-0,2$; $0,2$; д) реша надорад; е) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\frac{1}{\sqrt{2}}$. 471. а) $-0,5$;

$0,5$; б) -7 ; 7 ; в) -1 ; 1 ; г) $-0,2$; $0,2$; д) 0 ; е) 0 . 472. а) 0 ; $2,5$; б) 0 ; $\frac{4}{3}$; в) $-\frac{7}{8}$;

0 ; г) 0 ; $0,8$; д) 0 ; $\frac{1}{9}$; е) -2 ; 0 . 473. а) $-0,2$; 0 ; б) 0 ; 27 ; в) $-2,5$; 0 ; г) -4 ; 0 ;

д) 0 ; 18 ; е) 0 ; $2,4$. 474. а) 0 ; $0,5$; б) 0 ; $0,25$; в) 0 ; $1\frac{7}{18}$; г) 0 ; $2\frac{3}{19}$. 475.

а) 0 ; 2 ; б) -2 ; 2 ; в) реша надорад; г) 0 ; 1 ; д) -7 ; 7 ; е) 0 ; $0,4$. 476. а) -7 ; 0 ;

б) $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; в) 0 ; 1 ; г) $0,125$; д) -1 ; 1 ; е) $-\sqrt{\frac{13}{6}}$; $\sqrt{\frac{13}{6}}$. 477. 2 ва 3.

478. 10 см. 479. $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$. 480. $\sqrt{\pi}R$. 481. $-5\frac{43}{225}$. 482. а) Якумаш калон; б) якумаш калон. 483. 1. 484. 6 ва 12 сомони. 485. а) $1 + \sqrt{7}$; б) $1 + \sqrt{3}$. 486. а) 4; б) $\frac{225}{4}$; в) 6; г) 4; е) $\frac{1}{16}$. 488. а) -5; б) $\frac{1}{2}$. 489. а) -1; 7; б) $-4 - \sqrt{17}$; $-4 + \sqrt{17}$; в) реша надорад; г) -1; 9. 490. а) 2; 3; б) -1; 3; г) -1; 6. 491. а) $-\frac{1}{2}$; б) -6; 2; в) -3; 2; г) $1 - \sqrt{2}$; $1 + \sqrt{2}$. 492. а) $\frac{1}{3}$; 2; б) -1; 1,5; в) -2; 1,2; г) $-\frac{5}{3}$; 1. 494. а) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$; б) $9 + \sqrt{18}(\sqrt{3} - 2)$. 495. а) $(2-x)(2+x)(4+x^2)$; б) $(2x-3y)(2x+3y)(4x^2+9y^2)$. 496. а) 4; б) 0,125. 497. 12. 498. а) Ха; б) не; в) ха; г) не. 499. а) Ха; б) не; в) не; г) ха. 500. а) Ха; б) не; в) ха; г) ха. 501. а) 1; $\frac{4}{3}$; б) -2; 12; в) -10; 9; г) $\frac{1}{2}$; 2; д) $-\frac{1}{2}$; 4; е) $\frac{1}{3}$; 3; ж) $\frac{3}{5}$; 1; з) $\frac{1}{2}$. 502. а) $\frac{1}{3}$; б) реша надорад; в) реша надорад; г) $\frac{1}{6}$; $\frac{2}{3}$; д) 0,3; 0,4; е) $-\frac{3}{2}$; ж) -2; $-\frac{2}{9}$; з) 2; 4. 503. а) -3; 2,75; б) реша надорад; в) $\frac{3 - \sqrt{29}}{2}$; $\frac{3 + \sqrt{29}}{2}$; г) реша надорад; д) $\frac{-8 - 5\sqrt{5}}{12}$; $\frac{-8 + 5\sqrt{5}}{12}$; е) 0,5; 1,25; ж) $\frac{1}{6}$; з) $-\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$. 504. а) Барои $x = -1$ ва $x = 6$; б) барои $x = 3$ ва $x = 4$; в) барои $x = \frac{1}{3}$ ва $x = 2$; г) барои $x = -1$ ва $x = 2$. 505. а) Барои $x = -1$ ва $x = 6$; б) барои $x = \frac{1}{6}$ ва $x = 1$. 506. а) -2,5; 2; б) $\frac{-9 - \sqrt{341}}{10}$; $\frac{-9 + \sqrt{341}}{10}$; в) -2,5; 2;

- г)-3; 4. **507.** а)2;10; б)-21; 3; в) $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{6}$; г) $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{3}$. **508.** а) $\frac{15-\sqrt{161}}{2}$;
 $\frac{15+\sqrt{161}}{2}$; б) $-\frac{1}{2}$; 3; в)8; 12; г)-6; 5. **509.** $\frac{-3-\sqrt{121}}{2}$;
 $\frac{-3+\sqrt{121}}{2}$; б)0,5; в) $-\frac{1}{3}$; г)-1; 2. **510.** а) $\frac{7-\sqrt{57}}{2}$; $\frac{7+\sqrt{57}}{2}$;
 б) $1-\sqrt{3}$; $1+\sqrt{3}$; в) $-3-\sqrt{13}$; $-3+\sqrt{13}$; г) $\frac{7-\sqrt{13}}{6}$; $\frac{7+\sqrt{13}}{6}$;
511. а)1; 5; б)0; 5; в)-5,5; 2; г)4. **512.** а)-1; 15; б) $\frac{1}{26}$; 1; в)1; 7,5;
 г)1; 4. **513.** а)-1; $2\frac{6}{7}$; б)-7; 5; в)-0,2; 1,8; г) реша надорад; **514.**
 а)Ҳа, барои $x = \frac{1}{6}$ ва $x = \frac{1}{2}$; б)не. **515.** -4. **516.** -6. **517.** а) $1\frac{10}{99}$;
 б) $\frac{10}{99}$. **518.** а)130; б)7. **519.** а) $(\frac{2}{3}; \frac{4}{3})$; б)(3; 3). **520.** 12 ва -12. **521.**
 7 ва 9. **522.** 10, 13 ва -13, -10. **523.** Ҳа, 3, 4 ва 5. **524.** Ҳа, 6,8 ва
 10. **525.** 15 сомони. **526.** 15 см, 3 см. **527.** 60 см, 12 см. **528.** 9 см.
529. 10 ва 24 см. **530.** Чунин росткунҷа вучуд надорад. **531.** 5 ва
 15. **532.** 5 ва 12 см. **533.** 12,5 см, 30 см. **534.** 15 см. **535.** 10, 11.
536. 12 қатор. **537.** $\frac{a}{a-1}$. **538.** а) $10\frac{26}{39}$; б) $\frac{(a-1)^2}{a}$. **540.** а)Барои
 27; б)барои 7. **541.** 2, 12 ва 84-то. **542.** а)4,5 ва -5; г)-2,4 ва 1,4.
543. а)Гуногун; д)реша надорад; е)гуногун; ж)якхела ва мусбат;
 з)гуногун. **544.** а) $-\frac{3}{4}$; 2; б) $-\frac{2}{5}$; 2; в)-3; 5; г)-3; $\frac{1}{2}$; д) $-\frac{1}{6}$; $\frac{1}{2}$;
 е) $\pm\sqrt{8}$; ж) $\pm\sqrt{\frac{7}{3}}$; з)0; $1\frac{2}{7}$. **545.** -4; $p=-2$. **546.** -0,5; $q=-6,25$. **547.**

- $\frac{5}{7}$; $a = -23\frac{1}{7}$. **548.** $-\frac{7}{16}$; $c = -7$. **549.** 5; 7; $q = 35$. **550.** -3,25; 2,75; $c = -17\frac{7}{8}$. **551.** а) $-\frac{8}{15}$; б) $17\frac{1}{9}$. **553.** а) $x^2 - 12x + 35 = 0$;
- з) $x^2 - 0,1x - 0,02 = 0$; и) $x^2 - 0,2x - 0,15 = 0$. **554.** а) $2x - 3$; б) $\frac{3-a}{2}$. **555.** 2. **556.** а) 0; 6; б) -1,75; 0. **557.** (0,2; 0) ва (0; -2,2). **558.** а) 0; 1; б) -2; 3; в) 3; г) -6; 1; д) $\frac{2}{9}$; **559.** а) 2; б) 1; 7,5; в) 2; 5; г) 1,5; 3; д) -3; 4; е) $-2\frac{2}{3}$;
- 0; ж) 1; 2; з) -0,25; 0; 0,25; и) -4; 1. **560.** -4; 7; б) $\frac{7}{3}$; 6; в) 0,6; 4; г) $-\frac{5}{3}$; 12; д) -20; 40; е) -24; 20; ж) -36; 30; з) $\frac{1}{2}$; 2. **561.** а) -1,8; 5; б) $-\frac{2}{3}$; 6; в) $3 \pm \sqrt{5}$; г) $\frac{-3 \pm \sqrt{513}}{4}$; д) 2; е) 3; ж) -6; 6; з) 13. **562.**
- а) Барои $x = -3\frac{1}{7}$; $x = \frac{2}{3}$; $x = 14$. **564.** а) $-\frac{11}{7}$; 2; б) 5; в) -3; $\frac{2}{3}$; г) -0,25. **565.** а) Реша надорад; б) $-\frac{4}{7}$; $\frac{3}{2}$; в) $\frac{3 \pm \sqrt{29}}{4}$; г) $\frac{6 \pm \sqrt{12}}{8}$.
- 566.** а) $\frac{9}{17}$; 3; б) $-\frac{13}{7}$; 1; в) -1; 5; г) -3; 0,8. **567.** а) 4; б) -5,5; 6; в) 0; г) $5 \pm \sqrt{34}$. **568.** а) 0; $\frac{9 \pm \sqrt{97}}{2}$; б) $\frac{4}{3}$; $\frac{7}{3}$; в) $\frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$; г) $-\frac{1}{9}$; 1. **569.**
- а) Не; б) не. **570.** 72. **572.** 27. **573.** а) \sqrt{x} ; б) \sqrt{y} . **574.** $\frac{2}{5}$. **575.** $\frac{2}{9}$.
- 576.** 10 км/соат. **577.** 3 км/соат. **578.** 60 ва 40 км/соат. **579.** 80 ва 60 км/соат. **580.** 15 ва 18 км/соат. **581.** 40 ва 50 км/соат. **582.** 80 км/соат. **583.** 38 ва 48 км/соат. **584.** Дар 3 ва 5 соат. **585.** 30 ва

20 соат. 586. Дар $3\frac{3}{7}$ соат. 587. 36 ва 40 км/соат. 588. 3 ва 5 рӯз.
 589. 7 кас. 590. 40 ва 60 дона тухм. 592. а) Барои $x=-0,2$ ва $x=0$;
 б) барои ҳар гуна x . 593. а) $\frac{a^2+a+1}{a-1}$; б) $\frac{x-4}{3-x}$. 594. 3. 595.
 $x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{4} = 0$. 596. $3(2 + \sqrt{3})$. 602. $7\frac{51}{400}$. 603. 6 км ва 5 км.
 604. а) $\frac{x+y}{x-y}$; б) $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{7}}$. 605. 429 зан ва 143 кӯдак. 606. -15.
 608. а) Барои $k \neq -1$ ва $k \neq 1$; б) барои $k=2, k=3$ ва $k=4$. 609. а) ± 5 ;
 б) $\pm \frac{2\sqrt{2}}{4}$; в) ± 15 ; г) $\pm \frac{8}{3}$; 610. а) 0; $\frac{4}{7}$; б) 0; $\frac{5}{3}$; в) 0; г) $-\frac{\sqrt{40}}{3}$; 0;
 $\frac{\sqrt{40}}{3}$. 611. а) 0; 1; б) 2; -3,6; в) $-\frac{1}{8}$; 3; г) $\pm 1\frac{1}{5}$. 612. а) Барои $a \geq 0$;
 б) барои ҳар гуна a ; в) барои $a \leq 0$; г) барои $a \geq 0$. 613. -1 ва 0 ё
 2 ва 3. 614. 7 см. 615. а) $4 \pm \sqrt{17}$; б) $\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$; в) 2; 3; г) -1; 5; д) -4;
 -3; е) -7; -2; ж) $-\frac{1}{3}$; з) реша надорад. 617. а) $-\frac{1}{2}$; 3; б) -8; 7; в) 1; $\frac{5}{3}$;
 г) $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$; д) $\frac{1}{2}$; е) реша надорад; ж) -4,5; з) 4; 8. 618. а) -2; $-2\frac{2}{3}$;
 б) -2; $2\frac{1}{15}$; в) $-\frac{6}{5}$; $\frac{1}{5}$; г) -0,8; -0,6; д) $-2\frac{3}{11}$; -1; е) ± 1 ; ж) реша
 надорад; з) ± 1 . 619. а) $\frac{1}{3}$; 3; б) -6; 14; в) реша надорад; г) -11; -3;
 д) $-2 \pm \sqrt{3}$; е) $\frac{-11 \pm \sqrt{41}}{4}$; ж) -13; 1; з) -4,5 л. 620. а) ва

в) айниятанд; б) 9; г)-2; $2\frac{1}{3}$. 621. 0,25. 624. Барои $x=-4$ ва $x=2$;
 барои $x=1$. 625. -2, -1, 0,1, 2 ё 10, 11, 12, 13, 14. 626. -2,0,2 ё
 6,8,10. 627. 5 ва 6. 628. 10 ва 16 м. 629. 16 ва 30 см. 630. 2 ва 6.
 631. -20 ва -12 ё 12 ва 20. 632. 2 ва 4 см. 633. а) $2\sqrt{2}$; $3\sqrt{2}$;
 б) $-6\sqrt{3}$; $4\sqrt{3}$; в)-2; 6; г)2; 8. 634. а) $a = -\frac{2}{9}$; 10,5; б) $\sigma = -16,8$; 0,6;
 в) $c = -6$; $-\frac{3}{2}$; г) $q = 8$; 4. 637. $\pm\sqrt{455}$. 638. 8. 639. ± 4 . 640. $\sigma = -\frac{3}{2}$
 ва $c = 0$. 641. $p = 1$, $q = -2$. 642. а) $-\frac{8}{11}$; б) 27. 643. ± 2 . 644. $ay^2 -$
 $\sigma y + c = 0$. 645. ± 5 . 646. $-\frac{1}{2}$. 647. $x^2 - 2x - 6 = 0$. 648. а) $\frac{1}{2}$; 2; б) ± 3 ;
 в) ± 4 ; г)-2; д)-4; 0; е)-1; 3; ж)-1; 2; з) 11; 13; и)-3; 2. 649. а) 2; б) 5;
 в) 1; г)-1; 0,2; д)-3; е) 8,4; 24; ж) $-5\frac{5}{7}$; 3; з)-3; 7. 650. а) $1\frac{1}{3}$; б) 5; в) 0;
 4. 651. а) (-4,5; -4) ва (4; 13); б) (0;0) ва (3; 6). 652. а) $\frac{23}{29}$; $\frac{87}{29}$;
 б) $-\frac{19}{7}$; 1; в) 0; г) $-\frac{1}{3}$. 653. а) $\frac{2}{3}$; 1; б) 0,4; 0,5. 654. а) $y = -11$; б) $y = 15$;
 в) $y = 6$. 655. 24 км/соат. 656. 12 км/соат. 657. 11 км/соат. 658. 2
 км/соат. 659. 10 соат. 660. 500 ва 600 км/соат. 661. 42 ва 54 км/
 соат. 662. 24 ва 16 соат. 663. 4 соату 40 дақ. ва 5 соату 50 дақ.
 664. 15 ва 10 рӯз. 665. 24 асбоб. 666. 10 костюм. 667. 10 ва 15
 км/соат.

НОБАРОБАРИҶО

§ 11. НОБАРОБАРИҶОИ АДАДӢ ВА
ХОСИЯТҶОИ ОНҶО34. МУҚОИСАИ АДАДҶО.
НОБАРОБАРИҶОИ АДАДӢ

Дар амалия муқоисаи ададҷо васеъ истифода карда мешавад. Масалан, духтур ҳарорати шахси касалро бо ҳарорати муқаррарӣ, ҳаррот андозаҳои деталҳои суфтакардаашро бо андозаҳои деталҳои эталонӣ муқоиса менамояд. Натиҷаҳои муқоисаи ду ададро дар намуди баробарӣ ё нобаробарӣ менависанд. Барои ифода кардани ин натиҷа аломатҳои математикӣ = (баробар), > (калон) ё < (хурд) -ро истифода мекунанд.

Мисолҳои муқоисаи ададҷо меорем.

1. Касрҳои оддии $\frac{7}{9}$ ва $\frac{5}{8}$ -ро муқоиса менамоем. Барои ин онҳоро ба махраҷи умумӣ меорем:

$$\frac{7}{9} = \frac{56}{72}; \quad \frac{5}{8} = \frac{45}{72}.$$

Азбаски $56 > 45$ аст, пас $\frac{7}{9} > \frac{5}{8}$ мебошад.

2. Касрҳои даҳии 1,2772 ва 1,2782-ро дида мебароем. Рақамҳои дар разрядҳои воҳидҷо, даҳякиҷо ва садякиҷо буда якхелаанд, вале дар разряди ҳазорякиҷо касри якум рақами 7 ва дар разряди ҳазорякиҷо касри дуум рақами 8 навишта шудааст. Азбаски $7 < 8$ аст, пас $1,2772 < 1,2782$.

3. Касри оддии $\frac{7}{20}$ ва касри даҳии 0,35-ро муқоиса мекунем. Касри $\frac{7}{20}$ -ро ба касри даҳӣ баргардонида мебинем,

ки $\frac{7}{20} = 0,35$ аст. Яъне ин ду каср ба ҳам баробаранд.

4. Ададҳои манфии -17 ва -19 -ро муқоиса менамоем. Қимати мутлақи адади яқум аз қимати мутлақи адади дуҷум хурд аст. Пас адади яқум аз адади дуҷум калон мебошад, яъне $-17 > -19$ аст.

Аз ин мисолҳо чунин хулосаи умумӣ бармеояд: Барои ададҳои дилхоҳи a ва b аз вобастагиҳои $a=b$, $a>b$, $a<b$ фақат ва фақат яқтоаш ҷой дорад.

Дар боло ин ё он тарзи муқоисаи ададҳо вобаста ба намуни мушаххаси онҳо истифода намудем. Пурсида мешавад, ки оё чунин тарзи муқоиса вучуд надорад, ки вай ҳамаи ҳолатҳои имконпазирро дарбар бигирад. Ин тарз ин аст: фарқи ададҳо ҳисоб карда, муайян мекунамд, ки ин фарқ адади мусбат, адади манфӣ ё баробари нул аст. Ин тарзи умумии муқоисаи ададҳо ба таърифи зерин такя менамоем:

Таъриф. Адади a аз адади b калон аст ($a>b$), агар фарқи $a-b$ адади мусбат бошад; адади a аз адади b хурд аст ($a<b$), агар фарқи $a-b$ адади манфӣ бошад. Агар фарқи $a-b$ баробари нул бошад, он гоҳ ададҳои a ва b баробаранд ($a=b$).

Аз таъриф бармеояд, ки ҳар гуна адади мусбат аз нул калон ва ҳар гуна адади манфӣ аз нул хурд аст.

Дар хати рости координатавӣ адади калон бо нуқтаи росттар ҷойгирбуда тасвир шуда, адади хурд бо нуқтаи чаптар ҷойгирбуда тасвир меёбад. Дар ҳақиқат, агар a ва b ду адади дилхоҳ бошанд, он гоҳ фарқи онҳо бо c ишорат карда, мебинем, ки $a=b+c$ мешавад. Агар c адади мусбат бошад, он гоҳ нуқтаи координатааш $b+c$ дар тарафи рости нуқтаи координатааш b ҷойгир аст. Рафту агар c адади манфӣ бошад, он гоҳ нуқтаи координатааш $b+c$ дар тарафи чапи нуқтаи координатааш b ҷойгир мешавад (расми 11). Пас агар $a>b$ бошад, он гоҳ нуқтаи координатааш a росттар аз нуқтаи координатааш b ва агар $a<b$ бошад, чаптар аз он ҷойгир мешавад.



Расми 11.

Масалан, дар тири координатавӣ адади $-0,075$ аз тарафи рости адади $-\frac{4}{11}$ ва адади $3,2$ аз тарафи чапи адади $4,1$ ҷойгир

мешаванд, чунки $-0,075 > -\frac{4}{11}$ ва $3,2 < 4,1$ аст.

Э з о х. Дар катори аломатҳои нобаробариҳои $>$ ва $<$ аломатҳои \geq (калон ё баробар) ва \leq (хурд ё баробар), ки аломатҳои нобаробариҳои гайриқатъӣ ном доранд, низ истифода карда мешаванд. Нобаробарии $a \geq b$ нишон медиҳад, ки $a > b$ ё $a = b$ аст, яъне a аз b хурд нест. Масалан, $12 \geq 2$, $7 \leq 7$, $4 \geq 4$, $a \geq b$ ва $c \leq d$ нобаробариҳои гайриқатъиянд.

Акнун истифодаи таърифи дар боло баёншударо дар ҳалли масъалаҳо дида мебароем.

М и с о л и 1. Исбот мекунем, ки нобаробарии

$$(a+2)(a+4) > (a+1)(a+5)$$

барои қиматҳои дилхоҳи a дуруст аст.

Фарқи қисмҳои чап ва рости нобаробариро тартиб дода, онро табдил медиҳем:

$$[(a+2)(a+4)] - [(a+1)(a+5)] = a^2 + 2a + 4a + 8 - (a^2 + a + 5a + 5) = 8.$$

Фарқи мазкур, ҷӣ тавре мебинем, барои ҳар як қимати a мусбат аст. Пас, мувофиқи таърифи нобаробарии мазкур барои қимати дилхоҳи a дуруст мебошад.

М и с о л и 2. Исбот мекунем, ки агар $\frac{m}{n}$ касри дуруст бошад, он гоҳ

$$\frac{m}{n} < \frac{m+1}{n+1}.$$

Азбаски касри $\frac{m}{n}$ касри дуруст аст, пас $m < n$ мебошад.

Бинобар ин фарқ $\frac{m}{n} - \frac{m+1}{n+1} = \frac{m(n+1) - n(m+1)}{n(n+1)} = \frac{m-n}{n(n+1)}$ хурд

аз нул аст, чунки $m-n < 0$. Пас, нобаробарӣ дуруст аст.

М и с о л и 3. Исбот мекунем, ки суммаи квадратҳои ду адади дилхоҳ аз дучандаи ҳосили зарби онҳо хурд нест, яъне

$$a^2 + b^2 \geq 2ab.$$

Фарқи қисмҳои чап ва рост нобаробарихоро ҳисоб мекунем:

$$(a^2 + b^2) - 2ab = a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2.$$

Азбаски барои ҳамаи қиматҳои a ва b ифодаи $(a - b)^2$ манфӣ нест, яъне $(a - b)^2 \geq 0$, пас нобаробарии мазкур барои қиматҳои дилхоҳи a ва b дуруст аст.

? 1. Тарзҳои муқоисаи ададҳоро, ки барои ҳалли мисолҳои 1-4 истифода шудаанд, номбар кунед. 2. Таърифи умумии муқоисаи ададҳоро баён намоед ва бо мисолҳои ададӣ онро шарҳ диҳед. 3. Чӣ гуна нобаробариро нобаробарии гайриқатъӣ меноманд?

670. Таърифи нобаробарии ададиرو истифода карда, ба қои нуқтаҳо яке аз аломатҳои $=$, $>$ ё $<$ -ро чунон гузоред, ки баробарӣ ё нобаробарии ҳосилшуда дуруст бошад:

а) $\frac{8}{9} \dots \frac{5}{6}$; б) $-\frac{35}{8} \dots -4\frac{3}{8}$; в) $0,002 \dots 0,05$;

г) $0,012 \dots -1,012$; д) $4\frac{1}{5} \dots 4\frac{1}{6}$; е) $-3\frac{1}{12} \dots -3\frac{1}{20}$.

671. Ададҳои a ва b -ро муқоиса кунед, агар $a - b$ баробари: -4 ; 2 ; 0 бошад.

672. Ададҳои a ва b -ро муқоиса намоед, агар:

а) $a - b = -0,2$; б) $a - b = 0$; в) $a - b = 1,7$ бошад.

673. Яқчанд қимати a -ро ёбед, ки барояш нобаробарӣ дуруст аст:

а) $a + 1 > 4$; б) $a + 2 > 2,1$; в) $a + 3 > 3$; г) $a - 4 < -4$.

674. Қадоме аз нобаробарихо барои қимати дилхоҳи a дуруст аст:

а) $a + 1 > a$; б) $a > -a$; в) $-a > a$; г) $a^2 > 0$?

675. Маълум, ки $a < b$ аст. Оё фарқи $a - b$ ба адади: $3,7$; -2 ; 0 баробар шуда метавонад?

676. Қимати ифодаҳои $4a(a + 2)$ ва $(2a + 3)(2a + 1)$ -ро ҳангоми: $a = -2$; $a = 0$; $a = 20$ будан муқоиса кунед. Исбот кунед, ки барои қимати дилхоҳи a қимати ифодаи якум аз қимати ифодаи дуум хурд аст.

677. Исбот кунед, ки нобаробарӣ барои қимати дилхохи тағйирёбанда дуруст аст:
 а) $(a-1)^2 > -1$; б) $(a+v)^2 > -2$; в) $y(y+4) > 4y-0,5$; г) $a(a+v) > av-1$.

* 678. Нобаробариро исбот кунед:

а) $x^2-3x+2 > x(x-3)$; б) $x(x+6) < (x+2)(x+4)$;
 в) $(a-2)^2 > a(a-4)$; г) $(2x-1)(2x+1) < 4x^2$.

† 679. Дуруст будани нобаробариро нишон диҳед:

а) $2v^2-4v+1 > 2v(v-2)$; б) $(4y-1)(4y+1) < 16y^2+0,1$;
 в) $(5y-8)^2 > 8y(3y-10)$; г) $(c+1)(c+6) < (c+2)(c+4)$.

680. Оё баробарӣ барои қимати дилхохи тағйирёбанда дуруст аст:

а) $4x(x+0,25) > (2x-1)(2x+1)$; б) $x(x+8) < (x+5)(x+3)$;
 в) $(x-1)(x+1) < x^2+1$; г) $(7+2x)(7-2x) < 49-x(4x+1)$?

681*. Исбот кунед, ки агар a , v , c ададҳои мусбат ва $a > v$ бошад, он гоҳ:

а) $\frac{a+c}{v+c} < \frac{a}{v}$; б) $\frac{v+c}{a+c} > \frac{v}{a}$.

682. Нобаробариро исбот кунед:

а) $a(a+v) \geq av$; б) $2av \leq a^2+v^2$;
 в) $a(a-v) \geq v(a-v)$; г) $a^2-av+v^2 \geq av$.

683. Чудокунии квадрати пурраро истифода карда, исбот намоед, ки барои қимати дилхохи a нобаробарӣ дуруст аст:

а) $a^2-4a+5 > 0$; б) $a^2+50 > 12a$;
 в) $9a^2-5a+2 \geq a^2+a$; г) $a^2-2a \leq 40a^2-10a+1$.

684. Исбот кунед, ки суммаи адади мусбати дилхоҳ ва адади ба он чаппа аз 2 хурд нест, яъне агар $a > 0$ бошад, он гоҳ

$$a + \frac{1}{a} \geq 2.$$

685*. Исбот кунед, ки ҳангоми мусбат будани ададҳои a ва v нобаробари

$$\frac{a}{v} + \frac{v}{a} \geq 2$$

дуруст аст.

686. Нобаробарио исбот намоед:

а) $\frac{a^2+1}{2} \geq a$;

б) $\frac{a}{a^2+1} \leq \frac{1}{2}$.

687*. Исбот кунад, ки агар $a \geq 0$ ва $b \geq 0$ бошад, он гоҳ

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \text{ аст.}$$

688*. Исбот кунад, ки агар a ва b ададҳои мусбат бошанд, он гоҳ нобаробарии

$$a^3 + b^3 \geq ab(a+b)$$

дуруст аст.

Машқҳо барои такрор

689. Қасро ихтисор кунад:

а) $\frac{x^2 - 6x + 9}{21 - 7x}$;

б) $\frac{4x^2 - 12x + 9}{(3 - 2x)^2}$.

690. Муодиларо ҳал кунад:

а) $\frac{4}{x} = 1 + \frac{1}{x-1}$;

б) $\frac{4}{5x-1} = 5x-4$.

691. Ифодаи $2,3\sqrt{5} - \sqrt{20} - \sqrt{\frac{1}{5}}$ -ро содда намоед.

692. Системаро ҳал намоед:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 7, \\ -2x + 3y = 5. \end{cases}$$

693*. Қаторан боркаш 1 км дарозӣ дошта, бо суръати 50 км/соат ҳаракат мекунад. Дар кадом муддати вақт қатора аз туннели дарозинаш 1 км мегузарад?

35. ХОСИЯТҲОИ НОБАРОВАРИҲОИ АДАДӢ

Хосиятҳои асосии нобаробариҳои адади ро дида мебароем. Онҳо бо теоремаҳои зерин баён карда мешаванд.

Т е о р е м а и 1. Агар $a > b$ бошад, он гоҳ $b < a$ аст; агар $a < b$ бошад, он гоҳ $b > a$ аст.

Дар ҳақиқат, агар $a - b$ адади мусбат бошад, он гоҳ адади ба он муқобил, ки ба фарқи $b - a$ баробар аст, адади манфӣ мебошад ва баръакс, ҳангоми адади манфӣ будани $a - b$ фарқи $b - a$ адади мусбат аст.

Т е о р е м а и 2. Агар $a < b$ ва $b < c$ бошад, он гоҳ $a < c$ аст.

Нишон додан даркор аст, ки фарқи $a - c$ адади манфист. Ба ин фарқ ададҳои b ва $-b$ -ро ҳам карда ҳосил мекунем:

$$a - c = a - c + b - b = (a - b) + (b - c).$$

Мувофиқи шарт $a < b$ ва $b < c$ аст. Аз ҳамин сабаб ҳамешавандаҳои $a - b$ ва $b - c$ ададҳои манфианд. Пас суммаи онҳо низ адади манфӣ мебошад. Аз ин ҷо $a < c$.

Айнан ҳамин тавр исбот кардан мумкин аст, ки агар $a > b$ ва $b > c$ бошад, он гоҳ $a > c$ аст.



Расми 12.

Тасвири геометрии ин хосиятҳо дар расми 12 оварда шудааст.

Т е о р е м а и 3. Агар $a < b$ бошад, он гоҳ барои адади дилхохи c нобаробарии $a + c < b + c$ ҷой дорад.

Мувофиқи шарт $a < b$ аст, бинобар ин $a - b$ адади манфист. Аз ҳамин сабаб фарқи $(a + c) - (b + c)$, ки ба $a - b$ баробар аст, низ адади манфӣ мебошад. Пас $a + c < b + c$ аст.

Ҳамин тариқ, агар ба ҳар ду қисми нобаробарӣ адади дилхоҳ ҳам карда шавад, аломати нобаробарӣ аз ин тағйир намеёбад.

Х у л о с а и 1. Агар аз ҳар ду қисми нобаробарӣ ягон адад тарҳ карда шавад, он гоҳ аломати нобаробарӣ тағйир намеёбад.

Дар ҳақиқат, агар $a < b$ бошад, он гоҳ мувофиқи теоремаи 3 $a + (-c) < b + (-c)$ ё $a - c < b - c$ мебошад.

Х у л о с а и 2. Адади дилхоҳро аз як қисми нобаробарӣ ба қисми дигараш бо тағйир додани аломаташ гузаронидан мумкин аст.

Бигузор $a < v + c$ аст. Аз ҳар ду қисми ин нобаробарӣ адади c -ро тарҳ карда, мувофиқи хулосаи 1 ҳосил мекунем: $a - c < v + c - c$. Аз ин ҷо $a - c < v$.

Т е о р е м а и 4. Агар $a < v$ ва c адади мусбат бошад, он гоҳ $ac < vc$ аст. Агар $a < v$ ва c адади манфӣ бошад, он гоҳ $ac > vc$ аст.

Фарқи $ac - vc$ -ро ба намууди ҳосили зарб тасвир мекунем: $ac - vc = c(a - v)$.

Азбаски $a < v$ аст, пас $a - v$ адади манфист. Агар $c > 0$ бошад, он гоҳ ҳосили зарб $c(a - v)$ адади манфӣ мебошад. Бинобар ин $ac < vc$ аст. Агар $c < 0$ бошад, он гоҳ ҳосили зарб $c(a - v)$ адади мусбат мебошад. Пас, $ac > vc$ аст.

Масалан, ҳар ду қисми нобаробарии $\frac{1}{4} < 0,26$ -ро ба 3 зарб

намуда, нобаробарии $\frac{3}{4} < 0,78$ -ро ҳосил менамоем. Агар худӣ ҳамон нобаробариро ба -4 зарб намоем, нобаробарии $-1 > -1,04$ ҳосил мешавад.

Қайд кардан ба маврид аст, ки аз теоремаи 4 ҳангоми $c = -1$ будан бармеояд: агар $a < v$ бошад, он гоҳ $-a > -v$ аст.

Х у л о с а и 3. Агар $a < v$ ва c адади мусбат бошад, он гоҳ

$\frac{a}{c} < \frac{v}{c}$ аст. Агар $a < v$ ва c адади манфӣ бошад, он гоҳ $\frac{a}{c} > \frac{v}{c}$ аст.

Дар ҳақиқат, агар $c > 0$ бошад, он гоҳ $\frac{1}{c} > 0$ аст ва аз рӯи

теоремаи 4 $a \cdot \frac{1}{c} < v \cdot \frac{1}{c}$ ё $\frac{a}{c} < \frac{v}{c}$ аст. Агар $c < 0$ бошад, он гоҳ

$\frac{1}{c} < 0$ ва мувофиқи теоремаи 4 $a \cdot \frac{1}{c} > v \cdot \frac{1}{c}$ ё $\frac{a}{c} > \frac{v}{c}$ аст.

Масалан, ҳар ду қисми нобаробарии $0,99 < 1$ -ро мувофиқан

ба 3 ва -9 тақсим карда, нобаробариҳои $0,33 < \frac{1}{3}$ ва $-0,11 > -\frac{1}{9}$ -ро ҳосил мекунем.

Хулосаи 4. Агар ҳосили зарби ададҳои a ва v адади мусбат ва $a < v$ бошад, он гоҳ $\frac{1}{a} > \frac{1}{v}$ мешавад.

Барои исбот кифоя аст, ки ҳар ду қисми нобаробарии $a < v$ -ро ба адади мусбат av тақсим намоем.

Рафту агар $av < 0$ бошад, он гоҳ аз $a < v$ нобаробарии $\frac{1}{a} < \frac{1}{v}$

бармеояд.

Миcол. Ба периметри квадрати тарафаш ба a см баробар, баҳо медиҳем, агар маълум бошад, ки $4,1 \text{ см} \leq a \leq 4,2 \text{ см}$ аст.

Пеш аз ҳама қайд менамоем, ки ба бузургӣ баҳо додан маънои нишон додани ду ададро дорад, ки ин бузургӣ аз якеаш хурд набувад, аз дигараш калон нест.

Периметри квадрат мувофиқи формулаи $p=4a$ ҳисоб карда мешавад. Ҳар ду қисми нобаробариҳои $4,1 \leq a$ ва $a \leq 4,2$ -ро ба 4 зарб карда, натиҷаро дар намуди нобаробарии дучанда менависем:

$$4,1 \cdot 4 \leq 4 \cdot a \leq 4,2 \cdot 4; \quad 16,4 \leq p \leq 16,8.$$

Инак, периметри квадрати мазкур аз 16,4 см калон, вале аз 16,8 см хурд мебошад.

?

1. Теоремаҳои 1-4-ро, ки хосиятҳои асосии нобаробариҳои ададиро ифода мекунанд, баён кунед. 2. Агар ҳар ду тарафи нобаробарию ба нул зарб кунем, чӣ ҳосил мешавад? 3. Теоремаҳои 2-4-ро барои нобаробариҳои дорон аломати $>$ баён кунед ва онҳоро исбот намоед.

694. Маълум, ки $a < v$ аст. Ададҳои a ва $v+1$; $a-2$ ва v ; $a-4$ ва $v+3$; $a+2$ ва $v-2$ -ро, агар мумкин бошад, муқоиса кунед.

695. Ба ҳар ду қисми нобаробарии $-1 < 2$ ададро чамъ кунед:
а) 4; б) -3; в) 2,3; г) $-2x$; д) $a+v$; е) $a-v$.

696. Аз ҳар ду қисми нобаробарии $2 > 1$ ададро тарҳ кунед:
а) 2; б) -5; в) 4,1; г) $-3y$; д) a^2 ; е) a^2-v^2 .

697. Ҳар ду қисми нобаробарии $-3 < 4$ -ро ба 2; ба 1; ба $\frac{1}{2}$

ба -1 зарб намоед.

• 698. Ҳар ду қисми нобаробарии $8 > -2$ -ро ба 3; ба -3; ба -1; ба 4 тақсим намоед.

699. Маълум, ки а) $a - 2 > v - 2$ ва $v > 3$; б) $a - 7 > v - 7$ ва $a < -10$;

в) $6a > 6v$ ва $v > \frac{1}{3}$; г) $-3a > -3v$ ва $v < -\frac{1}{2}$ нобаробарихои

дурустанд. Аломати ададҳои a ва v чӣ гунаанд?

700. Нобаробарии $a > v$ дуруст аст. Нобаробариеро нависед, ки он ҳангоми:

а) ба ҳар ду қисми нобаробарии мазкур ҳамчун намудани адади 3 ҳосил мешавад;

б) аз ҳар ду қисми нобаробарии мазкур тарҳ намудани адади 4 ҳосил мешавад;

в) ба 7 зарб намудани ҳар ду қисми нобаробарии мазкур ҳосил мешавад;

г) ба -2,3 зарб намудани ҳар ду қисми нобаробарии мазкур ҳосил мешавад;

д) ба 4 тақсим кардани ҳар ду қисми нобаробарии мазкур ҳосил мешавад;

е) ба -1 тақсим кардани ҳар ду қисми нобаробарии мазкур ҳосил мешавад.

701. Маълум, ки $a < v$ аст. Ба қои * аломати $< \ddot{e} >$ -ро гузored, ки нобаробарии дуруст ҳосил шавад:

а) $-2,7a < -2,7v$; б) $0,11a < 0,11v$; в) $\frac{a}{5} < \frac{v}{5}$; г) $-\frac{a}{3} < -\frac{v}{3}$.

702. Аломати адади a чӣ гуна аст, агар маълум бошад, ки:

а) $3a < 2a$; б) $9a > 4a$; в) $-2a < 2a$; г) $-6a > 2a$.

703. Маълум, ки $a > v$ аст. Дар асоси кадом теоремаҳо тасдиқ кардан мумкин аст, ки нобаробарии зерин дуруст аст:

а) $-2a < -2v$; б) $\frac{a}{3} > \frac{v}{3}$; в) $3a + 9 > 3v + 9$;

г) $0,1a - 0,6 > 0,1v - 0,6$; д) $2 - a < 2 - v$; е) $3 - \frac{a}{2} < 3 - \frac{v}{2}$.

704. Нобаробариеро содда намоед:

а) $2m^2 - 5m + 6 > 2m^2 - 10m + 5$; б) $(a-3)^2 < (4+a)(4-a)$;

в) $(x-1)(x+2) > (x+1)(x-2)$; г) $(v-2)(v^2+2v+4) < v^3$.

705. Маълум, ки a, v, c ва d ададҳои мусбат ва дар айни ҳол $a > v, d < v, c > a$ аст. Ададҳои $\frac{1}{a}, \frac{1}{v}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}$ -ро аз рӯи афзуншавиашон ҷойгир кунед.

706. Маълум, ки $3 < a < 4$ аст. Нобаробарии дучандаро, ки барои ифодаи зерин дуруст аст, нависед:

а) $3a$; б) $-a$; в) $a+1$; г) $3-a$; д) $0,4a+1$.

707. $3 < x < 7$ буданро доништа, ба ифодаи зерин баҳо диҳед:

а) $4x$; б) $-5x$; в) $x-3$; г) $3x+4$.

708. Ба периметри секунҷаи баробартарафи тарафаш a см буда баҳо диҳед, агар маълум бошад, ки $2,9 < a < 3$ аст.

709. Ба тарафи квадрат баҳо диҳед, агар маълум бошад, ки барои периметри он p нобаробарии дучандаи $1,6 \leq p \leq 1,64$ дуруст аст.

710*. Ба қимати ифодаи $\frac{1}{x}$ баҳо диҳед, агар:

а) $3 < x < 5$; б) $0,125 < x < 0,25$ бошад.

Машқҳо барои такрор

711. Санҷед, ки хангоми қимати x ба $0, 1, 2$ ва 3 баробар будан ифодаҳои $(x^2+3x)(3x^2-3x+2)$ ва $4x^2(x^2+1)$ қимати баробар қабул мекунанд. Оё онҳо айниятан ба ҳамдигар баробаранд?

712. Қимати бисёрраъзогии x^2-4x+1 -ро хангоми $x = 2 - \sqrt{3}$ будан ёбед.

713. Муодиларо ҳал намоед:

$$\text{а) } \frac{x^2 - 4}{x} = \frac{3 + 2x}{2}; \quad \text{б) } \frac{1 + x - 6x^2}{3x + 1} = x.$$

714*. Касри давриро ба касри оддӣ баргардонед:

а) $1,2(11)$; б) $0,10(27)$.

36. ЧАМЪ ВА ЗАРБИ НОБАРОБАРИҲОИ АДАДӢ

Амалҳои ҷамъ ва зарби нобаробарии адади дида мебароем.

Т е о р е м а и 5. Агар $a < v$ ва $c < d$ бошад, он гоҳ $a+c < v+d$ аст.

Ба ҳар ду қисми нобаробарии $a < b$ адади c ва ба ҳар ду қисми нобаробарии $c < d$ адади v -ро чамъ карда нобаробариҳои $a+c < v+c$ ва $c+v < d+v$ -ро ҳосил мекунем. Аз ин ду нобаробарӣ мувофиқи теоремаи 1 бармеоҷд, ки $a+c < v+d$ аст.

Масалан, аз $2 < 3$ ва $-5 < -4$ бармеоҷд, ки $-3 < -1$ аст. Инчунин аз нобаробариҳои $1,2 > 1,1$ ва $-1 > -2$ бармеоҷд, ки $0,2 > -0,9$ мебошад.

Теорема ҳангоми аъзо ба аъзо чамъ кардани якчанд нобаробариҳо низ дуруст мебошад.

Ҳамин тариқ, нобаробариҳои аломаташон якхеларо аъзо ба аъзо чамъ кардан мумкин аст. Натиҷаи чамъ нобаробарии дуруст мебошад.

Т е о р е м а и 6. Агар a, v, c ва d ададҳои мусбат, $a < v$ ва $c < d$ бошад, он гоҳ $ac < vd$ аст.

Ҳар ду қисми $a < v$ -ро ба адади мусбати c ва ҳар ду қисми $c < d$ -ро ба адади мусбати v зарб карда, мувофиқи теоремаи 4 нобаробариҳои дурусти $ac < vc$ ва $cv < dv$ -ро ҳосил мекунем. Аз ин ду нобаробарӣ мувофиқи теоремаи 1 бармеоҷд, ки $ac < vd$ аст.

Масалан, аз нобаробариҳои $2 < 2,1$ ва $3 < 4$ бармеоҷд, ки $6 < 8,4$ аст. Инчунин аз $2,1 > 1,8$ ва $5 > 4$ бармеоҷд, ки $10,5 > 7,2$ мебошад.

Теорема ҳангоми аъзо ба аъзо зарб кардани якчанд нобаробариҳои қисмҳои чапу росташон аз ададҳои мусбат иборат буда, низ дуруст мебошад.

Ҳамин тариқ, нобаробариҳои ададии якхеларо, ки ҳамаи аъзоҳояшон мусбатанд, аъзо ба аъзо зарб кардан мумкин аст. Натиҷаи чунин зарбкунӣ нобаробарии дуруст мебошад.

Қайд мекунем, ки агар нобаробариҳои дурусти $a < v$ ва $c < d$ адади манфӣ дошта бошанд, он гоҳ нобаробарии $ac < vd$ нодуруст буданаш мумкин аст. Масалан, агар нобаробариҳои дурусти $-4 < 2$ ва $-5 < 3$ -ро аъзо ба аъзо зарб намоем, нобаробарии $20 < 6$ -ро ҳосил мекунем, ки он нодуруст аст.

Х у л о с а. Агар ададҳои a ва v мусбат ва $a < v$ бошад, он гоҳ барои ҳар гуна адади натуралӣ n $a^n < v^n$ мешавад.

n -дона нобаробариҳои дурусти $a < v$ -ро аъзо ба аъзо зарб намуда, нобаробарии нодурусти $a^n < v^n$ -ро ҳосил мекунем.

Теоремаҳои исботшуда аксаран барои ба сумма, фарқ, ҳосили зарб ва ҳосили тақсим баҳо додан истифода карда мешаванд.

Масалан, бигузур маълум бошад, ки $10 < x < 12$ ва $2 < y < 3$ аст. Галаб карда мешавад, ки ба суммаи $x+y$, фарқи $x-y$, ҳосили

зарби $xу$ ва ҳосили тақсими $\frac{x}{y}$ баҳо диҳем.

1. Ба сумма $x+y$ баҳо медиҳем.

Теоремаи аъзо ба аъзо чамъ кардани нобаробариҳоро аввал ба нобаробарии $10 < x$ ва $2 < y$, баъд ба нобаробариҳои $x < 12$ ва $y < 3$ татбиқ намуда, $12 < x+y$ ва $x+y < 15$ -ро ҳосил менамоем. Натиҷаро дар намуди нобаробарии дучандаи $12 < x+y < 15$ менависем. Аслан ба тариқи кӯтоҳ менависанд:

$$\begin{array}{r} 10 < x < 12 \\ 2 < y < 3 \\ \hline 12 < x+y < 15. \end{array}$$

2. Ба фарқи $x-y$ баҳо медиҳем.

Барои ин фарқи $x-y$ -ро ба намуди суммаи $x+(-y)$ ифода менамоем. Аввал ба $-y$ баҳо медиҳем. Азбаски $2 < y < 3$ аст, пас $-2 > -y > -3$, яъне $-3 < -y < -2$ мебошад. Акнун мувофиқи теоремаи 5 нобаробариҳои якхеларо чамъ мекунем:

$$\begin{array}{r} 10 < x < 12 \\ -3 < -y < -2 \\ \hline 7 < x-y < 10. \end{array}$$

3. Ба ҳосили зарби $xу$ баҳо медиҳем.

Теоремаи аъзо ба аъзо зарб кардани нобаробариҳоро татбиқ намуда, ҳосил мекунем:

$$\begin{array}{r} 10 < x < 12 \\ 2 < y < 3 \\ \hline 20 < xy < 36 \end{array}$$

(Ададҳои x ва y дар байни ададҳои мусбат ҷойгиранд, бинобар ин онҳо низ ададҳои мусбатанд, барои ҳамин аз $10 < x$ ва $2 < y$ нобаробарии $20 < xy$, аз $x < 12$ ва $y < 3$ нобаробарии $xy < 36$ бармеояд).

4. Ба ҳосили тақсими $\frac{x}{y}$ баҳо медиҳем.

Барои ин ҳосили тақсими $\frac{x}{y}$ -ро дар намуди ҳосили зарби

$x \cdot \frac{1}{y}$ ифода карда, ба қимати ифодаи $\frac{1}{y}$ баҳо медиҳем. Азбаски

$2 < y < 3$ аст, бинобар ин $\frac{1}{2} > \frac{1}{y} > \frac{1}{3}$, яъне $\frac{1}{3} < \frac{1}{y} < \frac{1}{2}$. Мувофиқи теоремаи аъзо ба аъзо зарб кардани нобаробариҳо ҳосил мекунем:

$$10 < x < 12$$

$$\frac{1}{3} < \frac{1}{y} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{10}{3} < \frac{x}{y} < 6$$

Қ а й д. Дар п.14-и боби II мо бо мақсади васеъ кардани доираи машқҳо ду ҳосияти решаи квадратии арифметикиро беисбот оварда будем. Альон теоремаи 6-ро истифода карда онҳоро исбот мекунем.

I. Аз адади дилхоҳи мусбат танҳо якто решаи квадратии арифметикӣ баровардан мумкин аст.

Масалан, чӣ тавре медонем $\sqrt{25} = 5$ аст. Рафту агар боз $\sqrt{25} = v$ ва $v \neq 5$ бошад, он гоҳ $v > 5$ ё $v < 5$ аст. Агар $v > 5$ бошад, он гоҳ ин нобаробарию бо худ зарб карда, нобаробарии $v^2 > 5^2$ ё $v^2 > 25$ -ро ҳосил мекунем, ки вай ба баробарии $v^2 = 25$ зид аст. Айнан ҳамин тавр, агар $0 \leq v < 5$ бошад, он гоҳ $v^2 < 25$ -ро ҳосил мекунем. Ҳамин тариқ, адади v , ки ба 5 баробар нест, решаи квадратии арифметикӣ аз 25 шуда наметавонад.

II. Агар $a > v > 0$ бошад, он гоҳ $\sqrt{a} > \sqrt{v}$ аст.

Дар ҳақиқат, агар $\sqrt{a} < \sqrt{v}$ бошад, он гоҳ ин нобаробарию бо худ зарб карда, нобаробарии $a < v$ -ро ҳосил мекунем, ки ин ба шарт зид аст.

?

1. Теоремаҳои аъзо ба аъзо чамъ ва зарб кардани нобаробариҳоро баён намоед. 2. Теоремаҳои 5 ва 6-ро барои нобаробариҳои дорон аломати > баён кунед ва онҳоро исбот намоед.

6715. Нобаробариҳоро аъзо ба аъзо чамъ кунед:

а) $6 > 2,5$ ва $-7 > -9$; б) $-1,5 < -0,5$ ва $-4,5 < -1,5$.

6716. Нобаробариҳоро аъзо ба аъзо зарб кунед:

а) $5 > 3$ ва $6 > 5$; б) $8 < 9$ ва $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$.

717. Оё барои ададҳои мусбати a ва b дуруст аст, ки:

а) агар $a > b$ бошад, он гоҳ $a^2 > b^2$;

б) агар $a^2 > b^2$ бошад, он гоҳ $a > b$?

718*. Оё барои ададҳои мусбати a ва b дуруст аст, ки:

а) агар $a > b$ бошад, он гоҳ $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}$;

б) агар $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}$; бошад, он гоҳ $a > b$?

719*. Маълум, ки $1 < a < 2$ ва $3 < b < 4$ аст. Ба: а) $a+b$; б) $a-b$;

в) ab ; г) $\frac{a}{b}$ баҳо диҳед.

720. Маълум, ки $4 < x < 6$ ва $8 < y < 9$ аст. Ба: а) $x+y$; б) $x-y$;

в) xy ; г) $\frac{x}{y}$ баҳо диҳед.

721. $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ ва $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ буданро доништа, ба: а) $2 + \sqrt{3}$; б) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ баҳо диҳед.

722. Баҳои асоси секунҷаи баробарпахлӯ a ва тарафи пахлӯни он b , ки бо сантиметрҳо ифода шудаанд, маълуманд:

$$18 \leq a \leq 20 \quad \text{ва} \quad 31 \leq b \leq 33.$$

Ба периметри ин секунҷа баҳо диҳед.

723. Дарозии росткунча a ва бари он b -ро чен карда (бо сантиметрҳо), муайян намудаанд, ки $2,3 < a < 2,4$ ва $3,2 < b < 3,3$ аст. Ба периметр ва масоҳати росткунча баҳо диҳед.

724. Баҳои дарозӣ a ва бари хонаи росткунчашакл b маълум аст (бо ҳисоби метр):

$$7,5 \leq a \leq 7,6;$$

$$5,4 \leq b \leq 5,5.$$

Агар барои китобхона хонаи масоҳаташ на камтар аз 40 м^2 лозим бошад, ин хонаро барои китобхона истифода кардан мумкин аст?

725. Бигузор α ва β кунҷҳои секунҷаанд ва маълум аст, ки

$$61^\circ \leq \alpha \leq 62^\circ,$$

$$109^\circ \leq \beta \leq 110^\circ.$$

Ба бузургии кунҷи сеюми секунҷа баҳо диҳед.

Машқҳо барои такрор

726. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

$$\begin{cases} \frac{2,5x - 2y}{2} - 2x = 3, \\ \frac{3x - 2y}{3} + 4 = 3x. \end{cases}$$

727. Аз таносуб x -ро ёбед:

$$855:72=285:x$$

728. Ифодаро содда намоед:

$$\frac{6a}{9a^2 - 1} + \frac{3a + 1}{3 - 9a} + \frac{3a - 1}{6a + 2}.$$

729. Исбот кунед, ки:

а) ҳангоми $a > 0$ будан $4a + \frac{1}{a} \geq 4$;

б) ҳангоми $b < 0$ будан $16b + \frac{1}{b} \leq -8$ аст.

§ 12. НОБАРОБАРИҲОИ ХАТТИИ ЯКТАҒЙИРЁБАНДАДОР

37. ФОСИЛА ВА ПОРЧАИ АДАДӢ

Нуқтаҳои координаташон ба -4 ва 3 баробарро дар хати ростии координатавӣ қайд менамоем (расми 13).

Агар нуқтаи x дар байни нуқтаҳои қайдшуда ҷойгир бошад, он гоҳ ба он адади аз -4 калону аз 3 хурд мувофиқ меояд.



Расми 13.

Баръакси ин тасдиқот низ дуруст аст: Агар адади x шарти $-4 < x < 3$ -ро қонеъ намояд, он гоҳ вай ба нуқтаи дар байни нуқтаҳои координаташон -4 ва 3 ҷойгирбуда тасвир меёбад. Маҷмӯи ҳамаи ададҳо, ки шарти $-4 < x < 3$ -ро қаноат мекунонанд, *фосилаи ададӣ* ё умуман фосилаи аз -4 то 3 ном дорад ва чунин ишорат карда мешавад: $(-4; 3)$ (ин тавр хонда мешавад: «фосилаи аз -4 то 3 »). Ин фосила дар расми 14 тасвир шудааст.



Расми 14.



Расми 15.

Рафту адади x шарти $-4 \leq x \leq 3$ -ро қаноат намояд, он гоҳ вай бо нуқтае тасвир карда мешавад, ки он ё дар байни нуқтаҳои координаташон -4 ва 3 ҷойгир аст, ё бо яке аз онҳо ҳамҷоя мешавад. Маҷмӯи ин гуна ададҳо *порчаи ададӣ* ё умуман порчаи аз -4 то 3 ном дошта, бо $[-4; 3]$ ишорат карда мешавад (ин тавр хонда мешавад: «порчаи аз -4 то 3 »). Ин порча дар расми 15 тасвир карда шудааст.

Маҷмӯи ададҳои x , ки барояшон нобаробарии дучандаи $-4 < x \leq 3$ иҷро мешавад, *нимфосила* номида бо $(-4; 3]$ ишорат мекунонанд («нимфосилаи аз -4 то 3 » хонда мешавад). Мувофиқан, маҷмӯи ададҳои x , ки барояшон нобаробарии дучандаи $-4 \leq x < 3$ иҷро мешавад, *нимпорча* ном дошта, бо $[-4; 3)$ ишорат карда мешавад («нимпорчаи аз -4 то 3 » хонда мешавад). Нимфосила ва нимпорча, мувофиқан дар расмҳои 16 ва 17 тасвир шудаанд.

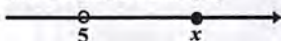


Расми 16.



Расми 17.

Дар хати рости координатавӣ нуқтаи координатааш 5-ро қайд мекунем. Агар адади x аз 5 калон бошад, он гоҳ бо нуқтае тасвир меёбед, ки он дар тарафи рости нуқтаи қайдшуда ҷойгир аст (расми 18). Маҷмӯи ҳамаи нуқтаҳои x , ки шарти $x > 5$ -ро қаноат менамоянд, бо нимхати росте тасвир меёбад, ки он дар тарафи рости нуқтаи координатааш 5 ҷойгир мебошад (расми 19). Ин маҷмӯро фосилаи аз 5 то плюс беохир меноманд ва чунин ишорат мекунанд: $(5; +\infty)$ (ин тавр хонда мешавад: «фосилаи аз 5 то плюс беохир»).



Расми 18.



Расми 19.

Маҷмӯи ададҳои x , ки шарти $x \geq 5$ -ро қаноат менамоянд, бо худи ҳамон нимхати рост, ки нуқтаи координатааш 5-ро низ дарбар мегирад, тасвир карда мешавад (расми 20). Онро бо $[5; +\infty)$ ишорат менамоянд (чунин хонда мешавад: «нимпорчаи аз 5 то плюс беохир»).



Расми 20.

Маҷмӯи ададҳои x , ки барояш яке аз нобаробариҳои $x < 8$ ё $x \leq 8$ иҷро мешавад, мувофиқан бо $(-\infty; 8)$ ё бо $(-\infty; 8]$ ишорат карда мешавад. Навишти $(-\infty; 8)$ -ро «фосилаи аз минус беохир то 8» хонда, навишти $(-\infty; 8]$ -ро «нимпорчаи аз минус беохир то 8» мехонанд.



Расми 21.



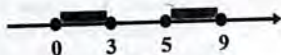
Расми 22.

Тамоми хати рости координатавӣ маҷмӯи ҳамаи ададҳои ҳақиқӣ – R -ро тасвир мекунанд. Ин маҷмӯро бо $(-\infty; +\infty)$ ишорат мекунанд.

Порчаҳои $[1; 4]$ ва $[2; 6]$ -ро дар хати ростии координатавӣ тасвир карда, мебинем, ки порчаи $[2; 4]$ қисми умумии онҳо аст (расми 23).



Расми 23.



Расми 24.

Т а ъ р и ф и 1. Қисми умумии маҷмӯҳои A ва B буриши ин маҷмӯҳо ном дорад.

Буриши маҷмӯҳои A ва B -ро бо $A \cap B$ ишорат мекунам. Чӣ тавре дидем, порчаи $[2; 4]$ буриши маҷмӯҳои $[1; 4]$ ва $[2; 6]$ аст. Ҳамин тариқ,

$$[1; 4] \cap [2; 6] = [2; 4].$$

Порчаҳои $[0; 3]$ ва $[5; 9]$ дорои элементҳои умумӣ нестанд (расми 24). Агар маҷмӯҳо дорои элементҳои умумӣ набоянд, он гоҳ мегӯянд, ки буриши онҳо маҷмӯи холист. Ё мегӯянд, ки онҳо ҳамдигарро намебуранд. Маҷмӯи холи бо аломати \emptyset ишорат карда мешавад. Ҳамин тариқ,

$$[0; 3] \cap [5; 9] = \emptyset.$$

Ҳар як адади порчаи $[1; 6]$ (ниг. ба расми 23) ақаллан ба ке аз порчаҳои $[1; 4]$ ва $[2; 6]$ ва ё ба ҳар дуи ин порчаҳо тааллуқ дорад. Мебинем, ки $[1; 6]$ аз ҳамчоя шудани ду порчаи $[1; 4]$ ва $[2; 6]$ ҳосил шудааст.

Т а ъ р и ф и 2. Маҷмӯе, ки он аз элементҳои ба маҷмӯҳои A ва B тааллуқ дошта иборат аст, ҳамчояшавии ин маҷмӯҳо номида мешавад.

Ҳамчояшавии маҷмӯҳои A ва B -ро бо $A \cup B$ ишорат мекунам. Чӣ тавре дидем, порчаи $[1; 6]$ ҳамчояшавии порчаҳои $[1; 4]$ ва $[2; 6]$ мебошад. Ҳамин тариқ,

$$[1; 4] \cup [2; 6] = [1; 6].$$

Бояд қайд кард, ки ҳамчояшавии фосилаҳо (порчаҳо) на ҳамеша аз фосила (порча) иборат аст. Масалан маҷмӯи $[0; 3] \cup [5; 9]$ порча нест (ниг. ба расми 24).

Чанд мисоли дигари буриш ва ҳамчояшавии маҷмӯҳоро меорем. Буриши маҷмӯи ададҳои бутуни ғайриманфӣ ва маҷмӯи ададҳои бутуни ғайримусбат адади нул буда, ҳамчояшавиашон маҷмӯи ҳамаи ададҳои бутун мебошад. Буриши маҷмӯҳои ададҳои мусбат ва манфӣ маҷмӯи ҳолист, вале ҳамчояшавии онҳо маҷмӯи ададҳои ҳақиқиро (ғайр аз нул) ташкил медиҳад.

Буриши маҷмӯи ададҳои ратсионали Q бо маҷмӯи ададҳои ирратсионали J , маҷмӯи ҳоли буда, ҳамчояшавии онҳо маҷмӯи ададҳои ҳақиқӣ аст. Ҳамин тарик,

$$Q \cap J = \emptyset,$$

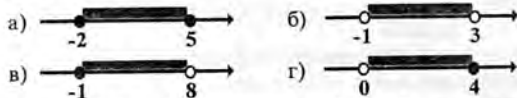
$$Q \cup J = R = (-\infty; +\infty).$$

- ?** 1. Фосила, порча, нимфосила ва нимпорчаро дар хати рости координатавӣ тасвир намоед ва ишорати онҳоро нависед. Хусусияти фарқунандаи якеи онҳоро аз дигарҳояшон номбар кунед. 2. Ишоратҳои $(-\infty; a)$, $(-\infty; a]$, $(a; +\infty)$ ва $[a; +\infty)$ -ро шарҳ диҳед. Адади ба ин маҷмӯҳо тааллуқдошта кадом нобаробариро қаноат менамояд? 3. Буриш ва ҳамчояшавии ду маҷмӯ гуфта, чӣ гуна маҷмӯро меноманд? Мафҳумҳоро бо мисолҳо шарҳ диҳед. Магар ҳамчояшавии ду порча ҳамеша порча аст? 4. Маҷмӯи ҳоли чист? Вай чӣ тавр ишорат карда мешавад?

730. Маҷмӯро дар хати рости координатавӣ тасвир намоед:

- а) $[-2; 3]$; б) $(-4; 4)$; в) $(0; 3]$; г) $[-5; 0)$;
 д) $(2; +\infty)$; е) $[3; +\infty)$; ж) $(-\infty; 3]$; з) $(-\infty; -2)$.

731. Маҷмӯи дар расм тасвиршударо дар шакли нобаробарии дучанда нависед:



732. Дар хати рости координатавӣ маҷмӯро тасвир намоед:

- а) $(4; 7)$; б) $[1; 8]$; в) $(-\infty; 1)$; г) $[10; +\infty)$.

733. Дар хати рости координатавӣ маҷмӯи ададҳоеро, ки онҳо нобаробарии:

- а) $x \geq -2$; б) $x \leq 3$; в) $x > 7$; г) $x < -4$

-ро қаноат менамоянд, тасвир кунед.

734. Дар хати рости координатавӣ маҷмӯи ададҳоеро, ки онҳо нобаробарии дучандаи:

а) $-1,5 \leq x \leq 3$; б) $-1 < x < 1,2$; в) $-4 \leq x \leq -2\frac{1}{5}$; г) $1 < x \leq 5,6$

-ро қаноат менамояд, тасвир кунед.

735. Оё адади: -4; -5; 5; 7,5; -4,6; -4,8 ба фосилаи (-5; 7,5) тааллуқ дорад?

736. Оё адади: -7; -6; -5,2; -1,5; -1; -6,5 ба порчаи [-6; -1] тааллуқ дорад?

737. Кадоме аз ададҳои -1,6; -1,5; -1; 0; 3; 5,1; 6,5 ба

а) [1,5; 6,5]; б) $(3; +\infty)$; в) $(-\infty; 1]$ тааллуқ доранд?

738. Оё адади: а) $\sqrt{2}$; б) $\sqrt{3}$; в) $\sqrt{5}$; г) $\sqrt{6}$ ба фосилаи (1,5; 2,4) тааллуқ дорад?

739. Ду адади мусбат ва ду адади манфиро номбар кунед, ки инҳо ба:

а) фосилаи (-3; 2); б) порчаи [-1; 1] тааллуқ дошта бошанд?

740. Кадоме аз ададҳои бутун ба: а) фосилаи (-5; 2); б) порчаи [-2; 6] тааллуқ доранд?

741. Ададҳои бутунро, ки ба: а) фосилаи (-4; 4); б) нимфосилаи (-3; 5]; в) нимпорчаи [-3; 5); г) порчаи [0; 8] тааллуқ доранд, номбар кунед.

742. Адади калонтарини бутунро ёбед, ки он ба: а) фосилаи (-8; 10); б) нимфосилаи (-11; 1]; в) нимпорчаи [-0,1; 4,2); г) порчаи [-12; -9]; д) нимфосилаи $(-\infty; 28]$; е) фосилаи $(-\infty; 7)$ тааллуқ дорад.

743. Адади хурдтарини бутунро ёбед, ки он ба: а) фосилаи (-7; 8); б) порчаи [2; 5,2]; в) фосилаи (-2; $+\infty$); г) нимпорчаи [3; $+\infty$) тааллуқ дорад.

744. Оё адади 0,99 ба фосилаи $(-\infty; 1)$ тааллуқ дорад? Ду адади аз 0,99 калонро ёбед, ки ба ин фосила тааллуқ дошта бошанд. Оё адади калонтарини ба ин фосила тааллуқдоштаро ёфтан мумкин аст? Оё дар ин фосила адади хурдтарин вучуд дорад?

745. Хати рости координатавино истифода карда, буриши маҷмӯҳро ёбед:

а) (1; 6) ва (4; 9);

б) [-3; 3] ва [-5; 5];

в) $(4; +\infty)$ ва $(7; +\infty)$;

г) $(-\infty; 10)$ ва $(-\infty; 6)$.

746. Дар хати рости координатавӣ ҳамчояшавини маҷмӯҳоро ёбед:

- а) $[-6; 0]$ ва $[-2; 4]$; б) $(-3; 2)$ ва $(8; 10)$;
в) $(-\infty; 3)$ ва $(7; +\infty)$; г) $[2; +\infty)$ ва $(5; +\infty)$.

747. Хати рости координатавиरो истифода карда, буриш ва ҳамчояшавини маҷмӯҳоро ёбед:

- а) $(-4; +\infty)$ ва $(3; +\infty)$; б) $(-\infty; 3)$ ва $[0; +\infty)$;
в) $(-\infty; 4)$ ва $(-\infty; 7)$; г) $[1; 6]$ ва $[0; 9]$.

Машқҳо барои такрор

748. Дар силсилаи баробариҳои зерин хатро ёбед:

$$1-3=4-6; \quad 1-3+\frac{9}{4}=4-6+\frac{9}{4}; \quad \left(1-\frac{3}{2}\right)^2 = \left(2-\frac{3}{2}\right)^2;$$

$$\sqrt{\left(1-\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(2-\frac{3}{2}\right)^2}; \quad 1-\frac{3}{2} = 2-\frac{3}{2}; \quad 1=2?$$

749. Нобаробарии $a^2+3>2a$ -ро исбот кунед.

750. Суръати қайқи мотордор дар оби ором 18 км/соат аст. Вай ба самти ҷараёни дарё назар ба муқобили ҷараёни дарё 12 км-ро 9 дақиқа тезтар шино менамояд. Суръати ҷараёни дарёро ёбед.

751. Муодилаи квадратии ислоҳшударо нависед, ки решаҳои ба -2 ва ба 4 баробаранд.

752. Функсия бо формулаи $y = \frac{4x-1}{2x-1}$ дода шудааст. Барои кадом қимати x қимати функсия ба -1 баробар аст.

38. ҲАЛЛИ НОБАРОБАРИҲОИ ХАТӢ

Нобаробарии $2x-9>3$ барои баъзе қиматҳои тағйирёбандан x нобаробарии дуруст буда, барои қиматҳои дигари он нобаробарии нодуруст шуда метавонад. Масалан, ҳангоми $x=7$ будан, нобаробарии дурусти $2\cdot 7-9>3$ ҳосил мешавад, вале агар $x=4$ бошад, ба нобаробарии нодурусти $2\cdot 4-9>3$ доро мешавем. Дар чунин маврид мегӯянд, ки адади 7 ҳалли нобаробарии $2x-9>3$ аст ё $x=7$ нобаробариро қаноат менамояд. Ба осонӣ нишон додан

мумкин аст, ки масалан, ҳар яке ададҳои 50, 100, 170, 10000 ҳалҳои нобаробарианд ва баръақс, ададҳои 4; 2; 0; 2; -5 ҳалҳои нобаробарӣ нестанд.

Т а ъ р и ф. Қимати тағйирёбанда, ки нобаробариро ба нобаробарии дурусти ададӣ мубаддал мегардонад, ҳалли нобаробарӣ номида мешавад. Масалан, адади 3 ҳалли нобаробарии $4(5-x) > 5x-9$ аст, чунки ҳангоми $x=3$ будан нобаробарии дурусти ададӣ $8 > 6$ ҳосил мешавад. Баръақс, адади $x=4$ ҳалли нобаробарӣ нест, чунки барои ин қимат нобаробарии $4 > 11$ ҳосил мешавад, ки он нодруст аст.

Ҳал кардани нобаробарӣ аз ёфтани ҳамаи ҳалҳои он ё аз исботи вуҷуд надоштани ҳалҳо иборат аст. Нобаробарихое, ки ҳалҳои якхела доранд, нобаробарихои баробарқувва номида мешаванд. Нобаробарихои ҳалнадошта низ баробарқувва ҳисоб карда мешаванд. Масалан, нобаробарихои $x+1 > 2+x$ ва $x^2 < 0$ ба ҳамдигар баробарқувваанд, чунки онҳо ҳал надоранд.

Ёфтани ҳалли нобаробарихо ба истифодаи ҳосиятҳои асосии нобаробарихои ададӣ, ки онҳо бо теоремаҳои 1-4 ва ҳулосаҳои онҳо баён шудаанд, асос карда шудааст. Он ҳулосаҳоро, ки маҳз ба ёфтани ҳалли нобаробарихо мутобик карда шудаанд, аз нав меорем:

1) Агар чамъшавандаро аз як қисми нобаробарӣ ба қисми дигараш гузаронем, нобаробарии ба он баробарқувва ҳосил мешавад;

2) Агар ҳар ду қисми нобаробариро ба як адади мусбат зарб ё тақсим кунем, нобаробарии ба он баробарқувва ҳосил мешавад;

3) Агар ҳар ду қисми нобаробариро ба як адади манфӣ зарб ё тақсим кунем ва дар айни ҳол аломати нобаробариро ба муқобилаш иваз намоем, нобаробарии ба он баробарқувва ҳосил мешавад.

Масалан, нобаробарии

$$24+8x > 0$$

ба нобаробарии $8x > -24$ баробарқувва аст. Охириин бошад, ба нобаробарии $x > -3$ баробарқувва мебошад.

Акнун мисолҳои ҳалли нобаробарихои ба ном *хаттиро* муоина менамоем.

М и с о л и 1. Нобаробарии $17x > 12x + 35$ -ро ҳал мекунем.
 Чамъшавандаи $12x$ -ро бо аломати муқобил аз қисми рости
 нобаробарӣ ба қисми чапи он мегузаронем:

$$17x - 12x > 35.$$

Ислоҳкунии аъзоҳои монандро иҷро карда

$$5x > 35$$

-ро ҳосил мекунем. Ҳар ду қисми нобаробарии охиринро ба 5
 тақсим намуда, ба нобаробарии

$$x > 7$$

доро мешавем.

Маҷмӯи ҳалҳои нобаробарӣ аз ҳамаи ададҳои аз 7 калон
 иборат аст. Ин маҷмӯъ бо фосилаи адади $(7; +\infty)$ ифода карда
 мешавад, ки он дар расми 25 акс ёфтааст.



Расми 25.

Ҷавобро дар намуди фосилаи ададии $(7; +\infty)$ ё дар намуди
 нобаробарии $x > 7$, ки фосилаи мазкурро ифода менамояд,
 навиштан мумкин аст.

М и с о л и 2. Нобаробарии $45x - 26(2x + 1) > 3x + 16$ -ро ҳал
 мекунем.

Қавси қисми чапи нобаробариро мекушоём:

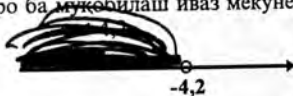
$$54x - 52x - 26 > 3x + 16.$$

Бо аломати муқобил чамъшавандаи $3x$ -ро аз қисми рости
 нобаробарӣ ба қисми чап ва чамъшавандаи -26 -ро аз қисми чап
 ба рост гузаронида, аъзоҳои монандро ислоҳ мекунем:

$$45x - 52x - 3x > 16 + 26,$$

$$-10x > 42.$$

Ҳар ду қисми нобаробарии охиринро ба -10 тақсим намуда,
 аломати нобаробариро ба муқобилаш иваз мекунем:



Расми 26.

Маҷмуи ҳалҳои нобаробарӣ фосилаи $(-\infty; -4,2)$ -ро, ки он дар расми 26 тасвир карда шудааст, ифода менамояд.

Ҷ а в о б: $(-\infty; -4,2)$.

М и с о л и 3. Нобаробарии $\frac{x}{5} - \frac{x}{4} \leq 2$ -ро ҳал мекунем.

Ҳар ду қисми нобаробариро ба махраҷи умумии хурдтарини касрҳои дар нобаробарӣ дохилбуда, яъне ба адади 20 зарб намуда,

$$\frac{x}{5} \cdot 20 - \frac{x}{4} \cdot 20 \leq 2 \cdot 20,$$

$$4x - 5x \leq 40$$

-ро ҳосил менамоем.

Аз ин ҷо

$$-x \leq 40,$$

$$x \geq -40.$$

Ҷ а в о б: $[-40; +\infty)$.

Э з о х и 1. Ҳар як нобаробарии дар боло ҳалкардаамонро бо нобаробарии ба он баробарқувваи намудаш $ax > b$ ($ax \geq b$) ё $ax < b$ ($ax \leq b$), ки дар ин ҷо a ва b ягон ададанд, иваз кардем. Нобаробариҳои ин хел намуд доштара *нобаробариҳои хаттии яктағйирёбандор* меноманд.

Э з о х и 2. Дар мисолҳои муоинашуда мо чунин нобаробариҳои хаттиро ҳосил намудем, ки дар онҳо коэффитсиенти назди тағйирёбанда баробари нул нест. Ҳангоми ҳал кардани нобаробариҳо бо нобаробариҳои хаттии намудашон $0 \cdot x > b$ ё $0 \cdot x < b$ дучор шудан мумкин аст. Ин нобаробариҳо ва бинобар ин нобаробарии ибтидоии мувофиқ, ё ҳал надоранд ё адади дилхоҳ ҳалли онҳо мебошад.

М и с о л и 4. Нобаробарии $3(x+7) - 7x < 2 - 4x$ -ро ҳал мекунем:

$$3x + 21 - 7x < 2 - 4x,$$

$$3x - 7x + 4x < 2 - 21.$$

Аъзоҳои монандро ислоҳ карда нобаробарии

$$0 \cdot x < -19$$

-ро ҳосил мекунем, ки ҳал надорад, чунки барои қиматҳои дилхоҳи x вай ба нобаробарии нодурусти $0 < -19$ мубаддал мегардад. Пас нобаробарии додашудаи ба он баробарқувва низ дорои ҳал нест.

Ҷ а в о б: \emptyset .

? 1. Чиро ҳалли нобаробарӣ меноманд? Ҳал кардани нобаробарӣ чӣ маъно дорад? 2. Дар кадом маврид ду нобаробарӣ баробарқувваанд? Мисоли нобаробариҳои баробарқувваро оред. 3. Хосиятҳои асосии нобаробариҳои ададиро, ки ёфтани ҳалли нобаробариҳо ба онҳо асос карда шудаанд, номбар намоед. 4. Чаро ҳалли нобаробариҳои $0x < v$ ҳангоми $v < 0$ будан маҷмӯи ҳолӣ аст?

753. Магар қимати ба: а) 4; б) -1; в) 0,5; г) 2,5 баробари x ҳалли нобаробариҳои $3x > 2(x-2) + 5$ аст?

754. Кадоме аз ададҳои -3; -1; -5; -0,2 ҳалли нобаробариҳои $8x + 1 < 3x - 4$ мебошад?

755. Ду ҳалли дилхоҳи нобаробариҳои $4x < x + 6$ -ро нишон диҳед.

756. Нобаробариро ҳал намоед ва маҷмӯи ҳалҳои онро дар хати рости координатавӣ тасвир кунед:

а) $x + 5 > 0$; б) $x - 6 < 0$; в) $x + 2,5 \leq 0$; г) $x - 0,7 \geq 0$.

757. Нобаробариро ҳал намоед:

а) $2x > 10$; б) $-2x < -8$; в) $-x \geq -2$; г) $7x \leq 9$;

д) $-5x > 10$; е) $6x \leq 0$; ж) $-\frac{1}{3}x > 6$; з) $-\frac{1}{5}x < -2$.

758. Нобаробариро ҳал карда, маҷмӯи ҳалҳои онро дар хати рости координатавӣ тасвир намоед:

а) $3x < 8$; б) $2x > -5$; в) $-7x \leq -12$; г) $-x < -5,5$;

д) $\frac{1}{3}x < 2$; е) $-\frac{1}{4}x \leq 0$; ж) $8x \geq -24$; з) $0,02x \leq -0,6$.

759. Се ҳалли дилхоҳи нобаробариҳои $4x + 1 > 9$ -ро нишон диҳед.

760. Нобаробариҳои $2x - 1 < 4$ -ро ҳал кунед. Оё адади: 3; $2\frac{1}{4}$;

$2\frac{4}{7}$ ҳалли ин нобаробарӣ аст?

761. Нобаробариро ҳал намоед:

а) $4x - 2,5 < 0,3$; б) $1 - 3y > 2$;

в) $2x - 15 \geq -29$; г) $4 - 2a \leq 1$;

д) $2 - 3x < x + 4$; е) $20 + 4x \geq 18 - x$;

ж) $36 - 6y \leq 1 - y$; з) $21 + 6y \geq 8 + 5y$.

762. Нобаробарино ҳал кунед ва маҷмӯи ҳалҳои онро дар хати ростии координатавӣ тасвир намоед:

а) $7x - 2 \leq 5$;

б) $4 - 3y \geq -2$;

в) $18 - x \leq 12$;

г) $2 - 10x \geq -1$;

д) $2y - 3 \geq -1 + 4y$;

е) $8\theta - 1 < 12 + 7\theta$;

ж) $11x - 20 > x + 7$;

з) $0,2x - 2 < 7 - 0,8x$.

763. а) Барои кадом қиматҳои x қимати дуаъзогии $2x-1$ мусбат аст?

б) Барои кадом қиматҳои y қимати дуаъзогии $24-4y$ манфӣ аст?

в) Барои кадом қиматҳои z қимати дуаъзогии $4-3z$ аз 40 калон аст?

764. а) Барои кадом қиматҳои a дуаъзогии $2a-1$ аз қимати дуаъзогии $5-1,4a$ хурд аст?

б) Барои кадом қиматҳои b қимати дуаъзогии $1,5b+1$ аз қимати дуаъзогии $2+1,3b$ калон аст?

765. Нобаробарино ҳал кунед:

а) $4y-9 > 3(y-2)$;

б) $3(x-2)-2x < 4x+1$;

в) $6x+1 \geq 2(x-1)-3x$;

г) $a+2 < 5(2a+8)+52-13a$;

д) $5x+1 > 2(x-1)+3x+3$;

е) $3(x-2)+x < 4x+1$;

ж) $5(2x-1) \leq 7x+3$;

з) $2,5x+4 \geq 3(x-2)+1$.

766. Ҳалли нобаробарино ёбед:

а) $5(x+2)-3(x-1)-x > x$;

б) $3(2x-1)+3(x-1) > 5(x+2)+2(2x-3)$;

в) $2(2-z)-3(2+z) \leq z$;

г) $6y-(y+8)-3(2-y) \leq 2$;

д) $3,2(a-6)-1,2a \leq 3(a-8)$;

е) $-(1-x)-(x-2) > x-5$;

ж) $3(2x-1)-2(x+2) \geq 2x+2$;

з) $2(6x-5)+6(2-x) \leq 16$.

767. Нобаробарино ҳал кунед:

а) $a(a-4)-a^2 > 12-6a$;

б) $(x-1)^2+7 > (x+4)^2$;

в) $(1+x)^2+3x^2 < (2x-1)^2+7$;

г) $2x(2x-1)-5x < 4x^2-x$.

768. Ҳалли нобаробарино ёбед:

а) $(x+3)(x-2) \geq (x+2)(x-3)$;

б) $(x+1)(x+4)+4 > (x+2)(x-3)-x$;

в) $(2x+5)^2 - (2x-1)(2x+1) \leq 15$;

г) $(2y+3)(8y-1) < (4y-1)^2$;

д) $(x+1)^2 - (x+4)^2 \leq (6-x)^2 - (3-x)^2$;

е) $(4-x)^2 - (x+6)^2 \geq (x+5)^2 - (2-x)^2$.

769. Нобаробарино ҳал кунед:

- а) $4x(1-3x)-x(1-12x)<42$; б) $3y^2-2y-3y(y-6)\geq-2$;
в) $2p(5p+2)-p(10p+3)\leq 14$; г) $a(a-1)-(a^2+a)<34$.

770. Нобаробарино ҳал намоед:

- а) $\frac{3x}{5}>1$; б) $\frac{x}{7}<1$; в) $\frac{2x}{3}\leq 0$; г) $\frac{2x-1}{3}>1$;
д) $3>\frac{4-x}{6}$; е) $\frac{5+2x}{15}<0$; ж) $\frac{1-3x}{70}\geq 0$; з) $5\leq\frac{2}{7}(x+3)$;
и) $\frac{2}{3}(x-3)<4$; к) $7\geq\frac{9(2x-1)}{7}$; л) $\frac{3x-4}{5}\leq 0$; м) $1>\frac{x-1}{2}$.

771. Барои кадом қиматҳои x :

а) қиматҳои касри $\frac{3x-7}{6}$ аз қиматҳои мувофиқи касри

$\frac{5-6x}{4}$ калон аст?

б) қиматҳои касри $\frac{1-3x}{10}$ аз қиматҳои мувофиқи касри

$\frac{4x+5}{8}$ хурд аст?

в) қиматҳои дуъзогии $6y-1$ аз қиматҳои мувофиқи касри

$\frac{3y-1}{4}$ калон аст?

г) қиматҳои касри $\frac{3-2y}{12}$ аз қиматҳои мувофиқи дуъзогии

$1-5y$ хурд аст?

772. Нобаробарино ҳал намоед:

- а) $\frac{x}{2}+\frac{x}{5}<2$; б) $\frac{x}{4}-\frac{x}{2}>-2$; в) $\frac{2x}{5}-x\leq 1$; г) $y+\frac{y}{3}>2$;
д) $\frac{4x}{7}-2x<0$; е) $\frac{4x-7}{2}<2x$; ж) $\frac{5-2a}{4}\geq 2a$; з) $-z\leq\frac{2z-3}{5}$.

773. Ҳалли нобаробариро ёбед:

а) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} > \frac{1}{4}x + 3;$

б) $\frac{2}{5} - \frac{9}{10}x > \frac{1}{10} - x;$

в) $\frac{3x+2}{4} - \frac{x-3}{2} < 3;$

г) $x - \frac{x+4}{4} + \frac{3x-1}{2} < 3;$

д) $\frac{x-2}{5} - \frac{2x+2}{3} > 1;$

е) $\frac{2x-8}{3} - \frac{3x-5}{2} \geq 4;$

ж) $2 < \frac{9x+2}{10} - \frac{10x-2}{9};$

з) $\frac{3x-1}{5} - \frac{x+2}{2} < 1 - \frac{x}{7}.$

774. Нобаробариро ҳал кунед:

а) $\frac{3y+4}{5} < \frac{7y-8}{6} + \frac{1+7y}{15};$ б) $\frac{47-x}{4} - \frac{2x+3}{3} > \frac{1+21x}{8};$

в) $\frac{5x-7}{2} + \frac{3x-2}{7} \geq \frac{13x+9}{6};$ г) $\frac{3(2+a)}{2} - 6 \leq \frac{7a-2}{3} - \frac{12+4a}{5};$

д) $\frac{5y-3}{4} + \frac{3-y}{6} < \frac{11y-1}{8};$ е) $\frac{5y+2}{2} - \frac{4y+1}{3} > \frac{4y+13}{7};$

ж) $\frac{8+7x}{15} \leq \frac{17+3x}{10} - \frac{5x-2}{3};$ з) $\frac{5a-18}{10} - \frac{27-10a}{4} \geq \frac{3a-12}{5} - \frac{9-4a}{8}.$

775. Нобаробариро ҳал кунед:

а) $x + 4 - \frac{x}{3} < \frac{2x}{9};$

б) $\frac{12x-1}{3} < 4x-3;$

в) $x-1 \geq \frac{2x-1}{3};$

г) $\frac{3x-2}{4} < 2(x-1) - \frac{x}{8}.$

776. Функция бо формулаи $y = -2,5x + 7,5$ дода шудааст.

Барои кадом қиматҳои x :

а) $y = 0;$ б) $y > 0;$ в) $y < 0$ мешавад.

777. Барои кадом қиматҳои x функцияи бо формулаи $y = 2x + 11$ додашуда қиматҳои: а) мусбат; б) манфӣ қабул менамояд?

778. Ифода барои кадом қиматҳои тағйирёбанда маъно дорад:

а) $\sqrt{2x-3}$; б) $\sqrt{3-5x}$; в) $\sqrt{\frac{1+2a}{5}}$;

г) $\sqrt{\frac{4-3x}{2}}$; д) $\sqrt{-2(1-3y)}$; е) $\sqrt{-(5-\varepsilon)}$?

779. Адади бутуни калонтаринро ёбед, ки он нобаробари:

а) $5 > 1,6 - (3 - 2x)$; б) $3x - 1 < x - 3(x + 4)$

-ро қаноат менамояд.

780. Адади бутуни хурдтаринро ёбед, ки он нобаробари:

а) $3x - 2 > 1,5x + 4$; б) $\frac{x+4}{7} - \frac{x+7}{4} < -3$

-ро қаноат менамояд.

781. Барои кадом қиматҳои коэффициент муодилаи:

а) $x^2 + 2x + c = 0$; б) $ax^2 + 3x - 1 = 0$

реша дорад?

782. Барои кадом қиматҳои коэффициент муодилаи:

а) $x^2 - 3x + c = 0$; б) $ax^2 - 4x + 3 = 0$

реша надорад?

783. Барои кадом қиматҳои натуралӣ n :

а) фарқи $(2-4n) - (5n-30)$ адади мусбат аст;

б) сумма $(-35, 2+5n) + (17, 1+3n)$ адади манфӣ аст?

784. Аҳмад бояд 40 кг пахта чинад. Вай супоришро на кам аз 105% иҷро намуд.

Пахтаи чиндаи Аҳмад аз чанд кило кам нест?

785. Чунин адади тоқи хурдтаринро ёбед, ки суммаи он бо се адади тоқи пасояндааш аз 49 калон мебошад.

786. Чунин адади чуфти калонтаринро ёбед, ки суммаи он бо се адади чуфти пасояндааш аз 69 хурд мебошад.

787. Як тарафи росткунча 8 см аст. Тарафи дигари он бояд чӣ қадар бошад, то ки периметри ин росткунча аз периметри квадрати тарафаш 6 см хурд шавад?

788. Дарозии асосии параллелепеди росткунча 12 м, бараш 5 м аст. Баландии ин параллелепед бояд чӣ қадар бошад, то ки ҳаҷми он аз ҳаҷми куби тегааш 9 м зиёд нашавад?

789. Сайёҳони бо қанқи мотордор ба равиши ҷараёни дарё шинокунанда бояд ба қои иташон баргарданд. Суръати ҷараёни

дарё 2 км/соат, суръати қаиқ дар оби ором 16 км/соат аст. Сайёҳон бояд чӣ қадар масофаро тай намоянд, то ки саёҳаташон аз 4 соат зиёд давом накунад?

Машқҳо барои такрор

790. Қимати касри $\frac{x^2 + x - 4}{1 - x}$ -ро ҳангоми $x = 1 + \sqrt{3}$ будан

ёбед.

791. Муодиларо ҳал намоед:

а) $2(x-2)(x^2+4)=0$; б) $(2x+1)(x^2-2)=0$.

792. Барои адади дилхоҳи a баробариҳои $(+a)^2=a^2$ ва $(-a)^2=a^2$ ҷой дорад. Яъне баробарии $(+a)^2=(-a)^2$ дуруст аст. Пас $+a=-a$ ё $2a=0$, бинобар ин $a=0$. Хатойи ин мулоҳизарониҳоро ёбед.

793. Адади хурдтарини бутунро ёбед, ки он ба: а) $(5; +\infty)$; б) $(3; 7]$; в) $[1; 3)$ тааллуқ дорад.

39. ҲАЛЛИ СИСТЕМАИ НОБАРОВАРИҲОИ ХАТТИИ ЯКТАҒИЙРЁБАНДАДОР

М а с њ а л а. Автобус бо 10 рейс аз 238 зиёд ва бо 16 рейс аз 400 кам пассажир кашондааст. Дар автобус чанд ҷои нишаст ҳаст?

Ҳ а л. Бигузур миқдори ҷои нишаст дар автобус ба x баробар аст. Ба 10 рейс вай $10x$ пассажир мекашонад. Мувофиқи шарт масъала $10x > 238$ аст. Мувофиқан бо 16 рейс $16x$ пассажир кашонда шуда, мувофиқи шарт бояд $16x \leq 400$ бошад.

Чунин қимати x -ро ёфтан лозим аст, ки барояш ҳам нобаробарии $10x \geq 238$ ва ҳам нобаробарии $16x \leq 400$ дуруст аст. Дар ин гуна мавридҳо мегӯянд, ки системаи нобаробариҳоро ҳал кардан лозим аст ва навишти

$$\begin{cases} 10x > 238, \\ 16x < 400 \end{cases}$$

-ро истифода менамоянд. Ҳар як нобаробарии системаро бо нобаробарии ба он баробаркувва иваз намуда, ҳосил мекунем:

$$\begin{cases} x > 23,8 \\ x < 25 \end{cases}$$

Ҳамин тарик, қимати номаълуми x бояд шарти $23,8 < x < 25$ -ро қаноат намояд. Вале аз рӯи маъно қимати тағйирёбандаи x бояд бутун бошад. Ягона адади бутуне, ки ба фосилаи $(23,8; 25)$ тааллуқ дорад, адади 24 аст.

Ч а в о б: автобус 24 ҷои нишаст дорад.

Т а ъ р и ф. Ҳалли системаи нобаробариҳои хаттии яктағйирёбандадор гуфта, чунин қимати тағйирёбандаро меноманд, ки барояш ҳар яке аз нобаробариҳои система дуруст аст.

Масалан, адади 5 ҳалли системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} 2x - 1 \geq 9, \\ x + 1 < 7 \end{cases}$$

аст, чунки ҳангоми $x=5$ будан ҳар ду нобаробарӣ дуруст аст:

$$\begin{cases} 2 \cdot 5 - 1 \geq 9, \\ 5 + 1 < 7. \end{cases}$$

Ҳал қардани системаи нобаробариҳо аз ёфтани ҳамаи ҳалҳои он ё аз исботи вуҷуд надоштани ҳалҳо иборат аст.

М и с о л и 1. Системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} 3x - 1 > 8, \\ 5 - 2x > -11 \end{cases}$$

-ро ҳал мекунем:

$$\begin{cases} 3x > 9, \\ -2x > -16. \end{cases}$$

Аз ин ҷо:

$$\begin{cases} x > 3, \\ x < 8. \end{cases}$$



Расми 27.

Қиматҳои x , ки ҳар яке аз нобаробариҳои $x > 3$ ва $x < 8$ -ро қаноат менамоянд, ҳалҳои системаанд.

Маҷмӯи ададҳоеро, ки нобаробарии $x > 3$ -ро ва маҷмӯи ададҳоеро, ки нобаробарии $x < 8$ -ро қаноат менамоянд, дар хати ростии координатавӣ тасвир намуда (расми 27), меёбем, ки ҳангоми $3 < x < 8$ будан ҳар ду нобаробариҳо дурустанд.

Маҷмӯи ҳалҳои система фосилаи $(3; 8)$ мебошад.

Ҷавобро дар намуди фосилаи $(3; 8)$ ё дар намуди нобаробарии дучандаи $3 < x < 8$, ки ифодакунандаи ин фосила аст, навиштан мумкин аст.

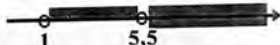
М и с о л и 2. Системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} 4x - 5 > 17, \\ 1 - x < 0 \end{cases}$$

-ро ҳал мекунем:

$$\begin{cases} 4x > 22, \\ -x < -1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 5,5, \\ x > 1. \end{cases}$$



Расми 28.

Маҷмӯи ҳалҳои ҳар як нобаробарии системаро дар хати ростии координатавӣ тасвир мекунем (раси 28). Ҳар ду нобаробарӣ ҳангоми $x > 5,5$ будан дурустанд. Ҷавобро дар намуди нобаробарии $x > 5,5$ ё дар намуди фосилаи ададии $(5,5; +\infty)$, ки ифодакунандаи ҳамин нобаробарӣ мебошад, навиштан мумкин аст.

М и с о л и 3. Системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} 3 - x > 0, \\ 0,5x - 2 < 0 \end{cases}$$

-ро ҳал менамоем:

$$\begin{cases} -x > -3, \\ 0,5x < 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 3, \\ x < 4. \end{cases}$$



Расми 29.

Хати рости координатавиरो истифода карда, ҳалли умумии нобаробариҳои $x < 3$ ва $x < 4$ -ро, яъне буриши маҷмӯҳои ҳалҳои онҳоро меёбем (расми 29). Мебинем, ки буриши ин маҷмӯҳо аз ададҳои шартӣ $x < 3$ -ро қаноат мекардагӣ, яъне аз фосилаи $(-\infty; 3)$ иборатанд.

Ҷ а в о б: $(-\infty; +3)$.

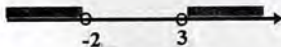
М и с о л и 4. Системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} 1 - 4x > 9, \\ 3x - 9 > 0 \end{cases}$$

-ро ҳал мекунем:

$$\begin{cases} -4x > 8, \\ 3x > 9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -2, \\ x > 3. \end{cases}$$



Расми 30.

Хати рости координатавиरो истифода карда (расми 30), мебинем, ки маҷмӯи ададҳои нобаробарии $x < -2$ ва маҷмӯи ададҳои нобаробарии $x > 3$ -ро қаноат мекардагӣ элементҳои (адади) умумӣ надоранд, яъне буриши онҳо ҳолист. Пас системаи додашуда ҳал надорад.

Ҷ а в о б: \emptyset

М и с о л и 5. Нобаробарии дучандаи $-2 < 1 + 2x < 5$ -ро ҳал мекунем.

Нобаробарии дучандаи мазкур навишти дигари системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} 1 + 2x > -2, \\ 1 + 2x < 5 \end{cases}$$

мебошад. Ин системаро ҳал карда меёбем, ки ҳар ду нобаробарӣ хангоми

$$-1, 5 < x < 2$$

будан дурустанд.

Барои ин мисол ин гуна баёни ҳал беҳтар аст:

$$\begin{aligned} -2 < 1 + 2x < 5, \\ -3 < 2x < 4, \\ -1,5 < x < 2. \end{aligned}$$

- ?** 1. Ҳалли системаи нобаробариҳо гуфта чиро меноманд?
2. Системаи нобаробариҳо ҳал намудан чӣ маъно дорад?

794. Оё адади 2 ҳалли системаи нобаробариҳо мебошад:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x - 1 > x, \\ 7x - 20 < 4x; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 4x + 2 < 11, \\ 5 - 3x > -1? \end{cases}$$

795. Кадоме аз ададҳои -3; 0; 5; 6 ҳалли системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} 2x - 11 < 0, \\ 3x - 1 > 3 \end{cases}$$

мебошанд?

796. Системаи нобаробариҳо ҳал намоед:

$$\begin{aligned} \text{а) } \begin{cases} x > 10, \\ x > 13; \end{cases} & \quad \text{б) } \begin{cases} x < 2, \\ x < 6; \end{cases} & \quad \text{в) } \begin{cases} x > 0, \\ x < 4; \end{cases} \\ \text{г) } \begin{cases} x < -2,5, \\ x > 7; \end{cases} & \quad \text{д) } \begin{cases} x \geq -2, \\ x \leq 3; \end{cases} & \quad \text{е) } \begin{cases} x > 9, \\ x \leq 16. \end{cases} \end{aligned}$$

797. Системаи нобаробариҳо ҳал кунед:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x - 18 > 0, \\ 4x > 12; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 7y - 14 \geq 0, \\ 2y \geq 8; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 2x - 10 < 0, \\ 3x > 0; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 4y \geq 28, \\ 3y + 9 \leq 0. \end{cases}$$

798. Системаи нобаробариҳо ҳал карда, яқчанд ададҳо нишон диҳед, ки онҳо ҳалли система мебошанд.

$$\text{а) } \begin{cases} x - 0,4 < 0, \\ -2x < 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3 - x \leq 0, \\ x - 5 \leq 0; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 1 > 3x, \\ 4x - 1 > 0; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 8x < 2, \\ x > 0,2. \end{cases}$$

799. Системаи нобаробариҳо ҳал намоед:

$$\text{а) } \begin{cases} 0,2x - 1 \leq 0, \\ 2,1x \geq 4,2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 0,6x - 1,8 < 0, \\ \frac{2}{3}x > 1; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 0,4x > 4, \\ 0,2x + 1 < 5; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \frac{5}{6}x - 10 \leq 0, \\ 3x \leq 1\frac{1}{3}. \end{cases}$$

800. Ҳалли системаи нобаробариҳоро ёбед:

$$\text{a) } \begin{cases} 0,3x + 3,6 > 0, \\ 4,6 \geq 2,3x; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 1,5x + 4,5 \leq 0, \\ \frac{1}{9}x \geq 1; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 0,2x < 3, \\ \frac{1}{9}x < -1; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 2x - 7,5 < 0, \\ \frac{1}{4}x < -1. \end{cases}$$

801. Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x < 1,5 - x, \\ 3x - 1 > x - 6; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x + 3 \leq 0, \\ 3x + 12 \leq x + 15; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 16x - 2 > 11x - 1, \\ 2 - 4x < 1 - x; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 25 - 6x \leq 4 + x, \\ 3x + 7,7 > 1 + 4x. \end{cases}$$

802. Системаи нобаробариҳоро ҳал намоед:

$$\text{a) } \begin{cases} 1 - 3x < x - 3, \\ 8x - 9 \leq 4x + 7; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 4x + 2 \geq 5x + 3, \\ 2 - 3x < 7 - 3x; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 1 - 12y < 3y + 1, \\ 2 - 6y > 4 + 4y; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 102 - 73z > 2z + 2, \\ 81 + 11z \geq 1 + z. \end{cases}$$

803. Қиматҳои имконпазири тағйирёбандаи ифодаро ёбед:

$$\text{a) } \sqrt{2-x} + \sqrt{3-2x}; \quad \text{б) } \sqrt{x} - \sqrt{2x-1};$$

$$\text{в) } \sqrt{4-x} - \sqrt{2x-4}; \quad \text{г) } \sqrt{2x+2} + \sqrt{6-4x}.$$

804. Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$\text{a) } \begin{cases} 5(x+1) - x > 2x + 2, \\ 4(x+1) - 2 \leq 2(2x+1) - x; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2(x-1) - 3 < 5(2x-1) - 7x, \\ 3(x+1) - 2 < 6(1-x) + 7x; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2y - (y-4) < 6, \\ y > 3(2y-1) + 18; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 3(2-3p) - 2(3-2p) > p, \\ 6 < p^2 - p(p-8). \end{cases}$$

805. Системаи нобаробариҳоро ҳал намоед:

$$\text{a) } \begin{cases} 3(3+2x) - 2(18-x) < 7x, \\ 6(2+x) \geq 9(x+3) - 5(x+1); \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} (y+2)(1+y) > (4-y)(3-y), \\ 2y^2 + 3y > (3+y)(2y-1); \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 5,8(1-a) - 1,8(6-a) < 5, \\ 8 - 4(2-5a) > 5a + 6; \end{cases} \quad г) \begin{cases} x(x-1) - (x^2 - 10) < 1 - 6x, \\ 3,5 - (x-1,5) < 6 - 4x. \end{cases}$$

806. Системаи нобаробарихоро ҳал намоед ва ҳамаи ададҳои бутунро нишон диҳед, ки онҳо ҳалли системаанд:

$$а) \begin{cases} 4 - 2a < 14, \\ 5a < 18; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 10 - 5x \leq 0, \\ 2x + 1 \leq 9 - x; \end{cases} \quad в) \begin{cases} 2 - 8y < 18, \\ 1 < 5 - y; \end{cases} \quad г) \begin{cases} 3 - 4x < 15, \\ 1 - 2x > 0. \end{cases}$$

807. Ҳалҳои бутуни системаи нобаробарихоро ёбед:

$$а) \begin{cases} y \geq 0, \\ 3,6 - y \geq 1; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 6a - 19 > 0, \\ 2a \leq 14; \end{cases} \quad в) \begin{cases} 2 - 0,5\theta > 0, \\ 4\theta - 1 > 0; \end{cases} \quad г) \begin{cases} 3 - 18x < 0, \\ 0,2 - 0,1x > 0. \end{cases}$$

808. Системаи нобаробарихоро ҳал намоед:

$$а) \begin{cases} x - \frac{x-1}{2} > 1, \\ \frac{x}{3} < 5; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 2x - \frac{3x-1}{2} > \frac{2}{3}, \\ 10x - 2 > 1 + 4x; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 4 - \frac{y-1}{3} \geq y, \\ \frac{7y-1}{8} \geq 6; \end{cases} \quad г) \begin{cases} \frac{5a+8}{3} - a \geq 2a, \\ 1 - \frac{6-15a}{4} \geq a. \end{cases}$$

809. Системаи нобаробарихоро ҳал кунед:

$$а) \begin{cases} 0,5(7-x) - 3 < 0,25(3+4x) - 4, \\ \frac{5}{3}x + 5(4-x) > 2(4-x); \end{cases} \quad б) \begin{cases} 0,4x + \frac{7}{3} < \frac{2}{3}x - 1,2, \\ 5x + 17 \geq 9x - 63; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} \frac{3(x-1)}{2} - 1,3x \geq \frac{x}{5} - 1,5, \\ \frac{x-3}{5} < \frac{x+5}{3}; \end{cases} \quad г) \begin{cases} \frac{x+4}{7} \leq \frac{2x-3}{5}, \\ \frac{6x-8}{3} \leq \frac{3+5x}{4}. \end{cases}$$

810. Нобаробарии дучандаро ҳал кунед:

а) $-2 < 2x - 1 < 4$;

б) $-8 < 3 - x < 1$;

в) $3 < 6 - 2y < 7$;

г) $-1 < 3y + 4 < 10$.

811. Нобаробари дучандаро ҳал карда, ду ададери нишон диҳед, ки ҳалҳои он мебошанд:

а) $-4,5 \leq \frac{5x+6}{2} \leq 16,5$;

б) $1 \leq \frac{3-a}{2} \leq 4$;

в) $-3 \leq \frac{2x-1}{6} \leq 0$;

г) $-1,5 \leq \frac{1-4y}{2} \leq 0,5$.

812. Нобаробари дучандаро ҳал намоед:

а) $-2 \leq 15x + 10 \leq 24$;

б) $-1 \leq \frac{5-a}{3} \leq 1$;

в) $-1,4 < 1 - 2y < 2,8$;

г) $-2 \leq \frac{3x-2}{3} \leq 0$.

813. а) Барои кадом қиматҳои x қимати дуаъзогии $4x-5$ ба фосилаи $(-1, 1)$ тааллуқ дорад?

б) Барои кадом қиматҳои y қимати дуаъзогии $\frac{5-2y}{4}$ ба порчаи $[-2; 1]$ тааллуқ дорад?

814. Системаи нобаробарихоро ҳал намоед:

а)
$$\begin{cases} x > 9, \\ x \geq 7, \\ x > -3; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} y \leq -2, \\ y < -3, \\ y < 5; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} a > 8, \\ a > 11, \\ a \leq 13; \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} x \leq 5, \\ x \geq -2, \\ x < 6. \end{cases}$$

815. Системаи нобаробарихоро ҳал кунед:

а)
$$\begin{cases} x - 3 < 5, \\ 2x + 7 < 18, \\ 4 - x \geq 2; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 3x - 1 < x + 2, \\ 4x - 1 \geq 5 - x, \\ x - 4 \leq 0; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} 3 - 2a \leq 17, \\ a - 2 > 0, \\ 3a - 21 < 0; \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} 7 - 3a < 4, \\ 3 - a \geq -1, \\ 2a - 1 \leq 3. \end{cases}$$

816. Сайёҳ аз базаи сайёҳон баромада, ба сӯи стансияи дар масофаи 20 км ҷойгирбуда равон шуд. Агар сайёҳ суръаташро 1 км/соат зиёд кунад, дар 4 соат масофаи зиёда аз 20 км-ро тай мекунад ва агар суръаташро 1 км/соат кам намояд, дар 5 соат масофаи камтар аз 20 км-ро тай мекунад. Суръати сайёҳро ёбед.

817. Суммаи адади ҷуфт ва сечандаи адади ҷуфти пасоянд аз 134 калон аст. Суммаи ин адад бо дучандаи адади ҷуфти пешоянд аз 104 хурд аст. Ададро ёбед.

818. Агар ба дучандаи адади бутун нисфи онро ҷамъ кунем, ададе ҳосил мешавад, ки аз 92 хурд аст. Вале ҳангоми аз дучандаи адад тарҳ кардани нисфи он, адади аз 53 калон ҳосил мешавад. Ин ададро ёбед.

Машқҳо барои тақрир

819. Қиматҳои имконпазири тағйирёбандаи ифодаро ёбед:

а) $\frac{\sqrt{8-3x}}{2}$; б) $\frac{1}{\sqrt{2x-7}}$; в) $\frac{2x}{\sqrt{(x-1)^2}}$.

820. Ифодаро содда кунед:

а) $\frac{6x}{x-3} + \frac{x^2+x}{4} \cdot \frac{8}{x+1}$; б) $\left(\frac{a}{a-b} - \frac{a}{a+b}\right) : \frac{ab}{a+b}$.

821. Графики функсияро созед:

а) $y=2x-4$; б) $y=-\frac{6}{x}$.

822. Ададхоро муқоиса намоед:

а) $\sqrt{3}$ ва $\sqrt{7}$; б) $\sqrt{13}$ ва 3,5.

40. ҲАЛЛИ НОБАРОВАРИҶОИ ҚАСРАН ХАТТӢ

Нобаровариҷои намуди

$$\frac{ax+b}{cx+d} > 0 \quad \text{ё} \quad \frac{ax+b}{cx+d} < 0$$

-ро, ки дар ин ҷо a , b , c ва d ададҳоанд, нобаровариҷои қасран хаттӣ меноманд.

Ҳалли ин нобаробариҳо ба он асос қарда мешавад, ки қимати каср мусбат аст, агар сурату махраҷи он қиматҳои аломаташон яхела дошта бошанд ва қимати каср манфӣ аст, агар сурату махраҷи он дорои аломатҳои муқобил бошанд. Истифодаи ин далел имконият медиҳад, ки нобаробариҳо додасуда ба ду системаи нобаробариҳои хаттии ба он баробарқувва иваз қарда шавад. Маҷмуи аз ҳамҷояшавии маҷмуҳои ҳалли ин системаи нобаробариҳо иборатбуда, ҳалли нобаробариҳои қасран хаттии мазкур мебошад.

Мисолҳои мушаххасро дида мебароем.

Мисоли 1. Нобаробариҳои

$$\frac{3-2x}{x-1} > 0$$

-ро ҳал мекунем.

Ин нобаробарӣ дуруст аст, агар системаи нобаробариҳои

$$\text{а) } \begin{cases} 3-2x > 0, \\ x-1 > 0 \end{cases} \quad \text{ё} \quad \text{б) } \begin{cases} 3-2x < 0, \\ x-1 < 0 \end{cases}$$

дуруст бошанд. Системаи нобаробариҳои а) ба системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} x < \frac{3}{2}, \\ x > 1 \end{cases}$$

баробарқувва аст. Фосилаи $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ ҳалли ин системаи нобаробариҳо аст. Системаи нобаробариҳои б) бошад ба

$$\begin{cases} x > \frac{3}{2}, \\ x < 1 \end{cases}$$

баробарқувва аст. Ин система ҳал надорад.

Ҷавоб: $\left(1; \frac{3}{2}\right)$

Мисоли 2. Нобаробариҳои $\frac{7x-7}{2x-3} \leq 4$ -ро ҳал мекунем.

Адади 4-ро ба қисми чапи нобаробарӣ гузаронида, фарқи ҳосил мешудагиरो табиал медем:

$$\frac{7x-7}{2x-3}-4 \leq 0; \quad \frac{7x-7-4(2x-3)}{2x-3} \leq 0; \quad \frac{5-x}{2x-3} \leq 0.$$

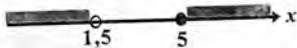
Аз рӯи нобаробарии охириин ду системаи нобаробарихоро тартиб дода онҳоро ҳал мекунем:

$$\text{а) } \begin{cases} 5-x \leq 0, \\ 2x-3 > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 5 \leq x, \\ 2x > 3; \end{cases} \quad \begin{cases} 5 \leq x, \\ x > 1,5; \end{cases} \quad x \geq 5;$$

$$\text{б) } \begin{cases} 5-x \geq 0, \\ 2x-3 < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 5, \\ x < 1,5; \end{cases} \quad x < 1,5.$$

Нимпорчаи $[5; +\infty)$ ҳалли системаи нобаробарихои а) буда, фосилаи $(-\infty; 1,5)$ ҳалли системаи нобаробарихои б) мебошад. Ҳамҷояшавии онҳо маҷмӯи ҳалли нобаробарӣ мешавад (расми 31).

Ҷ а в о б: $(-\infty; 1,5) \cup [5; +\infty)$.



Расми. 31.

?

1. Ҳалли нобаробарихои касран хаттӣ ба чӣ асос карда мешавад?
2. Маҷмӯи ҳалли нобаробарии касран хаттӣ аз ҳамҷояшавии кадом маҷмӯҳо иборат аст?

823. Нобаробарии касран хаттиро ҳал намоед:

$$\text{а) } \frac{3x-5}{2x+7} > 0; \quad \text{б) } \frac{2y+9}{4y-1} < 0; \quad \text{в) } \frac{2a+5}{2a-7} \leq 0; \quad \text{г) } \frac{5b+21}{b+4} \geq 0.$$

824. Нобаробариро ҳал кунед:

$$\text{а) } \frac{15x+23}{5x+2} \leq 4; \quad \text{б) } \frac{4y+3}{3y-7} > 2; \quad \text{в) } \frac{2-16a}{2a+1} > -6; \quad \text{г) } \frac{7-10b}{4b-5} < -3.$$

825. Функция бо формулаи $y = \frac{x+7}{3-x}$ дода шудааст. Барои кадом қиматҳои тағйирёбанда қиматҳои функция:

а) мусбатанд; б) ба нимпорчаи $[-2; -1]$ тааллуқ доранд?

826. Функция бо формулаи $y = \frac{2x-4}{x+2}$ дода шудааст.

Барои кадом қиматҳои тағйирёбанда қиматҳои ин функция:

а) манфӣанд; б) ба нимфосилаи $(1; 2]$ тааллуқ доранд?

827*. Аз рӯи маълумотҳои зерин қасри ихтисорнашавандаро ёбед. Сурат аз махраҷ дуто кам аст. Агар ба сурат ва махраҷ якро ҳам намоем, он гоҳ вай аз $\frac{1}{2}$ қалон мешавад. Агар аз сурату

махраҷ якро кам кунем, он гоҳ вай аз $\frac{2}{3}$ хурд мешавад.

Машқҳо барои тақрор

828. Муодилаи ратсионалиро ҳал намоед:

$$\text{а) } \frac{x}{2x+3} = \frac{1}{x}; \quad \text{б) } \frac{1}{x} + \frac{2}{x+2} = 1.$$

829. Нобаробариро исбот кунед:

$$(a+6)(7-a) > a(1-a).$$

830. Ҳисоб кунед:

$$\text{а) } \frac{1,37^2 + 2,74 \cdot 3,63 + 3,63^2}{0,874 \cdot 0,729 + 0,271 \cdot 0,874 + 0,126};$$

$$\text{б) } \frac{0,629 \cdot 6,37 + 0,371 \cdot 6,37 + 3,63}{6,25^2 - 3,75^2}.$$

831. Графикро насохта, муайян кунед, ки барои кадом қимати a нуқтаи $A(-2; 9)$ ба графики функцияи $y=ax+3$ тааллуқ дорад.

832. Алӣ масофаи 180 км роҳро бо мошин тай намуда, дар бозгашт ба қаторае нишаст, ки суръаташ аз суръати мошин 5 км/соат кам аст. Суръати мошин ва қатораро ёбед, агар маълум бошад, ки Алӣ дар бозгашт 30 дақиқа зиёд вақт сарф кардааст.

41. ҲАЛЛИ НОБАРОВАРИҲОИ ДОРОИ ҚИМАТИ МУТЛАҚ

Чӣ тавре медонем, қимати мутлақи адади a бо рамзи $|a|$ ишорат шуда, бо формулаи

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{агар } a \geq 0 \text{ бошад,} \\ -a, & \text{агар } a < 0 \text{ бошад} \end{cases}$$

муайян карда мешавад. Масалан, $|2|=2$, $|0|=0$, $|-3|=-(-3)=3$.

Аз таърифи қимати мутлақ бармеояд, ки барои ҳар гуна адади a нобаровари $|a| \geq 0$ дуруст аст.

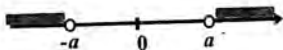
Маънои геометрии $|a|$ ин масофаи байни нуқтаи 0 ва нуқтаи адади a -ро ифода мекардагӣ аст. Ин аз он бармеояд, ки масофаи байни нуқтаҳои a ва b бо формулаи $|a-b|$ ҳисоб мешавад. Масалан, масофаи байни нуқтаҳои $a=2$ ва $b=-4$ ба $|2-(-4)|$, яъне ба 7 баробар аст.

Нобаровари $|x| \leq a$ -ро, ки дар ин ҷо $a > 0$ мебошад, муоина мекунем. Ҳамаи нуқтаҳои x , ки масофаашон то нуқтаи 0 аз a зиёд нест, ин нобаровари қаноат менамоянд (расми 32).

Нуқтаҳои x аз порчаи $[-a; a]$ низ дорои ин хосият мебошанд.



Расми 32.



Расми 33.

Ҳамин тариқ, нобаровари $|x| \leq a$ ҳамон маъноро дорад, ки ба он нобаровари $-a \leq x \leq a$ соҳиб аст. Яъне нобаровари $|x| \leq a$ ба нобаровари дучандаи $-a \leq x \leq a$ баробарқувва мебошад. Айнан ҳамин тавр нобаровари $|x| < a$ ба нобаровари дучандаи $-a < x < a$ баробарқувва аст.

Нобаровари $|x| > a$, ки дар ин ҷо $a > 0$ аст, маънои онро дорад, ки $x > a$ ё $x < -a$ мебошад (расми 33).

Мисоли 1. Нобаровариҳои $|3x - 4| \leq 5$ -ро ҳал мекунем.

Нобаровари мазкур ба нобаровари дучандаи $-5 \leq 3x - 4 \leq 5$ баробарқувва аст. Мо дар п.39 тарзи ҳал

кардани ин гуна нобаробарии дучандаро муоина карда будем (ниг. ба мисоли 5-и п.39). Мувофиқи он баёни ҳалро меорем:

$$-5 \leq 3x - 4 \leq 5,$$

$$-1 \leq 3x \leq 9,$$

$$-\frac{1}{3} \leq x \leq 3.$$

Ҷ а в о б: $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$

М и с о л и 2. Нобаробарии $|2x-1|>3$ -ро ҳал менамоем.

Нобаробарии мазкур дуруст аст, агар $2x-1>3$ ё $2x-1<-3$ бошад. Аз ин ҷо $x>2$ ё $x<-1$ мешавад.

Ҷ а в о б: $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

?

1. Қимати мутлақи адад гуфта, чиро меноманд? 2. Нобаробарии $|x| \leq a$ ба кадом нобаробарии дучанда баробаркувва аст? 3. Маҷмӯе, ки барояш нобаробарии $|x|>a$ дуруст аст, аз ҳамчояшавии кадом маҷмӯҳо иборат аст?

833. Дар тири кординатавӣ маҷмӯи ҳалли нобаробариро тасвир кунед:

а) $|x|>4$; б) $|y| \leq 5$; в) $|x| \geq 3$; г) $|y|>1$.

834. Бо ёрии аломати қимати мутлақ ҷумларо нависед:

- а) масофаи байни нуқтаҳои x ва y аз 3,5 хурд аст;
б) масофаи байни нуқтаҳои x ва y аз 2 хурд нест;
в) масофаи байни нуқтаҳои a ва b аз 4 калон аст;
г) масофаи байни нуқтаҳои a ва b аз 1 калон нест.

835. Кадоме аз ададҳои -3; -1; 0; 3 ҳалли нобаробарӣ аст:

а) $|x|<3$; б) $|x| \leq 3$; в) $|x| \geq 3$; г) $|x|>3$?

836. Нобаробариро ҳал намоед:

а) $|x| \leq 4$; б) $|x| \geq 2$; в) $|x| \geq -1$; г) $|2x| \leq 6$;

д) $|3x|>6$; е) $|4x| \geq 8$; ж) $|5x|<8$; з) $|x|<-1$.

837. Ҳалли нобаробариро ёбед:

а) $|x-3|<1$; б) $|x-2| \leq 4$; в) $|x+3,2| \leq 5$; г) $|x+3,6|<2$;

д) $|x+6,8|>1$; е) $|x-3| \geq 4$; ж) $|y-0,5| \geq 1,5$; з) $|y+10|>1,5$.

839. Нобаробариро ҳал намоед:

- а) $|5x-2|<7$; б) $|2x-4|\geq 0,5$; в) $|4-3x|>7$; г) $|3-2x|\leq 5$;
д) $|-2x+1|<1$; е) $|-0,5x+1|\geq 1$; ж) $|3x-5|>6$; з) $|6x-2|<4$.

Машқҳо барои тақрор

839. Аз таносуб x -ро ёбед:

$$0,03 : x = 2\frac{2}{3} : 1\frac{7}{9}.$$

840. Ифодаро ба зарбкунандаҳо ҷудо кунед:

а) $8x^3+12x^2$; б) $6a^2b^3-8a^4$.

841. Барои кадом қиматҳои x ифодаи $\frac{10x^2+8x}{x^2-x-6}$ маъно надорад?

842. Амали тақсимро иҷро кунед:

а) $\frac{x+1}{x} : \frac{2x+2}{x^2}$; б) $\frac{x^2-3x}{x-1} : (x-3)$.

843. Аз ду шахр, ки масофаи байни онҳо 36 км аст, дар як вақт ду чархбол ба як самт парвоз карданд. Суръати чархболи якум ба 158 км/соат ва суръати чархболи дуюм ба 170 км/соат баробар аст. Баъди чӣ қадар вақт чархболи дуюм ба чархболи якум расида мегирад?

844. Ададҳои 3,7682; 0,82571; 1625,342-ро то садякӣ яқлукт намоед.

Маълумоти таърихӣ

Мафҳуми нобаробарӣ дар қатори мафҳуми баробарӣ аз сабаби зарурияти шуморидани предметҳо ва муқоиса кардани бузургӣҳо ба вучуд омадааст. Ин мафҳумҳоро дар Юнони қадим васеъ истифода мекарданд. Архимед (асри III пеш аз милод) муайян карда буд, ки адади π -нисбати дарозии давра бар диаметр, ки воқеъан адади иррационалӣ аст, нобаробарии

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{10}$$

-ро қаноат менамояд. Дар китоби 5-уми «Ибтидо»-и Уклидус

(365-300 то милод) чандин нобаробариҳоро оварда, онҳоро исбот кардааст. Масалан, \bar{y} исбот мекунад, ки агар дар таносуби $a:b=c:d$, ки ҳамаи ададҳо мусбатанд, адади a калонтарин бошад, он гоҳ нобаробарии $a+d > b+c$ ҷой дорад. Натиҷаи дигари Уквидус ин исботи он аст, ки миёнаи геометрии ду адади мусбат аз миёнаи арифметикиашон калон нест, яъне исботи нобаробарии

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}.$$

Ин нобаробарӣ ҳоло ҳам дар ҳалли масъалаҳо ва исботи тасдиқотҳои математикӣ васеъ истифода карда мешавад. Дар асари асосии Паппай Александрия «Мачмӯаи математикӣ», ки дар асри III навишта шудааст, исбот карда мешавад, ки агар барои ададҳои мусбат нобаробарии

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$$

дуруст бошад, он гоҳ $ad > bc$ мебошад. Микдори чунин нобаробариҳоро ҳангоми зарурӣ зиёд кардан мумкин аст.

Дар инкишофи тафаккури математикӣ бе муқоиса кардани бузургиҳо, бе мафҳумҳои «калон» ва «хурд» ба чунин мафҳумҳо ба монанди баробарӣ, айният, муодила омада расидан имконнопазир мебуд. Ҳисоббарориҳои тақрибӣ, масалан, ҳисоби адади π , бо мафҳуми нобаробарӣ зич алоқаманданд.

Соли 1557 олими англис Роберт Рекорд (1510-1558) аввалин шуда, аломати баробариро дар шакли ҳозира пешниҳод кард. Ба сифати далел вай қайд карда буд, ки ду предмет асло, чуноне ки ду порчаи ба ҳам параллел баробаранд, баробар шуда наметавонанд. Аломати баробарии дохилкардаи Рекордро ба асос гирифта, олими дигари англис Т.Гарриот (1560-1621) аломатҳои ҳозиразамони нобаробариро ($>$ ва $<$ -ро) дохил кардааст. Дар асари худ «Амалияи санъати тахлилнамой», ки соли 1631 пас аз реҳлати муаллиф чоп шудааст, вай менависад: «Агар ду бузургӣ баробар набошанд, он гоҳ порчаҳои дар аломати баробарӣ иштироккунанда акнун параллел набуда, ҳамдигарро мебуранд. Буриш аз рост ($>$) ё аз чап ($<$) ҷой дошта метавонад. Дар мавриди яқум аломати нобаробарии таркибёфта маънои «калон» ва дар мавриди дуҷум маънои «хурд»-ро дорад.

Аломатҳои нобаробарии гайриқатъӣ дар шакли \geq ва \leq соли 1734 аз тарафи математики франсаӣ Пйер Буге (1698-1758) дохил карда шуданд. Дартар онҳоро дар шакли ҳозира \geq ва \leq менавиштагӣ шуданд.

МАШҚҲОИ ИЛОВАГӢ БА БОБИ IV

Ба параграфи 11.

845. Ададҳои a ва b -ро муқоиса кунед, агар маълум бошад, ки фарқи $a-b$ ба:

а) $(-1)^{37}$;

б) $(-4,1)^{24}$

баробар аст.

846. Аломати ададҳои a ва b чӣ гуна аст, агар маълум бошад, ки:

а) $-2b > 0$; б) $-4b < 0$; в) $2ab > 0$; г) $3ab < 0$ аст.

847. Аломати адади a чӣ хел аст, агар маълум бошад, ки:

а) $a^4 \cdot a^9 > 0$; б) $a^{12} \cdot a^3 < 0$.

848. Нобаробариро содда намоед:

а) $(y-4)^2 > (4+y)(4-y)$; б) $(2a+b)^2 < (2a-b)^2$;

в) $y(y-5) < y^2 - 5y + 2$; г) $(2x-3)^2 > -0,5$.

849. Нобаробариро исбот кунед:

а) $(y+1)(2y-1) > (2y+3)(y-1)$; б) $(6y-1)(y+2) < (3y+4)(2y+1)$;

в) $(3y-1)(2y+1) > (2y-1)(2+3y)$; г) $(8y+1)(y+1) < (4y+2)(2y+1,25)$.

850. Оё нобаробарии:

а) $(a-6)^2 > 0$; б) $a^2 + 2 > 0$; в) $-a^2 - 1 < 0$;

г) $-a^2 < 0$; д) $(3-a)^2 \geq 0$; е) $-(a-4)^2 \leq 0$

барои ҳамаи қиматҳои a дуруст аст?

851. Нобаробариро исбот намоед:

а) $(x+1)^2 \geq 4x$; б) $(2a+1)^2 > 4a$; в) $4(x+2) < (x+3)^2 - 2x$.

852*. Нобаробариро исбот намоед:

а) $a^2 + a^2 + 2 \geq 2(a+b)$; б) $a^2 + b^2 + c^2 \geq 2(a+b+c)$.

853*. Қанқ дар қадом маврид вақти кам сарф мекунад: агар вай 10 км ба равиши чараёни дарё ва 10 км ба муқобили чараён шино намояд ё 20 км дар оби ором ҳаракат кунад?

854. Аҳмад 60 м-ро дар 9 сония ва Алӣ 100 м-ро дар 14,8 сония давид. Суръати қадоми онҳо зиёд аст?

855*. Исбот кунед, ки нимпериметри секунча аз дарозии хар як тарафи он калонтар аст.

856*. Аз сеъзоғи тарзи чудо кардани квадрати пурраро истифода карда, нобаробарию исбот намоед:

а) $x^2+2x+2>0$; б) $y^2-8y+20>0$;

в) $a^2+av+v^2\geq 0$; г) $a^2-av+v^2\geq 0$.

857. Ададҳои $a+4$; $a-6$; $a+1$ -ро бо тартиби афзуншавиашон ҷойгир намоед.

858. Исбот кунед, ки агар $a>v$ бошад, он гоҳ:

а) $a+3>v+1$; б) $2-a<3-v$ аст.

859. Исбот кунед, ки агар $a>v>0$ бошад, он гоҳ:

а) $4a>3v$; б) $15a>13v$; в) $-5a\leq -3v$; г) $-9a<-18v$ мешавад.

860. Исбот кунед, ки агар:

а) $a\leq v$ ва c адади дилхоҳ бошад, он гоҳ $a+c\leq v+c$ аст;

б) $a\leq v$ ва c адади мусбат бошад, он гоҳ $ac\leq vc$ аст;

в) $a\leq v$ ва c адади манфӣ бошад, он гоҳ $ac\geq vc$ аст.

861. Оё дуруст, ки агар $a>v$ бошад, он гоҳ $a-1>v-1$, $1-a>1-v$, $4-a<4-v$ аст?

862. Маълум, ки $3\leq y\leq 4$. Ба қимати ифодаи:

а) $-y$; б) $3-2y$; в) $\frac{1}{y}+1$

баҳо диҳед.

863. Ба қимати ифода баҳо диҳед:

а) $a+2v$, агар $0<a<1$ ва $-2<v<1$ бошад;

б) $\frac{1}{4}a-v$, агар $8<a<10$ ва $12<v<16$ бошад.

864. Исбот кунед, ки:

а) агар $a\leq v$ ва $c\leq d$ бошад, $a+c\leq v+d$ аст;

б) агар $0\leq a\leq v$ ва $0\leq c\leq d$ бошад, $ac\leq vd$ аст.

865. Ба m -дарозии хати миёнаи секунҷаи ABC , ки он ба тарафи AB параллел аст, баҳо диҳед, агар $6,2<AB<6,3$ бошад.

866. Ба m -дарозии хати миёнаи трапетсияи асосҳои a см ва b см баҳо диҳед, агар $5,2\leq a\leq 5,3$ ва $2,1\leq b\leq 2,2$ бошад.

Ба параграфи 12.

867. Ягон ададери нишон диҳед, ки он ба фосилаи:

- а) (2,1; 4,3); б) (-3,7; -3,2); в) (4,5; 4,6); г) (-0,3; -0,1)

тааллуқ дошта бошад.

868. Оё адади бутуни ба порчаи:

- а) [-2,9; -2,7]; б) [-2,4; -1,7]

тааллуқдошта вучуд дорад?

869. Ҳамаи ададҳои бутуни ба маҷмӯи:

- а) [-3; 3]; б) [-1,5; 4]; в) [4,6; 9,2]; г) [-1; 3]

тааллуқдоштаро нишон диҳед.

870. Магар адади 20,9 ба нимпорчаи [6; 21] тааллуқ дорад? Оё адади аз 20,9 калонтари ба ин нимпорча тааллуқдоштаро нишон додан мумкин аст? Магар дар [6; 21] адади аз ҳама калон ва адади аз ҳама хурд вучуд дорад?

871. Магар адади 5,01 ба нимфосилаи (5; 15] тааллуқ дорад? Оё адади аз 5,01 хурдтари ба ин нимфосила тааллуқдоштаро нишон додан мумкин аст? Магар дар (5; 15] адади аз ҳама хурд ва адади аз ҳама калон вучуд дорад?

872. а) Адади калонтарини бутунро ёбед, ки он нобаробарии:

- а) $n \leq -6$; б) $n < -4,6$; в) $n < 5,2$

-ро қаноат менамояд.

б) Адади хурдтарини бутунро ёбед, ки он нобаробарии:

- а) $n > -9$; б) $n \geq -3,2$; в) $n \geq 7,9$

-ро қаноат менамояд.

873. Агар имконпазир бошад, адади хурдтарин ва калонтарини ба маҷмӯи:

- а) [9; 17]; б) [3; 10]; в) (12; 16); г) (1; 8]

тааллуқдоштаро нишон диҳед.

874. Оё дуруст аст, ки:

- а) $(-6; 7) \cap (-4; 5) = (-4; 5]$; б) $(3; 8) \cup (0; 5) = (3; 5)$;
в) $(-\infty; 5) \cup (2; +\infty) = (-\infty; +\infty)$; г) $(-\infty; 3) \cap (-3; +\infty) = (-3; 3)$?

875. Буриш ва ҳамчояшавии:

- а) маҷмӯи ададҳои бутун ва маҷмӯи ададҳои мусбатро ёбед;
б) маҷмӯи ададҳои раціоналӣ ва маҷмӯи ададҳои иррационалиро ёбед.

876. Оё адади 2,99 ҳалли нобаробарии $x < 3$ аст? Ягон адади аз 2,99 калонтарро нишон диҳед, ки нобаробариро қаноат менамояд.

877. Оё адади 3,01 ҳалли нобаробарии $x > 3$ аст? Ягон адади аз 3,01 хурдгарро нишон диҳед, ки нобаробарино қаноат менамояд.

878. Нобаробарино ҳал намоед:

а) $5(x-2) < 2(x+7)$;

б) $4(1-5y) + 10y > 24 - 10y$;

в) $\frac{1}{5}(2x+1) - \frac{1}{3}(2-x) > 1$;

г) $(z-1)(z-2) + 3 > (z-2)(z-5) + 5$;

д) $(4a+1)(a-1) - 4a^2 > 6a+8$;

е) $6x^2 - (2x-1)(3x+2) < 5x-8$.

879. Барои қадом қиматҳои a нобаробарӣ дуруст аст:

а) $\frac{3a-1}{5} - \frac{a+1}{2} < 1 - \frac{a}{7}$;

б) $a - 3 + \frac{a}{4} > \frac{a-5}{3}$;

в) $\frac{a-2}{5} - \frac{2a+3}{3} > 1$;

г) $\frac{5a-2}{8} - \frac{a+1}{4} < 2 + \frac{a}{2}$?

880. Ҳамаи адалдҳои натуралиро ёбед, ки нобаробарии:

а) $2(2-6x) + 2(16+x) > 0$;

б) $(x+1)(x-1) - (x^2-4x) \leq 15$

-ро қаноат менамоянд.

881. Барои қадом қиматҳои x :

а) қимати касри $\frac{2x-1}{3}$ мусбат аст;

б) қимати касри $\frac{3-5x}{2}$ манфӣ аст;

в) қимати касри $\frac{2-3x}{5}$ аз қимати мувофиқи касри $\frac{4x-1}{3}$

қалон аст;

г) қимати касри $\frac{x+1}{3}$ аз қимати мувофиқи касри $\frac{2x+3}{6}$

хурд аст?

882*. Барои қадом қиматҳои a муодила дорои решаҳои мусбат аст:

а) $2x=4a$; б) $x+1=a$; в) $x-7=2a+3$; г) $3x-5=a+7$?

883*. Барои қадом қиматҳои v муодила дорои решаҳои манфӣ аст:

а) $7x=2v$; б) $x-3=v$; в) $4x-1=v+3$; г) $4x-4=7v-2$?

884. Фосилахоеро ёбед, ки дар онҳо функсияи $y = -4x + 12$ киматҳои мусбат ва манфӣ қабул менамояд.

885*. Барои 16 нафар талаба рангу қалам хариданд. Нархи як куттии ранг 50 дирам ва нархи як қалам 20 дирам аст. Барои он ки арзиши харид аз 5 сомонӣ зиёд нашавад, чанд куттии ранг харидан мумкин аст?

886. Сайёҳ бо суръати 4 км/соат ба сӯи шаҳр, ки дар масофаи 24 км воқеъ аст, равон шуд. Баъди 2 соат аз паси ӯ сайёҳи дуюм ба роҳ баромад. Сайёҳи дуюм то ба шаҳр расидани сайёҳи якум бояд ба ӯ расида гирад. Барои ин вай бояд бо қадом суръат ҳаракат намояд?

887. Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x > 1, \\ 2x > 0, \\ x > 8; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x > 0, \\ -x > -2, \\ 2x < 4; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} -x < 2, \\ 2x > 8, \\ x < -12; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 2x > -6, \\ x < -2, \\ -2x > 8. \end{cases}$$

888. Исбот кунед, ки системаи нобаробариҳоро ҳал надорад:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 + 1 < 0, \\ 2x - 1 > 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x - 5 > 3x - 1, \\ 2x > 0; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 2x < 0, \\ 4x > 0; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 4x + 5 > 0, \\ 4x - 5 \leq 0. \end{cases}$$

889. Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$\text{а) } \begin{cases} 7 - 3x \geq 2x + 10, \\ 4x + 3 \geq 9 + 10x; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{9x - 2}{4} < 1 + 2x, \\ 7 + 2x > 3x - 1; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 12y - 3(y + 2) \geq 7y - 5, \\ 13y + 6 \leq 2(y - 5) + 3; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} (x - 4)(5x - 1) - 5x^2 > x + 1, \\ 3x - 0,4 > 2x - 0,6; \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} \frac{4x - 5}{7} < \frac{3x - 8}{4}, \\ \frac{6 - x}{5} - 1 < \frac{14x - 3}{2}; \end{cases} \quad \text{е) } \begin{cases} \frac{2x - 1}{3} - x \leq \frac{11 - x}{6} - 2, \\ x + \frac{3 + 2x}{3} < 1. \end{cases}$$

890. Ҳалли системаи нобаробариҳоро ёбед:

$$а) \begin{cases} \frac{2x-5}{4} - 2 \leq \frac{3-x}{3}, \\ \frac{5x+1}{3} < \frac{4-x}{4}; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} \frac{10x-1}{3} - \frac{2-5x}{4} < \frac{5-3x}{6}, \\ \frac{2x+1}{2} \geq \frac{3+7x}{4} - \frac{5+4x}{5}. \end{cases}$$

891. Нобаробарии дучандаро ҳал кунед:

а) $4 < 2x < 8$;

б) $4 \leq 5x - 2 \leq 7$;

в) $1 < \frac{8x+1}{2} < 2$;

г) $5 \leq 8x - 1 \leq 7$;

д) $0 \leq \frac{1-x}{4} \leq 1$;

д) $-1 \leq \frac{2x-1}{2} \leq 0$.

892. а) Барои кадом қиматҳои x , қимати ифодаи $2x-1$ ба фосилаи ададии $(-1; 3)$ тааллуқ дорад?

б) Барои кадом қиматҳои x , қимати касри $\frac{x-3}{2}$ ба порчаи $[0; 6]$ тааллуқ дорад?

в) Барои кадом қиматҳои x , қимати функсияи $y = -\frac{1}{2}x + 6$ ба фосилаи $(-1; 1)$ тааллуқ дорад?

г) Барои кадом қиматҳои x , қимати функсияи $y = -1,5x + 4$ ба порчаи $[-6; 2]$ тааллуқ дорад?

893. Яке аз тарафҳои росткунҷа аз дигараш 5 см калон аст. Дарозии тарафи хурдаш чӣ қадар бояд бошад, то ки периметри росткунҷа аз 20 см калон, вале аз 30 см хурд шавад?

894. Суммаи сечандаи се адади натуралии пай дар пай аз 36 хурд буда, суммаи дучандаи онҳо аз 12 калон аст. Ин ададхоро ёбед.

895. Агар ба нисфи суммаи ду адади бутуни пай дар пай $\frac{1}{3}$ қисми адади якумро ҷамъ кунем, ададе ҳосил мешавад, ки аз 12 хурд аст. Агар аз $\frac{1}{3}$ хиссаи суммаи ин ададҳо нисфи адади дуумро тарҳ кунем, ададери ҳосил мекунем, ки аз 1 калон аст. Ин ададҳои бутунро ёбед.

896*. Агар сайёҳон аз нақшаи муайяншуда рӯзе 5 км зиёдтар роҳ гарданд, онҳо дар 6 рӯз масофаи аз 90 км зиёдро тай менамоянд. Агар сайёҳон рӯзе 5 км роҳ гарданд, дар 8 рӯз масофаи аз 90 км камтарро тай мекунанд. Ба масофаи дар як рӯз мувофиқи нақша, ки онро сайёҳон бояд тай мекарданд, баҳо диҳед.

897. Нобаробарии касран хаттиро ҳал кунед:

а) $\frac{2x-1}{x+1} > 0$; б) $\frac{x+1}{x-1} \leq 3$; в) $\frac{x-1}{x+5} \geq 2$;

г) $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{3}$; д) $-\frac{3}{x} \leq -\frac{1}{2}$; е) $\frac{2}{x-1} < 4$.

898. Функция бо формулаи $y = \frac{2x+1}{x-2}$ дода шудааст. Барои

кадом қиматҳои тағйирёбанда қимати ин функция:

а) мусбат нест; б) манфӣ нест; в) аз -1 калону аз 1 хурд аст?

899. Нобаробариро ҳал кунед:

а) $|x-3| < 2$; б) $|x+2| > 2$; в) $|x-7| \leq 0$; г) $|x-3| < -1$;

д) $|3x-2,5| \leq 2$; е) $|5-2x| > 1$; ж) $|x-1,5| < 3$; з) $|3x-1| \geq 5$.

ҶАВОБҲО

674. а) ва г) -аш. 680. а) Не; б) ҳа; в) ҳа; г) не. 684.

$a + \frac{1}{a} - 2 = \frac{(a-1)^2}{a} \geq 0$. 685. Агар $c = \frac{a}{a}$ гузорем, он гоҳ нобаробарӣ

ба нобаробарии $c + \frac{1}{c} \geq 2$ баробаркувва аст. 687. Нобаробарии

додашуда ба нобаробарии $(\sqrt{a} - \sqrt{a})^2 \geq 0$ баробаркувва аст. 688.

Баробарии $a^3 - a^3 - av(a+v) = (a+v)(a^2 + v^2)$ -ро истифода кардан лозим

аст. 689. а) $\frac{3-x}{7}$; б) 1. 690. а) 2; б) 0; 1. 691. $0, 1, \sqrt{5}$. 692. $\left(-\frac{4}{19}; \frac{29}{19}\right)$.

693. Дар 2,4 дақиқа. 699. а) a ва v мусбатанд; б) a ва v манфианд;

г) a ва v манфианд. 705. $\frac{1}{c}, \frac{1}{a}, \frac{1}{v}, \frac{1}{d}$. 706. б) $-4 < a < -3$; г) $-1 < 3 - a < 0$.

707. в) $0 < x - 3 < 4$. 708. $8,7 < p < 9$. 709. $0,4 \leq a \leq 0,41$. 710.

а) $\frac{1}{5} < \frac{1}{x} < \frac{1}{3}$; б) $4 < \frac{1}{x} < 8$. 711. Не, ҳангоми $x=0,5$ будан қимати

якумаш ба $\frac{35}{16}$ ва қимати дуҷумаш ба $\frac{5}{4}$ баробар аст. 712. 0. 713.

а) $-2\frac{2}{3}$; б) $\frac{1}{3}$. 714. а) $1\frac{209}{990}$; б) $\frac{113}{1100}$. 720. а) $12 < x + y < 15$; б) $-5 < x -$

$y < -2$; в) $32 < xy < 54$; г) $\frac{4}{9} < \frac{x}{y} < \frac{3}{4}$. 723. $11 < p < 11,4$ ва $7,36 < S < 7,92$.

724. Ҳа. 725. $8^\circ \leq \gamma \leq 10^\circ$. 726. (4; -6). 727. 24. 728. $\frac{3a+1}{6(3a-1)}$. 740.

а) Ҳамаи ададҳои бутун аз -4 то 1; б) ҳамаи ададҳои бутун аз -2 то 6. 742. а) 9; б) 1; в) 4; г) -9; д) 28; е) 6. 743. а) -6; б) 2; в) -1; г) 3. 744.

Не. 745. а) (4; 6); б) [-5; 5]; в) (7; $+\infty$); г) (6; 10). 746. а) [-6; 4]; б) $(-3; 2) \cup (8; 10)$. 747. а) (3; $+\infty$) ва (-4; $+\infty$); б) [0; 3] ва $(-\infty; +\infty)$; в) $(-\infty; 4)$

ва $(-\infty; 7)$; г) [1; 6] ва [0; 9]. 748. Ба ҷои $1 - \frac{3}{2} = 2 - \frac{3}{2}$ бояд

$\left| 1 - \frac{3}{2} \right| = 2 - \frac{3}{2}$ ояд. 749. $a^2 + 3 - 2a = (a-1)^2 + 2 \geq 2 > 0$. 750. 2 км/соат.

751. $x^2 - 2x - 8 = 0$. 752. Барои $x = \frac{1}{3}$. 756. а) $(-5; +\infty)$; б) $(-\infty; 6)$; в) $(-\infty; -2,5)$;

г) $(0, 7; +\infty)$. 757. а) $(5; +\infty)$; б) $4; +\infty$; в) $(-\infty; 2]$; г) $\left(-\infty; \frac{9}{7}\right]$; д) $(-\infty; -2)$;

е) $(-\infty; 0]$; ж) $(-\infty; -18)$; з) $[10; +\infty)$. 758. а) $\left(-\infty; 2\frac{2}{3}\right)$; б) $(-2,5; +\infty)$; в)

$\left[1\frac{5}{7}; +\infty\right)$; г) $(5,5; +\infty)$; д) $(-\infty; 6)$; е) $[0; +\infty)$; ж) $(-\infty; -3]$; з) $[-30; +\infty)$.

761. а) $(-\infty; 0,7)$; б) $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$; в) $[-7; +\infty)$; г) $[1,5; +\infty)$; д) $(-0,5; +\infty)$;

е) $[-0,4; +\infty)$; ж) $[7; +\infty)$; з) $[-13; +\infty)$. **762.** а) $(-\infty; 1]$; б) $(-\infty; 2]$; в) $[6; +\infty)$; г) $(-\infty; 0,3]$; е) $(-\infty; 13]$; ж) $(2,7; +\infty)$; з) $(-\infty; 9)$. **763.** а) Барои $x > 0,5$; б) барои $y > 6$; в) барои $z < 12$. **764.** а) Барои $a < 1\frac{13}{17}$; б) барои $e > 5$. **765.** а) $(3; +\infty)$; б) $(-2\frac{1}{3}; +\infty)$; в) $(-\frac{3}{7}; +\infty)$; г) $(-\infty; 22,5]$; д) \emptyset ; е) $(-\infty; +\infty)$; ж) $(-\infty; \frac{8}{3}]$; з) $(-\infty; 18]$. **766.** а) $(-\infty; \infty)$; б) \emptyset ; в) $(-\frac{1}{3}; +\infty)$; г) $(-\infty; 2]$; д) $[4,8; +\infty)$; е) $(-\infty; 6)$; ж) $[4,5; +\infty)$; з) $(-\infty; 2\frac{1}{3}]$. **767.** а) $(6; +\infty)$; б) $(-\infty; -0,8)$; в) $(-\infty; \frac{7}{6})$; г) $(0; +\infty)$; **768.** а) $[0; +\infty)$; б) $(-2; +\infty)$; в) $(-\infty; -\frac{11}{20}]$; г) $(-\infty; \frac{2}{15})$; д) $(-\infty; +\infty)$; е) $(-\infty; -\frac{41}{34}]$. **769.** а) $(-\infty; 14)$; б) $[-0,125; +\infty)$; в) $(-\infty; 14]$; г) $(-17; +\infty)$. **770.** а) $(1\frac{2}{3}; +\infty)$; б) $(-\infty; 7)$; в) $(-\infty; 0]$; г) $(2; +\infty)$; д) $(-14; +\infty)$; е) $(-\infty; -2,5)$; ж) $(-\infty; \frac{1}{3}]$; з) $[14,5; +\infty)$; и) $(-\infty; 9]$; к) $(-\infty; 3\frac{2}{9}]$; л) $(-\infty; 1\frac{1}{3}]$; м) $(-\infty; 3)$. **771.** а) Барои $x > 1\frac{5}{24}$; б) барои $x > -\frac{21}{32}$; в) барои $y > \frac{1}{7}$; г) барои $y < \frac{15}{58}$. **772.** а) $(-\infty; 2\frac{6}{7})$; б) $(-\infty; 8)$; в) $(-1\frac{2}{3}; +\infty)$; г) $(1,5; +\infty)$; д) $(0; +\infty)$; е) $(-\infty; +\infty)$; ж) $(-\infty; 0,5]$; з) $(\frac{3}{7}; +\infty)$. **773.** а) $(13; +\infty)$; б) $(-3; \infty)$; в) $(-\infty; 4)$; г) $(-\infty; 2)$; д)

- $(-\infty; -5\frac{1}{7})$; е) $(-\infty; -5]$; ж) $(-\infty; -7\frac{2}{9}]$; з) $(\infty; 9\frac{1}{17})$. 774. а) $(2; +\infty)$; б) $(-\infty; 3)$; в) $[7,25; +\infty)$; г) $[2; +\infty)$; д) $[-\frac{3}{7}; +\infty)$; е) $[2; +\infty)$; ж) $(-\infty; 1)$; з) $[2\frac{49}{76}; +\infty)$. 775. а) $(-\infty; -9)$; б) \emptyset ; в) $[2; +\infty)$; г) $(1\frac{1}{3}; +\infty)$. 776. а) Барои $x=3$; б) барои $x<3$; в) барои $x>3$. 777. а) Барои $x>5,5$; б) барои $x<5,5$. 778. а) Барои $x\geq 1,5$; б) барои $x\leq 0,6$; в) барои $a\geq -0,5$; г) барои $x\leq 1\frac{1}{3}$; д) барои $y\geq \frac{1}{3}$; е) барои $e\geq 5$. 779. а) 3; б) -3. 780. а) 5; б) 18. 781. а) Барои $c\leq 3$; б) барои $a\geq 2,25$. 782. а) Барои $c>2,25$; б) барои $a>1\frac{1}{3}$. 783. а) Барои $n=1, n=2$ ва $n=3$; б) барои $n=1$ ва $n=2$. 784. Аз 42 кг. 785. 11. 786. 14. 787. Аз 4 см кам. 788. На зиёд аз $12\frac{3}{20}$ м. 789. Аз 31,5 км зиёд не. 790. $-3-\frac{1}{\sqrt{3}}$. 791. а) 2; б) $-\frac{1}{2}$; $\pm\sqrt{2}$. 792. Аз баробарии $(+a)^2=(-a)^2$ баробарии $+a=|-a|$ бармеояд, на баробарии $+a=-a$. 793. а) 4; б) 4; в) 1. 796. а) $(13; +\infty)$; б) $(-\infty; 2)$; в) $(0; 4)$; г) \emptyset ; д) $[-2; 3]$; е) $(9; 16]$. 797. а) $(6; +\infty)$; б) $[4; +\infty)$; в) $(0; 5)$; г) \emptyset . 798. а) $(0; 0,4)$; б) $[3; 5]$; в) $(\frac{1}{4}; \frac{1}{3})$; г) $(0,2; 0,25)$. 799. а) $[2; 5]$; б) $(1,5; 3)$; в) $(10; 20)$; г) $(-\infty; \frac{4}{9})$. 800. а) $[-12; 2]$; б) \emptyset ; в) $(-\infty; -9)$; г) $(-\infty; -4)$. 801. а) $(-2,5; 0,5)$; б) $(-\infty; -1,5)$; в) $(\frac{1}{3}; +\infty)$; г) $[3; 6,7)$. 802. а) $(1; 4]$; б) $(-\infty; -1]$; в) \emptyset ; г) $[-8; 1\frac{1}{3})$. 803. а) $(-\infty; 1,5]$; б) $[0,5; +\infty)$; в) $[2; 4]$; г) $[-1; 1,5]$. 804. а) $(-1,5; 0]$; б)

- (0;2,5); в) $(-\infty;3)$; г) \emptyset . **805.** а) [5;27]; б) (1;1,5); в) (0,4; $+\infty$); г) $(-\infty;-1,8)$. **806.** а) (-5;3,6); б) [2;8]; в) (-2;4); г) (-3;-0,5). **807.** а) 0,1 ва 2; б) 4,5,6 ва 7; в) 1,2 ва 3; г) 1. **808.** а) (1;15); б) (0,5; $+\infty$); в) \emptyset ; г) $\left[\frac{2}{11};2\right]$. **809.** а) (2,5;9); б) (13,25;20]; в) (-17; $+\infty$); г) $4\frac{5}{9}$. **810.** а) (-0,5;2,5); б) (2;11); в) (-0,5;1,5); г) $\left(-1\frac{2}{3};2\right)$. **811.** а) [-3;5,4]; б) [-5;1]; в) [-8,5;0,5]; г) [0;1]. **812.** а) $\left[-\frac{4}{5};\frac{14}{15}\right]$; б) [2;8]; в) [-0,9;1,2]; г) $\left[-\frac{4}{3};\frac{2}{3}\right]$. **813.** а) (1;1,5); б) [0,5;6,5]. **814.** а) (9; $+\infty$); б) $(-\infty;-3)$; в) (11;13]; г) [-2;5]. **815.** а) $(-\infty;2]$; б) [1,2;1,5); в) (2;7); г) (1;2]. **816.** Аз 4 км/соат зиёд ва аз 5 км/соат кам. **817.** 34. **818.** 36. **819.** а) Ҳамаи ададҳои аз $2\frac{2}{3}$ зиёд набуда; б) ҳамаи ададҳои аз 3,5 калон; в) ҳамаи ададҳои аз 1. **820.** а) $\frac{2x^2}{x-3}$; б) $\frac{2}{a-b}$. **822.** а) Дуюмаш калон; б) якумаш калон. **823.** а) $\left(-\infty;-\frac{7}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{3};+\infty\right)$; б) $\left(-\frac{9}{2};\frac{1}{4}\right)$; в) $\left[-\frac{5}{2};\frac{7}{2}\right)$; г) $(-\infty;-4,2] \cup (-4;+\infty)$. **824.** а) $(-\infty;-0,4) \cup [3;+\infty)$; б) $\left(2\frac{1}{3};8,5\right)$; в) (-0,5;2); г) (1,25;4). **825.** а) (-7;3); б) [13; $+\infty$). **826.** а) (-2;2); б) (4; $+\infty$). **827.** $\frac{3}{5}$. **828.** а) -1;3; б) $1 \pm \sqrt{3}$. **829.** Нишондод: $(a+6)(7-a)-a(1-a)=42>0$. **830.** а) 25; б) 0,4. **831.** Барои $a=-3$. **832.** 45 ва 40 км/соат. **836.** а) [-4;4]; б) $(-\infty;-2) \cup [2;+\infty)$; в) \emptyset ; г) [-3;3]; д) $(-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$; е)

$(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$; ж) $(-1, 6; 1, 6)$; з) $(-\infty; +\infty)$. 837. а) $(2; 4)$; б) $[-2; 6]$; в) $[-8, 2; 1, 8]$; г) $(-5, 6; -1, 6)$; д) $(-\infty; -7, 8) \cup (-5, 8; +\infty)$; е) $(-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$; ж) $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$; з) $(-\infty; -25) \cup (5; +\infty)$. 838.

а) $(-1; 1, 8)$; б) $(-\infty; -1, 75] \cup [2, 25; +\infty)$; в) $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{11}{3}; +\infty\right)$; г) $[-1; 4]$;

е) $(-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$; ж) $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{11}{3}; +\infty\right)$; з) $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$. 839. 0, 02.

840. а) $4x^2(2x+3)$; б) $2a^2(3a^3-4a)$. 841. Барои -2 ва 3 . 842. а) $\frac{x}{2}$; б)

$\frac{x}{x-1}$. 843. Баъди 3 соат. 844. 3,77; 0,83; 1625,34. 845. а) $a < 6$; б)

$a > 6$. 850. а) Не; б) ҳа; в) ҳа; г) не; д) ҳа; е) ҳа. 853. Дар оби ором. 854. Суръати Алӣ. 855. Н и ш о н д о д. Аз далели он, ки тарафи секунҷа аз суммаи ду тарафи дигар калон нест, истифода кардан даркор аст. 862. а) $-4 \leq -y \leq -3$; б) $-1 \leq 3 - y \leq 0$; в)

$\frac{5}{4} \leq \frac{1}{y} + 1 \leq \frac{4}{3}$. 865. $3,1 < m < 3,15$. 866. $3,65 \leq m \leq 3,75$. 868. а) Не;

б) ҳа, -2 . 870. Ҳа; ҳа, масалан 20,99; адади аз ҳама хурд ба 6 баробар буда, адади аз ҳама калон вучуд надорад. 872. А): а) -6 ; б) -5 ; в) 5. Б): а) -8 ; б) -3 ; в) 8. 874. а) Ҳа; б) не; в) ҳа; г) ҳа. 878.

а) $(-\infty; 8)$; б) \emptyset ; в) $(2; +\infty)$; г) $(2,5; +\infty)$; д) $(-\infty; -1)$; е) $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

879. а) Барои $a < 7$; б) барои $a > 1\frac{5}{11}$; в) барои $a < -5\frac{2}{7}$; г) барои

$a > -20$. 880. а) 1, 2 ва 3; б) 1, 2, 3 ва 4. 881. а) Барои $x > 0,5$; б)

барои $x > 0,6$; в) барои $x < \frac{5}{29}$; г) барои ҳамаи қиматҳои x . 882.

а) Барои $a > 0$; б) барои $a > 1$; в) барои $a > -5$; г) барои $a > -12$. 883.

а) Барои $v < 0$; б) барои $v < -3$; в) барои $v < -4$; г) барои $v < \frac{6}{7}$. 884.

Дар $(-\infty; 3)$ функция мусбат буда, дар $(3; +\infty)$ манфӣ аст. 885.
На зиёд аз 6 кутгӣ. 886. Аз 6 км/соат зиёдтар. 887. а) $(-\infty; 8)$; б)

$(-\infty; 0)$; в) \emptyset ; г) \emptyset . 889. а) $(-\infty; -1]$; б) $(-\infty; 6]$; в) \emptyset ; г) $\left(0, 2; \frac{3}{22}\right)$;

д) $\left(7\frac{1}{5}; +\infty\right)$; е) $(-2; 0)$. 890. а) $\left(\frac{8}{17}; 5, 1\right]$; б) $\left[-15; \frac{20}{61}\right)$. 891. а) $(2;$

$4)$; б) $[1, 2; 1, 8]$; в) $(0, 125; 0, 375)$; г) $[0, 75; 1, 125]$; д) $[-3; 1]$; е) $\left[-1; \frac{1}{2}\right)$.

892. а) Барои $0 < x < 2$; б) барои $3 \leq x \leq 9$; в) $10 < x < 14$; г) барои

$\frac{1}{3} \leq x \leq 6\frac{2}{3}$. 893. Аз 2,5 см калону аз 5 см хурд. 894. 2,3 ва 4.

895. 8 ва 9. 896. Аз 10 км зиёд ва аз 16,25 км камтар. 897. а) $(-\infty; -1) \cup (0, 5; +\infty)$; б) $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$; в) $[-11; -5)$; г) $(0; 3]$; д) $(0; 6]$; е) $(-\infty; 1) \cup (1, 5; +\infty)$. 898. а) $[-0, 5; 2]$; б)

$\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$; в) $\left(-3; \frac{1}{3}\right)$. 899. а) $(1; 5)$; б) $(-\infty; +\infty)$; в)

$[-7; 7]$; г) \emptyset ; д) $\left[\frac{1}{6}; 1, 5\right]$; е) $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$; ж) $(-1, 5; 4, 5)$; з)

$\left(-\infty; -1\frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$.

ДАРАҶАИ НИШОНДИҲАНДААШ БУТУН

§ 13. ДАРАҶАИ НИШОНДИҲАНДААШ БУТУН ВА ХОСИЯТҲОИ ОН

42. ТАЪРИФИ ДАРАҶАИ НИШОНДИҲАНДААШ БУТУНИ МАНФӢ

Аз синфи 7 медонем, ки хосили зарби якчанд маротибаи адади a , дараҷаи нишондиҳандааш натуралӣ ном дорад. Масалан,

$$(-2)^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = 16; \quad 2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64.$$

Умуман,

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ маротиба}} \quad \checkmark$$

Зарбкунандаи такроршавандаи a асоси дараҷа ё асос ва адади натуралии n , ки ба миқдори ҳамчун зарбкунандаи такрори a баробар аст, нишондиҳандаи дараҷа ё дараҷа номида мешаванд.

Альон мафҳуми дараҷаро барои адади бутуни манфӣ паҳн мекунем. Яъне ба кадом адад баробар будани a^{-n} -ро, масалан, $(-2)^{-3}$ ё 4^{-5} ва ғайраро, муайян мекунем.

Аввалан барои возеҳии баён фарз мекунем, ки асоси адад ба 10 баробар аст, яъне ба саволи чӣ маъно доштани 10^{-n} ҷавоб медиҳем.

Дараҷаҳои бо нишондиҳандаҳои 1, 2, 3 ва ғайра гирифташудаи адади 10-ро пай дар пай менависем. Дар натиҷа сатри

$$10^1, 10^2, 10^3, \dots \quad (1)$$

-ро ҳосил мекунем.

Ҳар яки ин ададҳоро дар намуди

$$10, 100, 1000, \dots \quad (2)$$

навиштан мумкин аст.

Ҳар як адади ин сатр аз адади пасояндааш 10 маротиба хурд аст. Сатри (2)-ро мувофиқи ҳамин қонуният бо воситаи

пеш аз адади 10 навиштани адади 1, пеш аз адади 1 навиштани адади $\frac{1}{10} = \frac{1}{10^1}$, пеш аз адади $\frac{1}{10^1}$ навиштани адади $\frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$, пеш аз адади $\frac{1}{10^2}$ навиштани адади $\frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3}$ ва гайра ба тарафи чап давом дода, ҳосил мекунем:

$$\dots, \frac{1}{10^3}, \frac{1}{10^2}, \frac{1}{10^1}, 1, 10^1, 10^2, 10^3, \dots \quad (3)$$

Дар сатри (1) нишондиҳандаи ҳар як дараҷа аз нишондиҳандаи дараҷаи пасоянд 1 воҳид хурд аст. Аз рӯи ин қонуният сатри (1)-ро ба тарафи чап давом дода, мо пеш аз 10^1 бояд 10^0 нависем, пеш аз 10^0 бояд 10^{-1} нависем, пеш аз 10^{-1} бояд 10^{-2} нависем ва гайра.

Натиҷаи ин гуна навиштаҷотҳо сатри зерин мешавад:

$$\dots, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 10^0, 10^1, 10^2, 10^3, \dots \quad (4)$$

Сатрҳои (3) ва (4)-ро муқоиса карда, ба хулоса меоем, ки ҳисоб кардани он ки 10^{-1} ба $\frac{1}{10^1}$ баробар аст, 10^{-2} ба $\frac{1}{10^2}$ баробар аст ва гайра табиӣ аст. Ҳамин гуна созиш дар математика на танҳо барои дараҷаҳои адади 10, балки барои дараҷаи адади дилхоҳи нобаробари нули a ҳам қабул карда шудааст.

Таъриф. Агар $a \neq 0$ ва n адади бутуни манфӣ бошад, он гоҳ

$$a^{-n} = \frac{1}{a^{+n}}.$$

Таърифи дараҷаро истифода карда, меёбем, ки

$$4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}; \quad (-5)^{-4} = \frac{1}{5^4} = \frac{1}{625}; \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^3} = -8.$$

Ифодаи 0^n барои қимати n -и бутуни манфӣ маъно надорад (ҳангоми $n=0$ будан ҳам).

?

1. Дараҷаи нишондиҳандааш натуралии ададро чӣ ҳел мефаҳманд?
2. Таърифи дараҷаи нишондиҳандааш бутуни манфиро баён намоед.

900. Дараҷаи нишондиҳандааш бутуни манфиро бо каср иваз кунед:

- а) 10^{-5} ; б) 7^{-3} ; в) a^{-1} ; г) x^{-15} ;
д) $(ав)^{-2}$; е) $(a+в)^{-3}$; ж) 2^{-1} ; з) 100^{-2} .

901. Касрро бо дараҷаи нишондиҳандааш бутуни манфӣ иваз кунед:

- а) $\frac{1}{10^2}$; б) $\frac{1}{5^6}$; в) $\frac{1}{x^4}$; г) $\frac{1}{y^8}$; д) $\frac{9}{1}$.

902. а) Ададҳои 8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ ва $\frac{1}{8}$ -ро дар намуди дараҷаи асосаш 2 нависед.

б) Ададҳои $\frac{1}{125}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{5}$, 1, 25, 125-ро дар намуди дараҷаи асосаш 5 нависед.

903. а) Ададҳои $\frac{1}{81}$, $\frac{1}{27}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{3}$, 1, 3, 9, 27, 81-ро дар намуди дараҷаи асосаш 3 нависед.

б) Ададҳои 100; 10; 1; 0,1; 0,01-ро дар намуди дараҷаи асосаш 10 нависед.

904. Ададро бо воҳид муқоиса намоед:

- а) $\left(\frac{4}{7}\right)^{-3}$; б) 0,127⁰; в) 10⁻¹⁰; г) $\left(2\frac{3}{4}\right)^{-2}$.

905. Ҳисоб кунед:

- а) 3⁻²; б) -0,1⁻¹; в) (-1)⁻⁷; г) (-1)⁻¹⁰; д) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-2}$;
е) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$; ж) $\left(1\frac{1}{2}\right)^{-4}$; з) $\left(-2\frac{1}{4}\right)^{-2}$; и) 0,01⁻²; к) 1,125⁻¹.

906. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

- а) -10⁻²; б) (-2)⁻³; в) (-0,7)⁻²; г) (0,4)⁻⁵; д) -(-2)⁻³; е) -(-4)⁻².

907. Ҳисоб кунед:

а) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$; б) $(-4)^{-3}$; в) $1,5^{-1}$; г) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}$; д) $-0,3^{-3}$; е) $-\left(2\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

908. Қимати ифодаро бо нул муқоиса кунед:

а) 7^{-5} ; б) $2,1^4$; в) $(-7,2)^{-6}$; г) $(-3,2)^3$.

909. Оё дуруст аст, ки агар:

- а) $a > 0$ ва n адади бутун бошад, он гоҳ $a^n > 0$ аст;
б) $a < 0$ ва n адади чуфти манфӣ бошад, он гоҳ $a^n > 0$ аст;
в) $a < 0$ ва n адади тоқи манфӣ бошад, он гоҳ $a^n < 0$ аст?

910. Қимати ифодаи x^p -ро ёбед, агар:

а) $x = -5$; $p = -2$; б) $x = 3$; $p = -3$; в) $x = 3$; $p = -1$; г) $x = 8$; $p = 0$

бошад.

911. Ифодаи $-x^p$ дорои кадом қимат аст, агар:

а) $x = -1$, $p = -2$; б) $x = 0,3$, $p = -2$; в) $x = 2$, $p = -1$; г) $x = 0,5$, $p = -3$

бошад?

912. Қимати ифодаҳои x^n ва x^{-n} -ро ёбед, агар:

а) $x = \frac{2}{5}$, $n = -2$; б) $x = -2,5$, $n = 3$

бошад.

913. Қимати ифодаро ёбед:

а) $4 \cdot 2^{-3}$; б) $-2 \cdot 10^4$; в) $21 \cdot (-9)^{-1}$; г) $15 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{-1}$;

д) $3^{-1} + (-2)^{-2}$; е) $(-5)^{-2} \cdot 6^{-1}$; ж) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-2} + 3^{-3}$; з) $0,4^0 + 0,1^{-3}$.

914. Ҳисоб кунед:

а) $7 \cdot 14^{-1}$; б) $-3 \cdot 9^{-2}$; в) $4^{-1} \cdot 2^{-2}$; г) $1,2^0 \cdot 1,2^{-1}$; д) $10 - \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$.

915. Ифодаро дар намуди касре, ки дараҷаи нишондихандааш адади манфӣ надорад, нависед:

а) $4x^{-2}$; б) $7a^6$; в) $x^{-5}y$; г) $4(av)^9$.

916. Нишондиҳандаи манфиро истифода намуда, касрро дар намуди ҳосили зарб нависед:

а) $\frac{5}{a^2}$;

б) $\frac{x}{y}$;

в) $\frac{3a^7}{b^5}$;

г) $\frac{a^6}{5b^3}$;

д) $\frac{1}{x^2y^4}$;

е) $\frac{(a+b)^3}{b^2c^5}$;

ж) $\frac{3a}{(a-3)^2}$;

з) $\frac{(a+b)^5}{3(a-b)}$.

917. Ифодаро дар намуди каср нависед:

а) a^2+b^2 ; б) xy^1+x^1y ; в) $(a+b^1)(a^1+b)$; г) $(x-2y^1)(2x^1+y)$.

918. Ифодаро ба каср табдил диҳед:

а) $(a^1+b^1)(a+b)^{-1}$;

б) $(a-b)^{-2}(a^2-b^2)$.

Машқҳо барои такрор

919. Ҳар яке аз ададҳои 4,123; 0,3728 ва 47,25-ро то даҳяки яқлухт кунед ва саҳви мутлақашро ёбед.

920. Али 9 км бо пайраҳаи кӯҳӣ ба баландӣ баромада, бо ҳамон роҳ баргашт. Ба ҳамаи ин \bar{y} 5 соат вақт сарф намуд. Суръати ба баландӣ баромадани Алиро ёбед, агар маълум бошад, ки ҳангоми фаромадан вай суръаташро 1,5 бор зиёд кардааст.

921. Нобаробариро ҳал кунед:

а) $(3x-1)(3x+1)-9x(x+1)<x-9$;

б) $(4x-1)^2-8x(2+2x)>25$.

922. Қимати ифодаи $x^2+2xy+y^2$ -ро ҳангоми $x = 4 + \sqrt{2}$ ва $y = \sqrt{2} - 4$ будан ёбед.

923. Функсияи $y=2x-8$ дар кадом фосила қиматҳои манфӣ қабул мекунад? Қиматҳои мусбат ҷӣ?

43. ХОСИЯТҲОИ ДАРАЧАИ НИШОНДИҲАНДАШ БУТУН

Хосиятҳои маълум, ки мо онҳоро барои дараҷаҳои нишондиҳандашон натуралӣ дар синфи 7 муқаррар карда будем, барои дараҷаҳои нишондиҳандаш бутуни дилхоҳ ҳам дурустанд (бо назардошти ба нул баробар набудани асоси дараҷа).

Яъне, барои ҳар гуна $a \neq 0$, $v \neq 0$, m ва n -и бутуни дилхоҳ баробариҳои зерин дурустанд:

$$1. a^n \cdot a^m = a^{m+n};$$

$$4. (av)^n = a^n \cdot v^n;$$

$$2. a^n : a^m = a^{n-m};$$

$$5. \left(\frac{a}{v}\right)^n = \frac{a^n}{v^n}.$$

$$3. (a^n)^m = a^{nm};$$

Ин хосиятхоро бо воситаи ба таърифи нишондиҳандааш бутуни манфӣ ва хосиятҳои дараҷаи нишондиҳандааш натуралӣ таъя намудан, исбот кардан мумкин аст.

Масалан, дурустии хосияти 1-ро, ки *хосияти асосии дараҷа* ном дорад, хангоми манфӣ будани нишондиҳандаи дараҷаҳо исбот мекунем.

Бигузор $n = -k$ ва $m = -p$ аст, ки дар ин ҷо k ва p ададҳои натуралианд. Мувофиқи таърифи дараҷаи нишондиҳандааш бутуни манфӣ (п.42) дорем:

$$a^{-k} \cdot a^{-p} = a^{-k} \cdot a^{-p} = \frac{1}{a^k} \cdot \frac{1}{a^p} = \frac{1}{a^k \cdot a^p} = \frac{1}{a^{k+p}} = a^{-(k+p)} = a^{-k-p} = a^{n+m}.$$

(Дар боло дараҷаҳои a^k ва a^p -ро бо касрҳои $\frac{1}{a^k}$ ва $\frac{1}{a^p}$,

инчунин касри $\frac{1}{a^{k+p}}$ -ро бо дараҷаи $a^{-(k+p)}$ иваз карда, аз таърифи нишондиҳандааш бутуни манфӣ истифода кардаем. Ҳосили зарби $a^k \cdot a^p$ -ро бо дараҷаи a^{k+p} иваз карда, хосияти асосии дараҷаи нишондиҳандааш натуралиро истифода намудем).

Аз хосиятҳои 1-5 бармеояд, ки қоидаҳои иҷроӣ амалҳо бо дараҷаҳои нишондиҳандашон бутун ва қоидаҳои иҷроӣ амалҳо бо дараҷаҳои нишондиҳандашон натуралӣ яхелаанд.

М и с о л и 1. Ҳосили зарби $a^{13} \cdot a^{18}$ -ро содда мекунем.

Хангоми зарб кардани дараҷаҳои асосҳояшон яхела, асосро бетағйир гузошта, нишондиҳандаҳои дараҷаҳоро чамъ мекунамд:

$$a^{13} \cdot a^{18} = a^{-13+18} = a^5.$$

М и с о л и 2. Ҳосили тақсими $v^4 : v^7$ -ро содда мекунем.

Хангоми тақсими дараҷаҳои асосҳояшон яхела асосро бетағйир гузошта, аз нишондиҳандаи дараҷаи тақсимшаванда нишондиҳандаи дараҷаи тақсимкунандаро тарҳ мекунамд:

$$e^4 : e^7 = e^{4-7} = e^{-3}.$$

Мо қоидаи тақсими дараҷаҳои асосҳояшон якхеларо барои дараҷаҳои нишондиҳандашон натуралӣ дар ҳамон маврид татбиқ карда метавонистем, ки агар нишондиҳандаи дараҷаи тақсимшаванда аз нишондиҳандаи дараҷаи тақсимкунанда хурд набошад. Акнун баъди ҷорӣ кардани дараҷаҳои нишондиҳандашон бутун ин маҳдудият аз байн бардошта мешавад: Нишондиҳандаҳои дараҷаҳои тақсимшаванда ва тақсимкунанда аз ададҳои бутуни дилхоҳ иборат шуда метавонанд.

М и с о л и 3. Ифодаи $(3a^4e-5)^{-2}$ -ро содда мекунем.

Ҳангоми ба дараҷа бардоштани ҳосили зарб ҳар як зарбшавандаро ба ҳамон дараҷа бардошта, натиҷаҳоро зарб мекунанд. Ҳангоми ба дараҷа бардоштани дараҷа асосро бетағйир гузошта нишондиҳандаро зарб мекунанд.

Мувофиқи ин гуфтаҳо ҳосил менамоем:

$$(3a^4e^{-5})^{-2} = 3^{-2}(a^4)^{-2}(e^{-5})^{-2} = \frac{1}{9}a^{-8}e^{10}.$$

?

1. Хосиятҳои дараҷаи нишондиҳандааш натуралиро номбар кунед.
 2. Хосиятҳои ҳосили зарб ва ҳосили тақсими дараҷаҳои асосҳояшон якхелаи дорои нишондиҳандаи бутунро баён намоед.
 3. Дараҷаро чӣ гуна ба дараҷа мебардоранд?
 4. Ҳосили зарб ва ҳосили тақсими чӣ гуна ба дараҷа мебардоранд?

924. Қимати ифодаро ёбед:

а) $3^{-2} \cdot 3^4$;

б) $2^5 \cdot 2^{-2}$;

в) $10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-5}$;

г) $2^8 \cdot 2^{10}$;

д) $4^{-4} : 4^{-4}$;

е) $3^{-3} : 3$;

ж) $(2^{-5})^{-1}$;

з) $(5^3)^{-2}$;

и) $2^{-5} \cdot (2^{-3})^{-4}$.

925. Ҳисоб кунед:

а) $5^{-12} \cdot 5^{14}$;

б) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2$;

в) $3^{-7} : 3^{-9}$;

г) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 : \left(\frac{1}{4}\right)^4$;

д) $(2^{-3})^{-2}$;

е) $(0,1^{-2})^{-1}$.

926. Исбот кунед, ки барои ҳар гуна адади $a \neq 0$ ва n -и дилхоҳи бутун ададҳои a^n ва a^{-n} байни худ чаппаанд.

927. Исробот кунед, ки барои n -и дилхоҳи бутун ва $a \neq 0$, $b \neq 0$ будан

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

аст.

928. Ҳисоб кунед:

а) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-4}$; б) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$; в) $0,1^{-2}$;

г) $\left(1\frac{1}{4}\right)^{-4}$; д) $0,002^{-1}$; е) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^{-3}$.

929. Исробот кунед, ки агар a ва b ададҳои мусбат ва $a > b$ бошад, он гоҳ $a^{-1} < b^{-1}$ аст.

930. Ифодаро дар намуди дараҷаи асосаш 3 нависед ва қиматашро ёбед:

а) $9 \cdot 3^{-3}$; б) $(3^{-1})^4 \cdot 27^2$; в) $9^{-2} : 3^{-5}$; г) $81^3 : (9^{-2})^{-3}$.

931. Ифодаро дар намуди дараҷаи асосаш 2 нависед ва қиматашро ёбед:

а) $2^{-8} \cdot 2^{10}$; б) $64 \cdot (2^{-3})^2$; в) $8^{-2} \cdot 4^3$; г) $4^3 \cdot 16^{-1}$.

932. Ифодаро, ки дар он m адади бутун аст, дар намуди дараҷаи асосаш 5 нависед:

а) $5^m \cdot 5^{m+2} \cdot 5^{2-m}$; б) $(5^m)^3 \cdot (5^2)^m$; в) $125 : 5^{3m-1}$.

933. Ҳисоб кунед:

а) $9^7 : 9^{10}$; б) $9^{-5} \cdot 27^3$; в) $10^0 : 10^{-4}$; г) $64^{-4} : 16^{-5}$;

д) $\frac{2^{-8}}{4^{-3} \cdot 4^{-5}}$; е) $\frac{4^{-2} \cdot 8^{-8}}{2^{-24}}$; ж) $\frac{3^{-8} \cdot 9^7}{(-3)^2}$; з) $\frac{4^{-5} \cdot 16^{10}}{64^3}$.

934. Қимати ифодаро ёбед:

а) $125^{-1} \cdot 25^3$; б) $16^{-2} \cdot 4^4$; в) $(6^2)^6 : 6^{14}$;

г) $11^0 : (11^{-1})^2$; д) $\frac{(2^4)^2 \cdot (2^{-4})^3}{4^3}$; е) $\frac{(3^{-1})^3 \cdot 9^4}{(3^3)^2}$.

935. Ифодаи a^{16} -ро, ки дар ин ҷо $a \neq 0$ аст, дар намуди дараҷаи асосаш:

а) a^2 ; б) a^4 ; в) a^{-2} ; г) a^{-4} нависед.

936. Ифодаро содда кунед:

а) $\frac{3}{2}av^{-2} \cdot 6a^{-3}v$; б) $\frac{3}{4}m^{-1}n^2 \cdot 8m^2n^{-1}$; в) $0,8a^{-2}v^4 \cdot \frac{1}{4}a^2v^{-4}$;

г) $0,9x^{-1}y \cdot 3x^2y^2$; д) $2m^{-2}n^3 \cdot \frac{1}{6}m^3n^{-5}$; е) $4\frac{1}{2}a^7v^{-17} \cdot 0,6a^{-5}v^{19}$.

937. Ифодаро содда карда, қиматашро ёбед:

а) $1,6x^2y^2 \cdot 5x^3y^3$ ҳангоми $x=0,125$, $y=5$ будан;

б) $\frac{4}{7}x^4y^{-4} \cdot 21x^{-5}y^2$ ҳангоми $x=10$, $y=\frac{1}{5}$ будан.

938. Дараҷаро дар намуди ҳосили зарб нависед:

а) $(a^{-1}v^{-1})^{-2}$; б) $(x^2y^{-2})^2$; в) $(a^{-2}v^4)^{-10}$;

г) $(-3m^3n^{-1})^2$; д) $\left(\frac{1}{3}a^{-2}v^2\right)^{-3}$; е) $(-0,5x^{-5}y^2)^3$.

939. Ба ҳосили зарб таъдил диҳед:

а) $(4a^3v)^{-1}$; б) $\left(\frac{3}{4}a^{-1}v^{-2}\right)^{-2}$;

в) $\left(\frac{7}{8}a^{-5}v\right)^{-1}$; г) $(0,2x^{-4}y^3)^{-1}$.

940. Ифодаро дар намуди дараҷаи ҳосили зарб нависед:

а) $0,001x^{-3}$; б) $16y^4$; в) $0,0081a^4v^8$; г) $10^4x^{-4}y^6$.

941. Амалро иҷро намоед:

а) $1 : \left(\frac{1}{3}av^{-1}\right)$; б) $\frac{6a^{-3}}{v^2} \cdot \frac{v^3}{3a^{-2}}$;

в) $\frac{15}{7}a^{-5}v : (-5a^{-7}v^{-1})$; г) $\frac{13a^{-2}}{v} \cdot \frac{v^4}{39a^{-3}}$.

942. Ифодаро содда кунед:

а) $\frac{5x^{-1}y^{-5}}{3} \cdot \frac{9x^6}{y^{-4}}$; б) $\frac{16a^{-1}v^2}{5} \cdot \frac{25a^6}{64v^8}$;

в) $\frac{x^3}{3y^{-3}} \cdot \frac{15y}{x^{-2}}$; г) $\frac{26a^{17}}{v^{-8}} \cdot \frac{v^3}{13a^{14}}$.

943. Ифодаро табдил диҳед:

а) $\left(\frac{a^{-4}}{10b^3c^5}\right)^{-2} \cdot (5a^2bc)^{-2}$;

б) $4a^{-9}e \cdot \left(\frac{ae}{3}\right)^{-1}$;

в) $\left(\frac{x^5y^{-2}}{4z}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{x^2y}{8z}\right)^2$;

г) $\left(\frac{2x^4}{y^5}\right)^{-1} \cdot (x^{-1}y)^2$.

Машқҳо барои такрор

944. Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

а)
$$\begin{cases} 2(4x-1) - 3x > 5(x-2) + 7, \\ \frac{x-2}{3} \leq \frac{x-3}{2} \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 1,2x + 7 < 2x - 3,6, \\ \frac{2x+9}{7} > \frac{5x-3}{2}. \end{cases}$$

945. Барои кадом қимати a , қимати каср ба нул баробар аст:

а) $\frac{|a|-2}{a^2+1}$;

б) $\frac{|a|-5}{a^2-2a}$.

946. Ҳисоб кунед:

а) $5^{12} \cdot \frac{1}{25} \cdot 0,04^5$;

б) $\frac{1}{32} \cdot 8^3 \cdot 0,25^3$.

947. Нишон диҳед, ки қимати ифода адади ратсионалӣ аст:

а) $\frac{1}{3\sqrt{2}-4} - \frac{1}{3\sqrt{2}+4}$;

б) $\frac{1}{5+2\sqrt{6}} + \frac{1}{5-2\sqrt{6}}$.

44. НАМУДИ СТАНДАРТИИ АДАД

Дар илм ва техника баъзан бо ададҳои ниҳоят калон ё ниҳоят хурди мусбат сару кор доранд. Масалан, диаметри Офтоб бо адади ниҳоят калони 1 390 600 000 м ва диаметри молекулаи об бо адади ниҳоят хурди 0,00000003 см ифода мешавад.

Хондан ва навиштани ададҳои ниҳоят калон ва ниҳоят хурди намуди даҳии муқаррарӣ дошта, инчунин иҷрои амалҳо бо онҳо хеле нокулай аст. Дар ин маврид навиштани ин гуна ададҳо дар намуди $a \cdot 10^n$, ки дар ин ҷо n адади бутун мебошад, қабул карда шудааст. Масалан,

$$136\ 000=0,136\cdot 10^6; \quad 0,0023=2,3\cdot 10^{-3}; \quad 0,149=14,9\cdot 10^{-2}.$$

Ададҳои 1 390 600 000 ва 0,00000003-ро дар намуди ҳосили зарби адади байни воҳиду даҳ маҳдуд буда ва ягон дараҷаи адади 10 ифода мекунем:

$$1390\ 600\ 000=1,3906\cdot 10^9; \quad 0,00000003=3\cdot 10^{-8}.$$

Дар ин намуд навишти ин ададхоро намуди *стандартӣ* онҳо мегӯянд. Ҳар гуна адади мусбати дилхоҳро дар ин намуд навиштан мумкин аст.

Ҳамин тарик, намуди стандартӣ адади a гуфта, навишти намудаш $a\cdot 10^n$ -ро меноманд, ки дар ин ҷо $1 \leq a < 10$ ва n адади бутун аст. Адади n тартиби адади a номида мешавад. Масалан, тартиби ададе, ки диаметри Октобро бо метрҳо ифода менамояд, ба 9 баробар буда, тартиби ададе, ки диаметри молекуларо бо сантиметрҳо ифода мекунад, ба -8 баробар аст.

Тартиби адад доир то ба чӣ андоза калон ё хурд будани адад тасаввурот медиҳад. Масалан, агар тартиби адади a баробари 2 бошад, он гоҳ ин чунин маъно дорад, ки $100 \leq a < 1000$ аст. Рафту агар тартиби адади a ва -2 баробар бошад, он гоҳ $0,01 \leq a < 0,1$ мебошад. Тартиби калони мусбат ниҳоят калон будани ададро нишон дода, тартиби хурди манфӣ хурд будани ададро нишон медиҳад.

М и с о л и 1. Адади $a=5\ 240\ 000$ -ро дар намуди стандартӣ ифода мекунем.

Дар ин адад вергулро чунон мегузорем, ки дар қисми бутун якто рақам монад. Дар натиҷа 5,24 ҳосил мешавад. Баъди рақами 5 ин адад боз 6 рақами дигар дорад. Пас агар аз тарафи рост 6 рақамро бо воситаи вергул ҷудо кунем, адади a бо ин 10^6 маротиба хурд мешавад. Аз ин ҷо

$$a=5,24\cdot 10^6.$$

М и с о л и 2. Адади $a=0,0000125$ -ро дар намуди стандартӣ менависем.

Дар адади a ҷои вергулро тавре иваз мекунем, ки дар қисми бутун якто рақами аз нул фарқкунанда монад. Дар натиҷа 1,25 ҳосил мешавад. Вергулро ба рост 5 рақам кӯчонда, мо адади a -ро 10^5 маротиба зиёд менамоем. Бинобар ин 10^5 маротиба адади a аз адади 1,25 хурд аст. Аз ин ҷо

$$a = 1,25 : 10^5 = 1,25 \cdot \frac{1}{10^5} = 1,25 \cdot 10^{-5}$$

Мисоли 3. Миқдори миллиметрҳои кубиро, ки дар 1 м^3 хастанд, дар намуди стандартӣ менависем. Инчунин муайян мекунем, ки 1 мм^3 кадом қисми 1 м^3 -ро ташкил мекунад.

Азбаски 1 м ба $1000 \text{ мм} = 10^3 \text{ мм}$ баробар аст, пас миқдори мм^3 дар 1 м^3 буда, ба $(10^3)^3 \text{ мм}^3 = 10^9 \text{ мм}^3$ баробар мебошад.

$$\text{Бинобар ин } 1 \text{ мм}^3 = \frac{1}{10^9} \text{ м}^3 = 10^{-9} \text{ м}^3.$$

Мисоли 4. Адади $1,64 \cdot 10^3$ -ро ба $0,41 \cdot 10^{-4}$ тақсим мекунем:

$$(1,64 \cdot 10^3) : (0,41 \cdot 10^{-4}) = \frac{1,64 \cdot 10^3}{0,41 \cdot 10^{-4}} = \frac{1,64}{0,41} \cdot 10^{3+4} = 4 \cdot 10^7.$$



1. Чӣ гуна навишти ададро намуди стандартӣ он меноманд? 2. Тарзи дар намуди стандартӣ ифода кардани ададро бо мисолҳо нишон диҳед.

948. Тартиби адади дар намуди стандартӣ ифодашударо нишон диҳед:

- а) $1,3 \cdot 10^8$; б) $2,8 \cdot 10^2$; в) $3,1 \cdot 10^{-4}$;
г) $8,9 \cdot 10^{-1}$; д) $5,56 \cdot 10^6$; е) $9,98 \cdot 10^{-7}$.

949. Ададро дар намуди стандартӣ нависед:

- а) 46 000 000; б) 1 170 000; в) 485 000 000;
г) 20,42; д) 0,00028; е) 0,000047.

950. Ададро дар намуди стандартӣ нависед:

- а) $36 \cdot 10^2$; б) $127 \cdot 10^7$; в) $0,65 \cdot 10^5$; г) $0,06 \cdot 10^4$.

951. Ададро дар намуди стандартӣ ифода кунед:

- а) 2 032 000; б) 8 000 000; в) 72,46; г) 0,89;
д) 0,000003; е) 0,00651; ж) $407 \cdot 10^{-6}$; з) $0,021 \cdot 10^2$.

952. Адади дар ҷумлаи зерин бударо дар намуди стандартӣ нависед:

- а) Сатҳи Замин $510\,083\,000 \text{ км}^2$ квадратӣ аст;
б) Массайи Замин $6\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$ аст;
в) Одам зиёда аз $100\,000\,000\,000\,000\,000$ хучайра дорад;
г) Массайи атоми гидроген ба $0,000\,000\,000\,000\,000\,000\,0017 \text{ г}$ баробар аст.

953. Ифода кунед:

- а) $2,8 \cdot 10^3$ тоннаро бо граммҳо; б) $1,4 \cdot 10^{-3}$ км-ро бо сантиметрҳо;
в) $7,82 \cdot 10^{-1}$ кг-ро бо тоннаҳо; г) $3,76 \cdot 10^5$ см-ро бо метрҳо.

954. Ифода кунед:

- а) $2,68 \cdot 10^8$ см-ро бо километрҳо;
б) $2,6 \cdot 10^{-2}$ м-ро бо миллиметрҳо;
в) $4,75 \cdot 10^{12}$ кг-ро бо тоннаҳо;
г) $1,7 \cdot 10^{-2}$ тоннаро бо килограммҳо.

955. Зарбро ичро кунед:

- а) $(4,25 \cdot 10^2) \cdot (1,4 \cdot 10^4)$; б) $(2,4 \cdot 10^{-2}) \cdot (5,2 \cdot 10^4)$.

956. Таксиро ичро кунед:

- а) $(3,9 \cdot 10^3) : (3 \cdot 10^{-2})$; б) $(1,24 \cdot 10^{-5}) : (4,2 \cdot 10^{-3})$.

957. Амалхоро ичро кунед:

- а) $(3,5 \cdot 10^{-2}) \cdot (8,2 \cdot 10^3)$; б) $(7,2 \cdot 10^4) : (1,2 \cdot 10^3)$.

958. Суръати рӯшноӣ ба $3 \cdot 10^8$ км/сония баробар аст.

Рӯшноӣ дар $1,6 \cdot 10^4$ сония кадом масофаро тай менамояд?

959. Ҳаҷми куберо ёбед, ки дарозии тегаи он ба:

- а) $1,5 \cdot 10^{-2}$ см; б) $3,1 \cdot 10^2$ мм

баробар аст. Ҳаҷми ёфташударо бо метри кубӣ ифода намоед.

Машқҳо барои тақрор

960. Қатора дар роҳ ним соат ва барои дар вақти муайяншуда ба истгоҳ рафта расидан, суръаташро $1,4$ маротиба зиёд намуда, 70 км роҳи боқимондаро тай намуд. Суръатеро, ки пеш аз истодан қатора бо он ҳаракат мекард, ёбед.

961. Ифодаро содда кунед:

- а) $(a^{-1} - 3) \left(a^{-2} + \left(\frac{1}{3} a \right)^{-1} + 9 \right)$; б) $(a^1 + a^{-1})(a^2 - (a^3)^{-1} + a^{-2})$.

962. Қимати ифодаи $1,4x^2y^2 - 6x^3y^{-1}$ -ро ёбед, агар:

- а) $x=2,5$, $y=0,24$; б) $x=-0,2$, $y=-16$

бошад.

963. Нобаробариро ҳал кунед:

- а) $|2,4x - 7| \leq 2$; б) $-1 < 2 - 4x \leq 3$.

964. Барои кадом қиматҳои x ифодаи $\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}}$ маъно

дорад?

§ 14. ҲИСОБҲАРОРИҲОИ ТАҚРИБӢ

45. ТАРЗИ НАВИШТИ ҚИМАТҲОИ ТАҚРИБӢ

Дар синфи 7 мо бо мафҳумҳои қимати тақрибии адад, саҳви мутлақ, саҳви нисбии он ва ғайраҳо, ки бо ададҳои тақрибӣ алоқаманданд, шинос шуда будем. Акнун тарзи қулайи навишти қимати тақрибии ададро дида мебароем.

Қимати тақрибро одатан тавре менависанд, ки аз рӯи он муайян кардани саҳеҳиаш имконпазир гардад. Масалан, фарз мекунем, ки дар рӯи куттии қанд навишта шудааст, ки вазнаш $12 \pm 0,2$ кг мебошад. Ин навиштаҷот нишон медиҳад, ки вазни куттӣ бо саҳеҳии то 0,2 кг ба 12 кг баробар аст. Яъне қимати аниқи вазн p (бо кг-ҳо) аз қимати тақрибии ба 12 баробари он на зиёдтар аз 0,2 фарк мекунад:

$$12 - 0,2 \leq p \leq 12 + 0,2,$$

$$11,8 \leq p \leq 12,2.$$

Қиматҳои тақрибӣ дар ҷадвалҳои математикӣ ва маълумотномаҳо одатан чунон навишта мешаванд, ки саҳв аз воҳидҳои разряди охири калон намебошад. Дар ин гуна мавридҳо мегӯянд, ки адад бо *рақамҳои эътимодноқ* навишта шудааст.

Т а ъ р и ф. Рақами эътимодноқи қимати тақрибии адад гуфта, рақами разряди дилхоҳро, ки саҳви мутлақ аз воҳидҳои ин разряд зиёд нест меноманд.

Масалан, дар маълумотномаҳо барои вазни хоси симоб дар ҳарорати 0° қимати 13,59 (ба ҳисоби $г/см^3$) оварда мешавад. Дар навишти 13,59 ҳамаи рақамҳо эътимодноқанд. Рақами охири дар разряди садякӣ навишта шудааст. Пас саҳви мутлақ аз 0,01 хурд ё баробари он аст, яъне

$$\alpha = 13,59 \pm 0,01.$$

Дар адабиёти техникӣ ва маълумотномаҳо қиматҳои тақрибии бисёр бузургиро дар намуди стандартӣ, яъне дар намуди $a \cdot 10^n$, ки дар ин ҷо $1 \leq a < 10$, ва n -адади бутун мебошад, оварда мешаванд. Дар айни ҳол дар назар дошта мешавад, ки ҳамаи рақамҳои адади a эътимодноқанд. Чуни навиштаҷот имконият медиҳад, ки ба саҳви мутлақи қимати тақрибӣ осонӣ баҳо диҳем.

М и с о л. Дар маълумотнома оварда шудааст, ки массаи сайёраи Уран ба $8,70 \cdot 10^{25}$ кг баробар аст. Ба сахви мутлақи қимати тақрибии массаи Уран баҳо медиҳем.

Массаи Уранро (бо ҳисоби кг) бо x ишорат мекунем. Азбаски дар зарбкунандаи $8,70$ ҳамаи рақамҳо эътимодноканд ва рақами охирин садякист, пас

$$x = (8,70 \pm 0,01) \cdot 10^{25}.$$

Қавсҳоро кушода ҳосил мекунем:

$$x = 8,70 \cdot 10^{25} \pm 0,01 \cdot 10^{25},$$

$$x = 8,70 \cdot 10^{25} \pm 10^{23}.$$

Навишти охирин нишон медиҳад, ки сахви мутлақи қимати тақрибии x хурд аз 10^{23} ё баробари он аст.

Агар адад дар намуди стандартӣ навишта шуда бошад ва дар зарбкунандаи a ҳамаи рақамҳо эътимоднок бошанд, он гоҳ чунин навишт имкон медиҳад, ки бо осонӣ ба сахви нисбӣ низ баҳо диҳем.

Ба мисоли муоина кардамон бармеградем. Ба сахви нисбии қимати тақрибии $x \approx 8,70 \cdot 10^{25}$ баҳо медиҳем.

Мо аз 10^{23} хурд ё ба он баробар будани сахви мутлақи ин қиматро нишон додем. Пас сахви нисбии он

$$\frac{10^{23}}{8,70 \cdot 10^{25}} = \frac{1}{870} < \frac{1}{100} = 0,01$$

аст. Мебинем, ки сахви нисбӣ аз воҳиди разряди охирин дар навишти зарбкунандаи $8,70$ буда, хурд мебошад.

Умуман нишон додан мумкин аст, ки агар $x = a \cdot 10^n$ бошад, ки дар ин ҷо $1 \leq a < 10$ буда, ҳамаи рақамҳои зарбкунандаи a эътимодноканд, он гоҳ сахви нисбии қимати тақрибӣ аз воҳиди разряди охирини дар навишти зарбкунанда буда, қалон нест.

Бояд қайд кард, ки ҳангоми навиштани қиматҳои тақрибӣ аксар вақт ба ҷои $a \cdot 10^3$, $a \cdot 10^6$, $a \cdot 10^9$ мувофиқан a ҳазор, a миллион, a миллиард менависанд. Дар чунин навиштаҷотҳо зарбкунандаи a метавонад аз ҳудуди нимпорчаи $[1; 10)$ берун барояд. Масалан, масофаи байни Замину Офтоб тақрибан $149,6$ миллион километр мебошад.

Э ь з о х. Агар a кимати тақрибии адади x ва саҳви мутлақи он аз h калон набошад, он гоҳ ин ададро дар шакли

$$a - h \leq x < a + h$$

хам менависанд.

?

1. Рақами эътимодноки кимати тақрибии адад гуфта чиро мегӯянд?
2. Дар навиштаҷоти $x = a \pm h$ ададҳои a ва h чӣ маъно доранд? 3. Чаро ин навиштаҷот имконият медиҳад, ки саҳви мутлақ ва саҳви нисбии кимати тақрибии адад ёфта шавад?

965. Маънои навиштаҷоти зеринро баён кунед:

- а) $a = 2,76 \pm 0,8$; б) $e = 0,869 \pm 0,031$;
в) $x = 7686 \pm 28$; г) $y = 92000 \pm 2000$.

966. Агар:

- а) $x = 62 \pm 1$; б) $x = 4,2 \pm 0,1$; в) $x = 8,9 \pm 0,2$; г) $y = 40,64 \pm 0,18$
бошад, адади x дар кадом ҳудудҳо ҷойгир аст?

967. Суръати рӯшноӣ c дар вакуум (ба ҳисоби м/сония) ба $299792458 \pm 1,2$ баробар аст. Адади c дар кадом ҳудудҳо ҷойгир аст?

968. Дар кимати тақрибии зерин ҳамаи рақамҳо эътимодноканд. Ба саҳви мутлақи кимати тақрибӣ баҳо диҳед:

- а) 36,72; б) 12,6; в) 3,7145; г) 0,00971;
д) 37; е) 470; ж) 4,2; з) 7,200.

969. Дар кимати тақрибии x ҳамаи рақамҳо эътимодноканд. Саҳҳии кимати тақрибии x ёфта шавад:

- а) $x \approx 2,18$; б) $x \approx 196,4$; в) $x \approx 0,082$;
г) $x \approx 1720$; д) $x \approx 0,03$; е) $x \approx 0,040$.

970. Ба саҳви мутлақи бузургии x , ки дар намуди $a \cdot 10^n$ навишта шудааст ва дар зарбкунандаи a ҳамаи рақамҳо эътимодноканд, баҳо диҳед:

- а) $x \approx 3,6 \cdot 10^4$; б) $x \approx 4,376 \cdot 10^6$.

971. Ба саҳви нисбии кимати тақрибии x , ки дар намуди $a \cdot 10^n$ навишта шудааст ва дар зарбкунандаи a ҳамаи рақамҳо эътимодноканд, баҳо диҳед:

- а) $x \approx 1,16 \cdot 10^{2,7}$; б) $x \approx 1,23 \cdot 10^{-7}$; в) $x \approx 1,380 \cdot 10^4$;
г) $y \approx 4,6231 \cdot 10^{-4}$; д) $y \approx 0,004 \cdot 10^{-2}$; е) $y \approx 8,5 \cdot 10^0$.

972. Массайи Офтоб ба $1,985 \cdot 10^{33}$ г ва массайи Замин ба $5,976 \cdot 10^{27}$ г баробар аст. Ба саҳви мутлаки ин қиматҳои тақрибӣ баҳо диҳед.

973. Қимати тақрибии массайи электрон ба $9,1085 \cdot 10^{-28}$ г баробар аст. Дар адади 9,1085 ҳамаи рақамҳо эътимодноқанд. Саҳеҳии нисбии қимати тақрибии массайи электронро ёбед.

Машқҳо барои тақрор

974. Ададро дар намуди стандартӣ нависед:

а) 267000; б) 16 000 000; в) 0,000061; г) 0,00187.

975. Амалро иҷро кунед:

а) $(3,14 \cdot 10^2) \cdot (4,2 \cdot 10^4)$; б) $(1,64 \cdot 10^{-4}) : (2,8 \cdot 10^{-5})$.

976. Системаи нобаробариҳо ҳал кунед:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{4x+3}{3} - \frac{3x-1}{8} \leq 4, \\ \frac{7x+3}{5} + \frac{3x+1}{2} > 4; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3(6-4x) < 16-5x, \\ \frac{x}{3} + \frac{x}{2} < 1\frac{2}{3}. \end{cases}$$

977. Ифодаи $\sqrt{6}(\sqrt{2}-\sqrt{6}) - (\sqrt{3}+1)^2$ -ро содда кунед.

978. Нобаробарии $\frac{a^4+1}{2} \geq a^2$ -ро исбот кунед.

46. ЧАМЪ ВА ТАРҲИ ҚИМАТҲОИ ТАҚРИБӢ

Ҳисоббарориҳо бо ададҳои тақрибӣ (ададҳои, ки бо қимати тақрибиашон дода шудаанд) дар масъалаҳои амалӣ ба таври васеъ истифода карда мешаванд. Дар назар дошта мешавад, ки ҳамаи рақамҳои адади тақрибӣ эътимодноқанд. Натиҷаи ҳисоббарорӣ бо назардошти эътимодноқ будани ҳамаи рақамҳои қиматҳои тақрибӣ яқлухт карда мешавад. Дар ин пункт тарзи яқлухт кардани натиҷаи чамъ ва тарҳро хангоми тақрибӣ будани ададҳо дида мебароем.

Аз мисол сар мекунем. Қимати тақрибии суммаи $x+y$ -ро меёбем, агар маълум бошад, ки

$x \approx 5,62$ бо саҳеҳии то 0,01,

$y \approx 9,3$ бо саҳеҳии то 0,1.

Қиматҳои тақрибии 5,62 ва 9,3-ро чамъ мекунем:

$$5,62 + 9,3 = 14,92.$$

Ба сахҳии қимати тақрибии 14,92 баҳо медиҳем:

$$5,62 - 0,01 \leq x \leq 5,62 + 0,01,$$

$$9,3 - 0,1 \leq y \leq 9,3 + 0,1.$$

Ин нобаробарихоро чамъ мекунем:

$$14,92 - 0,11 \leq x + y \leq 14,92 + 0,11$$

Ҳамин тариқ, $x + y \approx 14,92$ бо сахҳии то 0,11 аст.

Айнан ҳамин тавр нишон додан мумкин аст, ки агар

$x = a \pm h_1$, $y = v \pm h_2$ бошанд, он гоҳ

$$x + y = a + v \pm (h_1 + h_2), \quad a + v - (h_1 + h_2) \leq x + y \leq a + v + (h_1 + h_2).$$

Яъне ҳисоби сумма аз суммаи сахви онҳо зиёд нест.

Ҳангоми ҳисоби фарқи қиматҳои тақрибӣ сахви фарқ низ аз суммаи сахвҳо $h_1 + h_2$ зиёд нест, яъне

$$x - y = a - v \pm (h_1 + h_2).$$

Дар ҳисоббарориҳои амалӣ аввал сумма ё фарқи қиматҳои тақрибиро меёбанд. Баъд натиҷаро аз рӯи адади сахҳии мутлақаш калонтарин яклухт мекунанд, яъне дар натиҷаи ниҳой баъди вергул ҳамон қадар рақамҳои даҳӣ нигоҳ медоранд, ки онро адади сахваш калонтарин дорад. Масалан, дар мисоли дар боло овардаамон адади тақрибии y дорои сахви калонтарин аст ва \bar{y} пас аз вергул як рақами даҳӣ дорад. Пас мувофиқи қоидаи ҳозир қабул кардаамон дар натиҷа 14,92 бояд пас аз вергул як рақам нигоҳ дошта шавад, яъне натиҷаро то даҳякӣ яклухт қардан лозим аст:

$$x + y \approx 14,9.$$

М и с о л и 1. Бигузур $x \approx 16,2$ ва $y \approx 7,609$ аст. Қимати тақрибии суммаи $x + y$ -ро меёбем.

Қиматҳои тақрибиро чамъ намуда, ҳосил мекунем:

$$x + y \approx 23,809.$$

Аз қиматҳои тақрибии додашуда, яқумаш сахви калонтар (сахҳиаш 0,1) дорад. Бинобар ин натиҷаро аз рӯи он, яъне то даҳякӣ яклухт намуда,

$$x + y \approx 23,8$$

-ро ҳосил мекунем.

М и с о л и 2. Бигузур $x \approx 7,683$ ва $y \approx 4,92$ аст. Қимати тақрибии фарқи $x - y$ -ро меёбем.

Қиматҳои тақрибиро тарҳ мекунем:

$$x - y \approx 2,763.$$

Аз қиматҳои тақрибии додашудаи 7,683 ва 4,92 дуомаш дорои саҳви калонтар аст. Натиҷаро аз рӯи он, яъне то саҷяки яклухт намуда ба

$$x - y \approx 2,76$$

соҳиб мешавем.

? 1. Саҳви мутлақи сумма ё фарқи ду қимати тақрибӣ аз чӣ калон нест? 2. Натиҷаро ҳангоми ҷамъ ва тарҳи қиматҳои тақрибӣ чӣ таъвир яклухт мекунад? Қондари бо мисолҳои фаҳмонед.

979. Қимати тақрибии суммаи x ва y -ро ёбед, агар:

- а) $x \approx 0,872$ ва $y \approx 5,42$; б) $x \approx 2,3$ ва $y \approx 7,615$;
 в) $x \approx 3,147$ ва $y \approx 13,61$; г) $x \approx 17$ ва $y \approx 27,7$

бошад.

980. Қимати тақрибии фарқи x ва y -ро ёбед, агар:

- а) $x \approx 7,42$ ва $y \approx 2,5416$; б) $x \approx 37,708$ ва $y \approx 32,7$;
 в) $x \approx 21,40$ ва $y \approx 1,9375$; г) $x \approx 6,485$ ва $y \approx 0,39$

бошад.

981. Қиматҳои тақрибии $a+v$ ва $a-v$ -ро ёбед, агар:

- а) $a \approx 31,14$ ва $y \approx 18,4$; б) $a \approx 4,1708$ ва $v \approx 1,09$

бошад.

982. Маълум, ки $a \approx 24,2036$; $v \approx 7,98$ ва $c \approx 4,95$. Қимати тақрибии ифодаи $a-v+c$ -ро ёбед.

983. Қимати тақрибии ифодаи $x+y-z$ -ро ёбед, агар $x \approx 8,1$; $y \approx 7,69$ ва $z \approx 0,6519$ бошад.

984. Тарафҳои секунҷа тақрибан ба 3,76; 5,12 ва 4,315 м баробар аст. Периметри секунҷаро ёбед.

985. Дар майдони масоҳаташ 500 м² хонаи масоҳаташ 65,5 м² ва анбори масоҳаташ 17,3 м² сохтанд. Чӣ қадар масоҳати майдон ҳолӣ монд?

986. Массои Замин $5,976 \cdot 10^{21}$ т, массои Зӯҳра бошад $4,88 \cdot 10^{21}$ т аст. Массои Замин аз массои Зӯҳра чанд тонна зиёд аст?

Машқҳо барои тақрор

987. Айниятро исбот кунед:

$$(a^2 + v^2)(x^2 + y^2) = (ax - vy)^2 + (ay + vx)^2.$$

988. Қимати ифодаро ҳисоб кунед:

- а) $\sqrt{0,16} - 0,1\sqrt{225}$; б) $0,2\sqrt{900} + 1,8\sqrt{\frac{1}{9}}$.

989. Қимати ифодахоро мукоиса намоед:

а) $(0,4)^{-3}$ ва $(0,4)^{-4}$; б) 3^{-4} ва $(-3)^{-4}$.

990. Соҳаи муайянии ифодаро ёбед:

а) $\frac{10y-2}{y}$; б) $\sqrt{6-2x}$; в) $\frac{2x+1}{15x-4}$; г) $\sqrt{\frac{5}{x^2+1}}$.

991. Ҳалҳои бутуни системаи нобаробарихоро ёбед:

а) $\begin{cases} \frac{5x-1}{3} < 2, \\ 3x-0,8 > 0,2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 1 > \frac{3-x}{4}, \\ 0,6x-3 < 2. \end{cases}$

47. ЗАРБ ВА ТАҚСИМИ ҚИМАТҲОИ ТАҚРИБӢ

Фарқияти иҷрои амалҳои зарбу тақсими қиматҳои тақрибӣ аз чамъу тарҳи онҳо дар он аст, ки яклухтқунии натиҷаи ниҳой бо ба ҳисоб гирифтани саҳеҳии нисбии қиматҳои додашуда иҷро карда мешавад. Ин яклухтқунӣ аз рӯи қимати тақрибие, ки саҳви нисбиаш калон аст, гузаронида мешавад. Барои ин қиматҳои додашуда ва натиҷаи ҳосилшударо дар намуди стандартии $a \cdot 10^n$ менависанд ва зарбқунандаи a -и натиҷаро тавре яклухт мекунанд, ки миқдори рақамҳои дар он баъди вергул буда ба миқдори рақамҳои баъди вергул доштаи зарбқунандаи мувофиқи дар адади саҳеҳии нисбиаш калон ҷойдошта, баробар шавад.

Гуфтаҳои монро бо мисолҳо шарҳ медиҳем.

М и с о л и 1. Бигузор $x \approx 0,76$ ва $y \approx 23,1$ аст. Қимати тақрибии ҳосили зарби x ва y -ро меёбем.

$0,76$ ва $23,1$ -ро ба ҳамдигар зарб карда, $xy \approx 17,556$ ҳосил мекунем.

Ададҳои додашуда ва натиҷаро дар намуди стандартӣ менависем:

Зарбқунандаи $7,6$ баъди вергул як рақам, зарбшавандаи $2,31$ баъди вергул ду рақам дорад. Адади $1,7556$ -ро аз рӯи адади якуми додашуда, яъне то даҳякӣ яклухт намуда

$$xy \approx 1,8 \cdot 10^1$$

-ро ҳосил мекунем.

М и с о л и 2. Бигузор $x \approx 321,2$ ва $y \approx 22$ аст. Қимати тақрибии ҳосили тақсими x ва y -ро меёбем.

Адади 321,2-ро ба адади 22 тақсим намуда, ҳосил мекунем:
 $x : y \approx 14,6$.

Ададҳои додашуда ва натиҷаро дар намуди стандартӣ менависем:

$$321,2 = 3,212 \cdot 10^2; \quad 22 = 2,2 \cdot 10^1; \quad 14,6 = 1,46 \cdot 10^1.$$

Аз навиштаҷоти мазкур дида мешавад, ки адади 1,46-ро аз рӯи адади дуҷоми додашуда, яъне то даҳякӣ яклухт кардан лозим аст. Ҳамин тариқ, ба

$$x : y \approx 1,5 \cdot 10^1 = 15$$

дода мешавем.

Баъзан ҳангоми ҳалли масъалаҳо якчанд амалҳоро бо қиматҳои тақрибӣ якҷоя иҷро кардан лозим меояд. Дар ин ҳолат амалҳоро мувофиқи тартиби заруриашон иҷро намуда, паи ҳам қоидаҳои иҷроӣ амалҳоро бо қиматҳои тақрибӣ татбиқ менамоем.

М и с о л и 3. Қимати ифодаи $(x + y)z$ -ро ҳангоми $x \approx 3,75$, $y \approx 48,8$ ва $z \approx 0,0095$ будан меёбем.

Дорем

$$3,75 + 48,8 = 52,55 \approx 52,6;$$

$$52,6 \cdot 0,0095 = 0,4997 = 4,997 \cdot 10^{-1} \approx 5,0 \cdot 10^{-1} = 0,50.$$

Ҳангоми яклухткунӣ ба назар гирифта шудааст, ки $52,6 = 5,26 \cdot 10^1$; $0,0095 = 9,5 \cdot 10^{-3}$ аст, бинобар ин зарбкунандаи 4,997 то даҳякӣ яклухт карда шуд.



1. Натиҷаро ҳангоми зарб ва тақсими қиматҳои тақрибӣ чӣ тавр яклухт мекунад? Қоидаҳоро бо мисолҳо фаҳмонед. 2. Ҳангоми якҷоя иҷро кардани якчанд амалҳо бо қиматҳои тақрибӣ чӣ тавр рафтор мекунад?

992. Қиматҳои тақрибии ҳосили зарби x ва y -ро ёбед, агар:

- а) $x \approx 2,1 \cdot 10^2$ ва $y \approx 4,27 \cdot 10^4$; в) $x \approx 2,167 \cdot 10^7$ ва $y \approx 7,8 \cdot 10^{-6}$;
в) $x \approx 7,6 \cdot 10^{-3}$ ва $y \approx 9,46 \cdot 10^4$; г) $x \approx 5,705 \cdot 10^{-2}$ ва $y \approx 1,4 \cdot 10^{-3}$ бошад.

993. Қимати тақрибии ҳосили тақсими x ва y -ро ёбед, агар:

- а) $x \approx 7,75 \cdot 10^6$ ва $y \approx 5,2 \cdot 10^3$; б) $x \approx 2,6 \cdot 10^4$ ва $y \approx 8,95 \cdot 10^2$ бошад.

994. Қимати тақрибии ҳосили зарби p ва q -ро ҳисоб кунед, агар:

- а) $p \approx 36,4$ ва $q \approx 0,46$; б) $p \approx 0,0432$ ва $q \approx 16,8$ бошад.

955. Қимати тақрибии ҳосили тақсими x ва y -ро ёбед, агар:

а) $x \approx 16,14$ ва $y \approx 0,28$; б) $x \approx 0,24$ ва $y \approx 0,0248$

бошад.

996. Қиматҳои тақрибии ифодаҳои av ва $\frac{a}{v}$ -ро ҳисоб кунед,

агар $a \approx 4,3 \cdot 10^4$ ва $v \approx 2,12 \cdot 10^6$ бошад.

997. Қимати тақрибии $\frac{x}{y}$ -ро ҳисоб кунед, агар:

а) $x \approx 4,05$ ва $y \approx 1,6$; б) $x \approx 0,4$ ва $y \approx 8,2$

бошад.

998. Асосҳои трапетсия $a \approx 4,6$ см, $v \approx 3,28$ см ва баландиаш $h \approx 3$ см аст. Масоҳати трапетсияро ёбед.

999. Масоҳати хонаи дарозиаш 6,65 м ва бараш 2,75 м бударо ҳисоб кунед.

1000. Садои раъду барқ баъди 3,7 сонияи намоён шудани барқ ба гуш расид. Раъду барқ дар чӣ қадар баландӣ (суръати садо дар ҳаво 332 м/сония аст) ба вучуд омадааст?

1001. Периметри квадрати тарафаш a -ро ёбед, гар:

а) $a \approx 7,69$ м; б) $a \approx 0,45$ м

бошад.

1002. Масоҳати қитъаи росткунҷашакл ба 18 м^2 , бараш ба 8,4 м баробар аст. Дарозии қитъаро ёбед.

1003. Массай лавҳачай сурб 440 г аст. Зичии сурб $11,4 \text{ г/см}^3$ мебошад. Ҳаҷми лавҳачаро ёбед.

1004. Периметр ва масоҳати росткунҷай тарафҳоиаш $a \approx 156$ см ва $v \approx 8,1$ см бударо ёбед.

1005. Қимати тақрибии ифодаро ҳисоб кунед:

а) $xу-2у$. агар $x \approx 42,16$ ва $y \approx 28,2$ бошад;

б) $\frac{x+y}{x-y}$. агар $x \approx 8,20$ ва $y \approx 1,06$ бошад.

1006. Қимати тақрибии ифодаи x^3-3x -ро ёбед, агар $x \approx 2,8$ бошад.

1007. Масоҳати доираи радиусаш r -ро ҳисоб кунед, агар

а) $r \approx 7,2$ см; б) $r \approx 27,2$ м

бошад.

1008. Қитъаи замини росткунҷашакл дорои ченаки 218×275 м мебошад. Агар 1 га замин 15 т картошка ҳосил диҳад, аз қитъаи мазкур чӣ қадар картошка чамъоварӣ карда мешавад?

Машқҳо барои такрор

1009. Қиматҳои ифодаҳои

$$2\sqrt{3} + \sqrt{50} \quad \text{ва} \quad 3\sqrt{1,5} + 5\sqrt{2}$$

-ро муқоиса намоед.

1010. Ба саҳви мутлақ ва саҳви нисбии қимати тақрибии зерин баҳо диҳед:

а) $5,125 \cdot 10^2$; б) $1,20 \cdot 10^{-1}$; в) $4,3 \cdot 10^{-3}$.

1011. Системаи нобаробарихоро ҳал кунед:

$$\begin{cases} \frac{2x+1}{5} - \frac{x}{3} \geq \frac{x}{5} + \frac{1-x}{15}, \\ \frac{2x}{3} - \frac{x+5}{6} < \frac{3x}{2} - \frac{x-5}{12}. \end{cases}$$

1012. Ба 22 сомонӣ ду навъ мато хариданд, ки нархи як метри навъи якум 2 сомонӣ ва нархи як метри навъи дуюм 3 сомонӣ аст. Аз ҳар навъ мато чанд метри харидаанд? (Миқдори метрҳо бутун аст).

1013. Барои кадом қимати y қимати касрҳо ба ҳам баробаранд:

а) $\frac{1}{10y-1}$ ва $\frac{1}{2-5y}$; б) $\frac{3}{8-5y}$ ва $\frac{5}{7y-2}$?

Маълумоти таърихӣ

а) Доир ба дараҷаи нишондиҳандааш манфӣ. Аз амалияи ҳал кардани масъалаҳои алгебравии мураккаб зарурияти умумикунони мафҳуми дараҷа ва васеъ кардани он бо воситаи дохил кардани дараҷаи нишондиҳандааш нул ва адади манфӣ ба миён омад.

Аввалин шуда баробарии $a^0=1$ -ро дар ибтидои асри XV олими самарқандӣ Ғиёсиддини Кошонӣ дар асарҳои худ истифода кардааст. Новобаста аз y дар ҳамин аср олими

франсавӣ Никола Шюке дар асараш «Назарияи ададҳо дар се қисм» дараҷаи нишондихандааш нул ва манфиро дохил мекунад. Вале ин китоб нашр карда нашуд, аз ҳамин сабаб таъсири калон расонида натавонист.

Доир ба фоиданок будани дохилкунии дараҷаи нишондихандааш нул ва манфӣ, инчунин рамзҳои ҳозиразамони алгебравӣ соли 1665 математики англис Чон Валлис (1616-1703) муфассал навишта буд. Вай таъкид карда буд, ки ин дохилкунӣ тавре бояд ба амал ояд, ки ба он ҳамаи он қоидаҳои иҷроӣ амалҳо, ки барои дараҷаҳо бо нишондихандаҳои натуралӣ хосанд (принсипи нигоҳдорӣ ё доимӣ будан), ҷой дошта бошанд. Яъне, хосиятҳои асосии дар аввал муайян будаи мафҳуми дараҷа иҷро шаванд (ниг. ба п.43). Кори Валлисро Исаак Нютон (1643-1727) ба сомон расонд. Муттасилона аввалин шуда, вай рамзҳои навро истифода мекард ва баъди ин истифодаи онҳо ба расмият даромад. Дар яке аз мактубҳои худ аз соли 1676 Нютон навишта буд: «Чуноне ки алгебрадонон ба ҷои aa , aaa

ва ғайра a^2 , a^3 ва ғайра менависанд, ман... ба ҷои $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{a^2}$ ва $\frac{1}{a^3}$, ҳамчун a^{-1} , a^{-2} , a^{-3} ва ғайра менависам».

Ҷӣ тавре дидем, дохил кардани дараҷаи нишондихандааш манфӣ (ниг. ба п.44) имконият дод, ки ададҳои ниҳоят хурд ба таври қулай ва аз ҳама муҳимаш кӯтоҳ навишта шаванд, ки ин иҷроӣ амалҳоро бо онҳо ниҳоят содда мегардонад.

б) Доир ба ҳисоббарориҳои тақрибӣ. Арифметика дар натиҷаи ҳисоб кардани предметҳо ва ҷен кардани бузургҳои пайдо шудааст. Натиҷас, ки аз ҷенкунӣ ҳосил мешавад, ҳамеша адади тақрибӣ мебошад. Ин аз ду ҷиҳат ба амал меояд: 1) асбобҳои ҷенкунӣ асло аниқ нестанд; 2) хангоми ҷенкунии гуногун, дар амалия ба ин ё он носоҳеҳӣ роҳ дода мешавад. Дар бисёр маврид ҳуди ҳисоб ҳам ба ададҳои тақрибӣ меорад, масалан, хангоми ҳисоби дарахтони дар ҷангал буда ё ҳисоби аҳолии мегалополисҳо (шаҳрҳои ниҳоят калон).

Муоинаи масъалаҳои математикӣ, ки онҳо дар Мисри қадим ва Вавилон ҳал карда шудаанд, нишон медиҳад, ки ҳанӯз

дар давраҳои қадим тарзҳои гуногуни ҳисоббарориҳои тақрибӣ истифода карда мешуданд. Мақсади ин тарзҳо, осон кардани ҳисоббарориҳо буд. Яке аз ин роҳҳо -- пешакӣ тартиб додани ҷадвалҳои гуногун буд. Мисриён, ки ҳисобкуниҳояшон бо касрҳо ниҳоят мураккаб буд, барои бо воситаи суммаи касрҳои воҳидӣ ифода намудани касрҳо, ҷадвалҳо тартиб дода буданд. Вавилониҳо бошанд, ҷадвалҳои квадратҳо, кубҳо ва бузургҳои баръаксро сохта буданд.

Яке аз сабабҳои асосии таракқи кардани ҳисоббарориҳои тақрибӣ масъалаи ёфтани решаҳои муодилаҳо мебошад. Пас аз ба математика дохил кардани методи координата аз тарафи Рене Декарт (1596-1650), методи графикаи ҳалли муодилаҳо, методи мақбул гардид. Бо туфайли корҳои Нютон, Яков Бернулли (1654-1705) ва як қатор математикҳои дигар имконияти тақрибӣ ёфтани решаҳои муодилаҳои кубӣ $ax^3+bx^2+cx+d=0$ ва муодилаҳои дараҷаашон аз ин ҳам баланд, муҳайё гардид.

Қайд кардан ба маврид аст, ки муодилаҳои алоҳидаи кубиро бо тарзҳои геометрӣ ҳанӯз дар замони қадим Архимед ва дигарон, дар асрҳои Миёна Умари Хайём (1048-1131), Ғиёсиддини Кошонӣ ва ҷанде дигарон ҳал карда буданд. Вале формулаи ҳалли муодилаи кубиро на юнониҳои қадим, на ҳиндуҳо, на олимони мамолики араб ва Осиёи Марказӣ пешниҳод карда тавонистанд. Ин формула дар асри XV аз тарафи математикҳои италиявӣ Ферро, Тарталйе ва Кардано кашф шудааст. Математики дигари италиявӣ Л. Феррари (1522-1565) формулаи решаҳои муодила дараҷаи чор, яъне муодилаи $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$ -ро ёфтааст. Аммо ин формулаҳо чунон мураккабанд, ки дар амалия қариб истифода карда намешаванд. Марокангез аст, агар дар ҳамин ҷо зикр кунем, ки солҳои 20-ум асри XIX олими ҷавони норвегӣ Нилс Абел (1802-1829) исбот намуд, ки формулаи ҳисобӣ барои ёфтани решаҳои муодилаи дараҷааш панҷ вучуд дошта наметавонад.

Мана, барои ҷӣ тақрибан ёфтани решаҳои муодилаҳои дараҷаашон баланд бо саҳеҳие, ки он талаботи илм ва амалияро консъ менамояд, муҳим аст.

Олимони Чини қадим, мамолики араб ва Осиёи Марказӣ, масалан, Ғиёсиддини Кошонӣ ба коркард ва пешниҳоди тарзҳои тақрибӣ ёфтани решаҳо машғул шуда буданд. Аз байни

аврупойён аввалин шуда Ф. Виет (1540-1603) мунтазам муодилаҳоро тақрибӣ ҳал мекард. Нютон методи тақрибан ёфтани решаҳо пешниҳод кардааст, ки ҳамакора буда, ҳоло ҳам васеъ истифода карда мешавад. Яке аз методҳои беҳтарини тақрибӣ ёфтани решаҳои муодилаи дараҷааш адади дилхоҳи натуралиро солҳои 20-30-и асри XIX се математик: Данделан (Белгиё), Лобачевский (Россия) ва Греффе (Швейтсария) новобаста аз ҳамдигар пешниҳод кардаанд.

Яке аз методҳои тақрибӣ ёфтани решаҳои муодила, методи *итератсионӣ* аст. Дар ин метод қимати дилхоҳро ба сифати қимати тақрибии реша қабул карда, аз рӯи он ва муодила қиматеро меёбанд, ки вай нисбат ба қимати аввала ба реша наздиктар аст. Ин қиматро ба сифати реша қабул карда, протсессро аз нав такрор мекунанд. Баъди ба миқдори муайян такрор кардан, решаи матлуб бо саҳеҳие ёфта мешавад. Миқдори такрор аз саҳеҳӣ вобаста аст. Ҳоло ин метод, методи асосии ёфтани решаҳо бо истифодаи компютерҳо ба ҳисоб меравад. Ба мавқеъ аст, агар хотирнишон кунем, ки Абдуллоҳи Марвазӣ (ваф.970) шояд дар ҷаҳон якумин донишмандест, ки барои ёфтани решаи муодилаи параллакс методи итератсиониро пешниҳод намулдааст.

Дар таракқи додани назарияи ҳисоббарориҳои тақрибӣ ҳиссаи академикҳои собиқ Иттифоқи Советӣ Алексей Николаевич Крилов (1863-1945) ва Андрей Николаевич Тихонов (1906-1993) хеле бузург аст.

А.Н.Крилов муаллифи асарҳои асосӣ оид ба назарияи киштисозӣ буда, дар лоиҳасозӣ ва сохтмони линкорҳои (киштиҳои калони ҳарбӣ) рус иштирок кардааст. Вай моҳирона назарияи математикиро барои ҳалли масъалаҳои амалӣ ва муҳандисӣ татбиқ мекард. Маҳз Крилов пешниҳод кардааст, ки адади тақрибӣ бояд тарзе навишта шавад, ки дар он ҳамаи рақамҳо, гайр аз охириин, эътимоднок бошанд. Ин тарзи навишти адади тақрибӣ ҳоло дар тамоми дунё қабул карда шудааст ва он ҳамчун қоидаи Крилов маъмул аст.

Тавассути корҳои илмии А.Н.Тихонов ва ҷанде дигарон илми математикаи ҳисоббарорӣ ҳамчун шохаи мустақили математика эътироф карда шуд. Пайдоиш ва ривочи шабакаи компютерӣ талаботи тайёр кардани мутахассисонро, ки онҳо

аз ўҳдаи татбиқ кардани методҳои математика дар амалия бо истифодаи компютерҳо мебароянд, ба миён овард. Ин аст, ки аз нимаи дуҷуми асри гузашта сар карда дар тамоми давлатҳои мутараққии ҷаҳон ин кор оғоз ёфт. Дар Тоҷикистон, дар Донишгоҳи давлатии милли аз соли 1972 шӯъбаи математикаи амалӣ фаъолият мекунад, ки ин вазифаро ба зимма дорад.

МАШҚҲОИ ИЛОВАГӢ БА БОБИ V

Ба параграфи 13.

1014. Қимати ифодаи:

а) $10x^{-2}$ -ро хангоми $x=0,1$ будан;

б) xy^{-3} -ро хангоми $x=100$, $y=5$ будан ёбед.

1015. Исбот кунед, ки ададҳои зерин байни худ чаппаанд:

а) $\frac{5}{4}$ ва $\left(\frac{5}{4}\right)^{-1}$; б) 100^{-4} ва $0,01^{-4}$;

в) $0,25^3$ ва 4^{-3} ; г) $1,5^2$ ва $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$.

1016. Ададҳоро муқоиса намоед:

а) 2^{-3} ва 3^{-3} ; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ ва $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$; в) $(-4)^0$ ва $(-4)^{-2}$.

1017. Ҳисоб кунед:

а) $-0,16^{-2} \cdot 64$; б) $0,1 \cdot (-0,5)^{-4}$;

в) $3 \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - 0,5$; г) $-2^{-1} \cdot 7 + 1,5^2$.

1018. Ифодаро бе дараҷаи нишондихандааш манфӣ нависед:

а) $a^2 b^{-2}$; б) $2a^4 c^{-3}$; в) $a^{-1} b^2$;
г) $a^{-1} + b^{-1}$; д) $(ax^{-1})^{-2}$; е) $(x^{-1} + y^{-1})^2$.

1019. Касрро дар намуди ҳосили зарби дараҷаҳо нависед:

а) $\frac{a}{b^3}$; б) $\frac{a}{2b^2}$; в) $\frac{1}{4a^2 b^2}$; г) $\frac{4}{a^2 b^2}$.

1020. Амалро иҷро кунед:

а) $\frac{4}{5}a^{-3} \cdot 10a^4$;

б) $1 : \left(\frac{1}{3}ax^{-1}\right)$;

в) $\frac{6a^{-3}}{n^2} \cdot \frac{n^3}{3a^{-2}}$;

г) $\frac{15}{7}a^{-3}a : (-5a^{-7}a^{-1})$.

1021*. Ифодаро содда намоед:

а) $\frac{x^3 + x^7}{x^{-3} + x^{-7}}$;

б) $\frac{a + a^2 + a^3}{a^{-1} + a^{-2} + a^{-3}}$.

1022*. Ифодаро дар намуди дараҷаи асосаш 10 нависед (n -адади бутун):

а) 1000^n ;

б) $0,01 \cdot 10^{n+1}$;

в) $0,01^n \cdot 10^{1+2n}$;

г) $0,1 \cdot 100^n$.

1023. Ифодаро содда кунед:

а) $\frac{16^n}{4^{2n-1}}$;

б) $\frac{6^n}{2^{n-1} \cdot 3^{n+1}}$;

в) $\frac{45^{n+1}}{3^{2n+1} \cdot 5^n}$;

г) $\frac{60^n}{2^{2n} \cdot 3^{n-1} \cdot 5^{n+1}}$.

1024. Ифодаи $x^{-1} + x$ -ро дар намуди ҳосили зарби ду зарбшаванда нависед, ки яке аз онҳо баробари:

а) x ;

б) x^{-1}

бошад.

1025. Дар ифодаи $a^{-5} + a^{-3}$ зарбшавандаи: а) a^{-5} ; б) a^{-3} -ро аз кавс бароред.

1026*. Дурустии баробариро, ки дар он n -бутуни дилхоҳ аст, нишон диҳед:

а) $2^n + 2^n = 2^{n+1}$;

б) $2 \cdot 3^n + 3^n = 3^{n+1}$;

в) $2^{1-n} \cdot 2^{-n} = 2^{-n}$;

г) $2^{-n} + 2^{-n+1} = 3 \cdot 2^{-n}$.

1027. Касрро ихтисор кунед:

а) $\frac{3^{n+1} - 3^n}{2}$;

б) $\frac{2^n + 2^{-n}}{4^n + 1}$;

в) $\frac{(3^n + 3^{n-1})^2}{9^{n-1}}$.

1028*. Исбот кунед, ки барои ҳар гуна қимати бутуни n , қимати каср адади доимӣ аст (аз n вобаста нест):

а) $\frac{(5^n - 5^{n-1})^3}{125^{n+1}}$;

б) $\frac{9^{n-2}}{(3^{n-1} - 3^{n-2})^2}$.

1029. а) 1 соат; б) 1 шабонарӯз; в) 1 сол; г) 1 асрро бо сонияҳо ифода намоед ва адади ҳосилшударо дар намуди стандартӣ нависед.

1030. Амалҳоро бо ададҳои дар намуди стандартӣ навишташуда иҷро кунед:

а) $(2,4 \cdot 10^{13}) \cdot (4 \cdot 10^{-9})$; б) $(7,1 \cdot 10^{-26}) \cdot (2 \cdot 10^{23})$;
в) $(8,4 \cdot 10^{-14}) : (4,2 \cdot 10^{17})$; г) $(3,32 \cdot 10^{11}) : (5,2 \cdot 10^{-7})$.

1031. Амали ҷамъро иҷро кунед:

а) $4,7 \cdot 10^4 + 5,9 \cdot 10^4$; б) $3,7 \cdot 10^3 + 3,76 \cdot 10^3$.

1032. Тартиби адади x ба 13 баробар аст. Тартиби адади зеринро ёбед:

а) $100x$; б) $0,0001x$; в) $\frac{x}{10^{14}}$; г) $\frac{x}{10^{-13}}$.

1033. Тартиби адади x ба 6 ва тартиби адади y ба 8 баробар аст. Тартиби ҳосили зарби xy ва тартиби ҳосили тақсими $\frac{x}{y}$ ба чанд баробар аст?

Ба параграфи 14.

1034. Ба саҳви мутлақи қимати тақрибӣ, ки дар он ҳамаи рақамҳо эътимодноканд, баҳо диҳед:

а) 13,27; б) 0,8269; в) 726,1; г) 3,00127.

1035. Ба саҳви нисбии қимати тақрибии x -и дар намуди стандартӣ навишташуда баҳо диҳед, агар дар зарбкунандаи он ҳамаи рақамҳо эътимоднок бошанд:

а) $x \approx 5,84 \cdot 10^4$; б) $x \approx 2,347 \cdot 10^{-5}$;
в) $x \approx 8,111 \cdot 10^{11}$; г) $x \approx 7,4 \cdot 10^{-2}$.

1036. Дар маълумотнома оварда шудааст, ки вазни Зӯҳра ба $4,87 \cdot 10^{21}$ т баробар аст. Ба саҳвҳои мутлақ ва нисбии қимати тақрибии мазкур баҳо диҳед.

1037. Қиматҳои тақрибии $a+v$ ва $a-v$ -ро ёбед, агар:

а) $a \approx 47,142$ ва $v \approx 14,79$; б) $a \approx 70,2$ ва $v \approx 27,481$;
в) $a \approx 7,44$ ва $v \approx 0,375$; г) $a \approx 6,008$ ва $v \approx 0,291$

бошад.

1038. Қиматҳои тақрибии ҳосили зарб ва ҳосили тақсими ададҳои a ва v -ро ёбед, агар $a \approx 3,5 \cdot 10^4$ ва $v \approx 4,12 \cdot 10^3$ бошад.

1039. Қиматҳои тақрибии ифодаҳои x ва $\frac{x}{y}$ -ро ёбед, агар:

- а) $x \approx 0,4$ ва $y \approx 6,5$; б) $x \approx 16,86$ ва $y \approx 0,7$
бошад.

1040. Қиматҳои тақрибии av ва $\frac{v}{a}$ -ро ёбед, агар $a \approx 2,15 \cdot 10^3$ ва $v \approx 6,12 \cdot 10^2$ бошад.

1041. Периметр ва масоҳати росткунҷаи тарафҳояш $a \approx 13,2$ см ва $v \approx 6,7$ см бударо ёбед.

1042. Асоси секунҷа $a \approx 2,4$ см ва баландиаш $h \approx 6,3$ см аст. Масоҳати секунҷаро ёбед.

1043. Масоҳати қитъаи пахтазор 6000 м^2 аст. Агар дарозии қитъа 240 м бошад, барои он чӣ қадар аст?

1044. Қиматҳои тақрибии суммаи x ва y -ро ёбед, агар:

- а) $x \approx 8,26 \cdot 10^3$ ва $y \approx 3,4 \cdot 10^2$; б) $x \approx 4,48 \cdot 10^5$ ва $y \approx 3,25 \cdot 10^6$;
в) $x \approx 2,805 \cdot 10^2$ ва $y \approx 4,2 \cdot 10^{-4}$; г) $x \approx 9,38 \cdot 10^{-2}$ ва $y \approx 8,743 \cdot 10^{-1}$
бошад.

1045. Қимати тақрибии фарқи x ва y -ро ёбед, агар:

- а) $x \approx 9,26 \cdot 10^3$ ва $y \approx 7,4 \cdot 10^1$; б) $x \approx 4,2 \cdot 10^4$ ва $y \approx 1,02 \cdot 10^2$;
в) $x \approx 3,6 \cdot 10^{-2}$ ва $y \approx 1,2 \cdot 10^{-3}$; г) $x \approx 7,483 \cdot 10^{-1}$ ва $y \approx 1,6 \cdot 10^{-2}$
бошад.

1046. Қимати тақрибии ифодаи $x-y+z$ -ро ёбед, агар $x \approx 7,35 \cdot 10^2$; $y \approx 4,3 \cdot 10^3$; $z \approx 5,8 \cdot 10^2$ бошад.

1047. Массай Замин ба $5,976 \cdot 10^{21}$ т, массай Моҳ ба $7,35 \cdot 10^{22}$ т баробар аст. Массай Замину Моҳ якҷоя чӣ қадар мешавад? Массай Замин аз массай Моҳ чанд тонна зиёд аст?

ҶАВОБҲО

905. б)10; г)1; и)104; к)0,8. 910. а)0,04; г)1. 912. а) $\frac{25}{16}$. 913. д)

$\frac{7}{12}$; е) $\frac{31}{150}$; ж) $5 \frac{13}{27}$; з)1001. 914. в)0; г) $\frac{1}{6}$; д) 5. 917. а) $\frac{a^2 + v^2}{a^2 v^2}$;

б) $\frac{x^2 + y^2}{xy}$; в) $\frac{(1+av)^2}{av}$; г) $\frac{x^2 y^2 - 4}{xy}$. 918. а) $\frac{1}{av}$; б) $-\frac{a+v}{(a-v)a^2 v^2}$.

920. 3 км/соат. 921. а) $(0,4;+\infty)$; б) $(-\infty;1)$. 922. 8. 923. Дар $(-4;+\infty)$ манфӣ аст. 924. а) 9; б) 8; в) 0,01; г) 0,25; д) 1; е) $\frac{1}{81}$; ж) 64; з) $\frac{1}{3125}$; и) 128. 925. а) 25; б) 4; в) 9; г) 16; д) 64; е) 0.01. 930. а) $\frac{1}{3}$; б) 9; в) 3; г) 1. 931. а) 4; б) 1; в) 0,25; г) 4. 933. а) $\frac{1}{729}$; б) $\frac{1}{3}$; в) 10000; г) $\frac{1}{16}$; д) 256; е) $\frac{1}{16}$; ж) 81; з) 4096. 934. а) 125; б) 1; в) $\frac{1}{36}$; г) $\frac{1}{1331}$; д) $\frac{1}{1024}$; е) $\frac{1}{3}$. 935. в) $(a^2)^{-8}$; г) $(a^4)^4$. 936. а) $\frac{9}{a^2b}$; б) $6mn$; в) 0,2; г) $\frac{2,7x}{y}$; д) $\frac{m}{3n^2}$; е) $2,7(ab)^2$. 937. а) 0,2; б) 30. 938. а) a^2b^2 ; б) x^2y^2 . 939. в) $\frac{8}{7}a^6b^{-1}$; г) $5x^5y^3$. 940. а) $(10x)^3$; б) $\left(\frac{y}{2}\right)^{-4}$; в) $(0,3ab^2)^4$; г) $(100x^2y^3)^2$. 941. а) $\frac{3b}{a}$; б) $\frac{2b}{a}$; в) $-\frac{3a^2b^2}{7}$; г) $\frac{ab^3}{3}$. 942. а) $\frac{15x^5}{y}$; б) $\frac{5a^5}{4b^6}$; в) $5x^5y^3$; г) $2a^3b^{11}$. 943. а) $4(abc^2)^4$; б) $\frac{12}{a^{10}}$; в) $\frac{y^8z}{x^{11}}$. 944. а) $[5;+\infty)$; б) \emptyset . 945. а) Барои $a=\pm 2$; б) барои $a=\pm 5$. 946. а) 1; б) 16. 947. а) $\frac{4}{7}$; б) 10. 960. 40 км/соат. 961. а) $\frac{1}{a^3}-27$; б) $\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}$. 962. а) 50,4; б) 26,88. 963. а) $[2; 3,6]$; б) $[-1; 1]$. 964. Барои ҳамаи киматҳо аз $[-1; 1]$. 974. а) $2,67 \cdot 10^5$; б) $1,6 \cdot 10^7$; в) $6,1 \cdot 10^5$; г) $1,87 \cdot 10^3$. 975. а) $13,188 \cdot 10^6$; б) $5\frac{6}{7}$. 976. а)

- (1; 3]; б) $\left(\frac{2}{7}; 10\right)$. 977. -10. 979. а) 6,29; б) 9,9; в) 9,76; г) 45. 980. а) 4,88; б) 5; в) 20,46; г) 6,1. 982. 22,07. 983. 15,1. 984. 13,19. 985. 417,2 м². 986. $1,10 \cdot 10^{21}$ т. 988. а) -1,1; б) 6,6. 989. а) Дуюмаш калон; б) ҳар ду баробаранд. 990. а) Ҳамаи ададҳо, гайр аз нул; б) ҳамаи ададҳои аз 3 калон набуда; в) ҳамаи ададҳо, гайр аз 0,2(6); г) ҳамаи ададҳо. 991. а) $\left(\frac{1}{3}; 1,4\right)$; б) $\left(-1; 8\frac{1}{3}\right)$. 992. а) $9 \cdot 10^6$; б) $16,9 \cdot 10^1$. 993. а) $1,5 \cdot 10^3$; б) $0,3 \cdot 10^2$. 998. 12. 999. 17,29 м². 1000. 1,2 км. 1001. а) 30,76; б) 1,80 м. 1002. 2,1 м. 1003. 39 см². 1004. 328,2 см; $1,3 \cdot 10^1$ см². 1007. а) $1,6 \cdot 10^2$ см²; б) $2,3 \cdot 10^3$ м². 1008. 90 т. 1009. Дуюмаш калон. 1011. $(-\infty; 2]$. 1012. 2 м ва 6 м ё 5 м ва 4 м, ё ки 8 м ва 2 м. 1013. а) Барои 0,2; б) барои 1. 1017. а) -2500; б) 1,6; в) 51,5; г) -1,25. 1020. а) $8a$; б) $\frac{3x}{a}$; в) $\frac{2n}{a}$; г) $-\frac{3}{7}a^2\theta^2$. 1021. а) x^{10} ; б) a^4 . 1022. а) 10^{4n} ; б) 10^{n-1} ; в) 10; г) 10^{2n-1} . 1023. а) 4; б) $\frac{2}{3}$; в) 15; г) 0,6. 1024. а) $x(1+x^2)$; б) $x^{-1}(1+x^2)$. 1025. а) $a^5(1+a^2)$; б) $a^3(a^2+1)$. 1027. а) 3^n ; б) 2^{-n} ; в) 16. 1030. а) $9,6 \cdot 10^4$; б) $1,42 \cdot 10^{-2}$; в) $2,0 \cdot 10^{-31}$; г) $6,4 \cdot 10^{17}$. 1031. а) $1,1 \cdot 10^5$; б) $7,5 \cdot 10^3$. 1032. а) 15; б) 9; в) -1; г) 26. 1033. 14; -2. 1041. 39,8 см ва $8,8 \cdot 10^1$ см. 1042. 7,7 см². 1043. 25 м.

МАСЪАЛАҲОИ ҲАЛЛАШОН НИСБАТАН МУРАККАБ

1048. Барои рақамгузори кардани китоб 1422 рақам истифода шудааст. Китоб аз чанд саҳифа иборат аст?

1049. Ду тарафи муқобили росткунҷаро 20% зиёд ва ду тарафи дигари онро 20% кӯтоҳ карданд. Дар натиҷаи ин амалиёт масоҳати росткунҷа чӣ гуна тағйир меёбад?

1050. Исбот кунед, ки адади тоқи дилхоҳ ва нисфи адади ҷуфти пасоянди он байни худ тарафайн ададҳои соддаанд.

1051. Дар ҳамвории координатавӣ маҷмӯи нуқтаҳои, ки координатаҳои онҳо $(x; y)$ нобаробарии

$$|2x-y| > x+1$$

-ро қаноат менамоянд, тасвир кунед.

1052. Алӣ, ки суръаташ 4 км/соат ва Аҳмад, ки суръаташ 5 км/соат аст, ба самтҳои ба ҳам перпендикуляр ҳаракат мекунанд. Ҳоло Алӣ 7 км, Аҳмад 10 км роҳро тай кардаанд. Баъд аз чанд соат масофаи байни онҳо ба 25 км баробар мешавад?

1053. Дар адади дурақама миқдори воҳидҳо аз даҳиҳо 3-то кам аст. Ҳосили зарбаш ба адади бо ҳамон рақамҳо, вале ба тартиби баръакс навишташуда ба 574 баробар мешавад. Ин ададро ёбед.

1054. Решаҳои муодилаи:

а) $\frac{x^3 - 27}{x - 3} = 27;$

б) $x^2 - 2x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} - 6 = 0;$

в) $4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47$

-ро ёбед.

1055. Муодиларо ҳал кунед:

$$x^2 - 4x + y^2 - 18y + 85 = 0.$$

1056. Исбот кунед, ки барои ҳар гуна n -и натуралӣ адади $n^3 + 5n$ ба 6 тақсим мешавад.

1057. Барои суфта кардани як детал коргари якум назар ба коргари дуюм 6 дақиқа вақт кам сарф мекунад. Дар муддати 7 соат ҳар кадоми онҳо чанд деталӣ суфта мекунанд, агар маълум бошад, ки дар ҳамин муддат коргари якум назар ба коргари дуюм 8-то детал зиёд суфта менамояд?

1058. Агар адади дурақамаро ба ҳосили зарби рақамҳояш тақсим кунем, он гоҳ ҳосили тақсим ба 1 ва бақия ба 16 баробар мешавад. Вале агар ба квадрати фарқи рақамҳои он ҳосили зарби рақамҳояшро чамъ намоем, худи ададро ҳосил мекунем. Ин ададро ёбед.

1059. Рақами якуми адади панҷрақами 3 буда, рақами дуумаш 4 ва рақами чорумаш 5 аст. Ҳамаи ин гуна ададхоро, ки онҳо бебақия ба 36 тақсим мешаванд ёбед, яъне рақамҳои сеюм ва панҷуми ин ададхоро.

1060. Аҳмад ва Алӣ аз рӯи давра медаванд ва барои як давр давидан Аҳмад назар ба Алӣ 5 сония кам вақт сарф мекунад. Агар онҳо дар як вақт ба як самт даванд, баъди 30 сония ҳамшафат (пахлӯ ба пахлӯ) мешаванд. Баъди чанд сония Аҳмаду Алӣ бо ҳам вохӯранд, агар ба самтҳои муқобил даванд?

1061. Нишон диҳед, ки барои ҳар гуна адади натуралии $n > 1$

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-2} + \sqrt{n-1}} + \frac{1}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}} = \sqrt{n} - 1.$$

1062. Исбот кунед, ки барои ҳар гуна ададҳои мусбати a , b ва c нобаробарии

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$$

дуруст аст.

1063. Исбот кунед, ки нобаробарии

$$3(ab + ac + bc) \leq (a + b + c)^2$$

барои ҳар гуна ададҳои мусбати a , b ва c дуруст мебошад.

1064. Нобаробариро исбот кунед:

а) $a^2 - ab + b^2 \geq ab$;

б) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$;

в) $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$;

г) $(a + b)(ab + 1) \geq 4ab$.

1065. Исбот кунед, ки ҳалли муодилаи $|x-a| = |x-b|$, ки дар ин ҷо $a \neq b$ аст, бо формулаи

$$x = \frac{1}{2}(a + b)$$

ифода карда мешавад.

1066. Муодиларо ҳал кунед:

а) $|2x-1|=|3x-3|$;

б) $|-5x+1|=|4x-2|$;

в) $|x+3|=|-6x+5|$;

г) $|3x-5|=|7-x|$.

1067. Муодиларо ҳал намоед:

а) $|x|+|x-1|=3$;

б) $|x-2|-|x-7|=-7$.

1068. Решаи муодиларо ёбед:

а) $|x|=x^2-12$;

б) $|x^2-2x|=1$;

в) $|x^2-4x-2|=6$;

г) $x^2-5x+2=|x^2+x+6|$.

1069. Қимати ифодаи

$$\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

-ро хангоми $x = \sqrt{\frac{m - \sqrt{m^2 - 4}}{2m}}$ будан ёбед.

1070. Аз шире, ки равғаннокиаш 5% аст, твороги равғаннокиаш 15,5% тайёр мекунад. Дар айни ҳол зардобе, ки боқӣ мемонад, 0,5% равған дорад. Аз 1 тонна шир чӣ қадар творог тайёр мекунад?

1071. Исбот кунед, ки адади $N=n^3+3n^2-n-3$ барои ҳар гуна n -и тоқ ба 48 тақсим мешавад.

1072. Адади $\sqrt{7} + \sqrt{10}$ калон аст ё адади $\sqrt{3} + \sqrt{19}$?

1073. Исбот кунед, ки агар a , b , c тарафҳои секунҷа бошанд, он гоҳ

$$a^2(b+c-a) + b^2(a+c-b) + c^2(a+b-c) \leq 3abc.$$

аст.

1074. Маълум, ки баробарии

$$x^3-ax^2+bx-c=(x-a)(x-b)(x-c)$$

айният аст. Ададҳои a , b , c ба чанд баробаранд?

1075. Ифодаро содда кунед:

$$(a^2+b^2)[(a-c)^2+(b-d)^2]-(ad-bc)^2.$$

1076. Чунин кимати a -ро ёбед, ки барояш адалдҳои $a + \sqrt{15}$ ва $\frac{1}{a} - \sqrt{15}$ адалдҳои бутун мебошанд.

1077. Суръат ва дарозии қатораро ёбед, агар маълум бошад, ки қатора бо суръати доимӣ аз назди мушоҳидачии беҳаракат дар муддати 7 сония гузашта, барои аз платформани дарозинаш 378 м гузаштан 25 сония вақт сарф менамояд.

1078. Ҳалҳои бутуни муодилаи

$$6x^2 + 5y^2 = 74$$

-ро ёбед.

1079. Ҳамаи адалдҳои натуралии x ва y -ро, ки халли муодилаи

$$x^2 - y^2 = 69$$
мебошанд, ёбед.

1080. Иббот кунед, ки ҳангоми мусбат будани киматҳои x ва y ($x \neq y$) кимати касри $\frac{x^2 - y^2}{x - y}$ аз кимати мувофиқи касри

$$\frac{x^2 + y^2}{x + y}$$
калон аст.

1081. Иббот кунед, ки агар $a + b + c = 0$ бошад, он гоҳ

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$
мешавад.

1082. Нобаробариро иббот кунед:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a + b + c}.$$

1083. Ифодаро ҳангоми $1 \leq x \leq 2$ будан содда кунед:

$$\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}}.$$

1084. Нобаробариро иббот намоед:

$$\frac{a^3 - b^3}{a - b} \leq \frac{a^3 + b^3}{a + b} + a^2 + b^2, \quad a \neq b.$$

1085. Хатои дар иббот мавҷударо ёбед:

$$4 - 10 = 9 - 15; \quad 4 - 10 + 6 \cdot \frac{1}{4} = 9 - 15 + 6 \cdot \frac{1}{4};$$

$$2^2 - 2 \cdot 2 \cdot \frac{5}{2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot \frac{5}{2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2; \quad \left(2 - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(3 - \frac{5}{2}\right)^2.$$

$$2 - \frac{5}{2} = 3 - \frac{5}{2}; \quad 2=3.$$

1086. Исбот кунед, ки ифодаи $\sqrt{51+10\sqrt{2}} - \sqrt{51-10\sqrt{2}}$ адади натуралӣ аст.

1087. Аз дурустии нобаробарии $a + v \geq \sqrt{av}$ ҳангоми $a \geq 0$ ва $v \geq 0$ будан истифода карда, нобаробариро исбот кунед:

а) $(a+v)(a+c)(v+c) \geq 8avc$ ҳангоми $a \geq 0$, $v \geq 0$ ва $c \geq 0$ будан;

б) $\frac{bc}{a} + \frac{ac}{v} + \frac{av}{c} \geq a+v+c$ ҳангоми $a > 0$, $v > 0$ ва $c > 0$ будан;

в) $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$ ҳангоми дилхоҳ будани x , y ва z ;

г) $av(a+v) + vc(v+c) + ac(a+c) \geq 6avc$ ҳангоми $a \geq 0$, $v \geq 0$ ва $c \geq 0$ будан.

1088. Нобаробариро исбот кунед:

а) $x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x + 3 \geq 0$ ҳангоми дилхоҳ будани x, y ва z ;

б) $\frac{a^3 + v^3}{2} \geq \frac{a+v}{3}$ ҳангоми $a \geq 0$ ва $v \geq 0$ будан.

1089. Исбот кунед, ки сумма, фарк, ҳосили зарб ва ҳосили тақсими ададҳои намудашон $a + v\sqrt{2}$ -ро, ки дар ин ҷо a ва v ададҳои раціоналианд, дар ҳамин намуд навиштан мумкин аст.

1090. Маълум, ки суммаи квадратҳои решаҳои муодилаи $x^2 + px + 6 = 0$ ба 13 аробар аст. Ҳосили ҷамъи решаҳоро ёбед.

1091. Маълум, ки $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}$ аст, ки дар ин ҷо x_1 ва x_2

решаҳои муодилаи $x^2 + x + q = 0$ мебошанд. Коэффитсиенти q ёфта шавад.

1092. Барои кадом қимати a суммаи квадратҳои решаҳои муодилаи

$$x^2 + (a-1)x - 2a = 0$$

ба 16 баробар аст?

1093. Аз маркази ноҳияи Айнӣ ба сӯи шаҳри Душанбе автобус бо суръати 40 км/соат равон шуд ва баъди 15 дақиқа бо мошини сабукрави аз шаҳри Душанбе меомада вохӯрд. Мошини сабукрав ба маркази ноҳияи Айнӣ расида, баъди 16,5 дақиқа боз ба сӯи Душанбе равон шуд. Вай дар масофаи 20 км

аз Душанбе бо автобус ҳамшафат шуд ва аз он гузашта рафт. Агар суръати мошини сабкурав 50 км/соат бошад, масофаи байни маркази ноҳияи Айнӣ ва шаҳри Душанбе чӣ қадар аст?

1094. Дар мусобиқаи волейбол 66 бозӣ гузаронида шуд. Агар як команда бо командаи дигар як маротибагӣ бозӣ карда бошанд, дар мусобиқа чанд команда иштирок дошт?

1095. Дар мусобиқаи шоҳмот 231 бозӣ гузаронида шудааст. Ҳар як бозингар бо бозингари дигар як бор бозӣ кардааст. Шумораи иштирокчиёни мусобиқа чӣ қадар аст?

1096. Якчанд одам воҳӯрда дасти ҳамдигарро фишурданд. Онҳо чанд нафаранд, агар маълум бошад, ки 21 дастфишури ба вукӯъ омадааст?

1097. Аҳмаду Алӣ алафзорро дар мудати 12 соат якҷоя даравида метавонанд. Аҳмад ҳудаш танҳо назар ба Алӣ дида алафзорро 10 соат зудтар медавад. Ҳар кадоми онҳо дар алоҳидагӣ алафзорро дар чанд соат даравида метавонанд?

1098. Қатора дар роҳ 16 дақиқа боз дошта шуд. Пас аз ин қатора суръаташро 10 км/соат зиёд карда, баъди 80 км роҳ гаштан кафомониро бартараф намуд. Суръати муқаррари қатораро ёбед.

1099. Турист аз шаҳри А ба шаҳри В бо суръати 8 км/соат равон шуд. Вақте ки вай 27 км роҳро тай карда буд, аз шаҳри В ба пешвози ӯ туристи дигар ҳаракатро сар кард. Суръати ин

турист дар як соат ба $\frac{1}{20}$ хиссаи масофаи байни шаҳрҳои А ва

В баробар мебошад. Онҳо баъди ҳамон қадар соат воҳӯрданд, ки он бо суръати туристи дуҷум дар 1 соат баробар аст. Масофаи байни шаҳрҳои А ва В-ро ёбед.

1100. Қанқ дар 3,5 соат 20 км ба самти чараёни дарё ва 40 км ба муқобили чараёни дарё шино кард. Маротибаи дигар барои ба самти чараён 40 км ва ба муқобили чараён 20 км шино кардан 3 соату 15 дақиқа вақт сарф кард. Суръати қанқро дар оби ором ва суръати чараёни дарёро ёбед.

1101. Якчанд талаба 28 дафтарро байни худ баробар тақсим карданд. Агар миқдори талабаҳо 3-то кам мебуд, ба ҳар кадоми онҳо 3-тогӣ зиёд дафтар мерасид. Миқдори талабаҳоро ёбед.

1102. Аҳмад ба хонаи Алӣ омада гуфт: «Фарқи рақами хонаи ман, ки адади дурақама аст ва адади батартиби баръакс

навишташудаи он ба рақами хонаи ту баробар аст. Дар байни чунин ададҳо рақами хонаи ман калонтарин аст». Рақами хонаҳои Аҳмад ва Алӣ ба чанд баробар мебошад?

1103. Исбот кунед, ки агар $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$ бошад, он гоҳ $a=b=c$ аст.

1104. Графики функсияи бо формулаи:

а) $y = \frac{1}{|x|}$; б) $y = -\frac{1}{\sqrt{x}}$; в) $y = x|x|$

додашударо созед.

1105. Графики функсияро созед:

а) $y = \sqrt{x^2 + x}$; б) $y = \sqrt{x^2} - x$;
в) $y = |x+1|$; г) $y = |x-1|$.

1106. Оё графики функсияи $y = \frac{2x+1}{x}$ хати рости:

а) $x=0$; б) $y=0$; в) $x=2$; г) $y=2$
-ро мебурад?

1107. Графики функсияро созед:

а) $y = \frac{2x+1}{x}$; б) $y = \frac{2-x}{x}$;
в) $y = \frac{4}{x-2}$; г) $y = -\frac{2}{x+1}$.

1108. Исбот кунед, ки агар барои ададҳои a , b ва c $a+b \neq 0$, $b+c \neq 0$, $c+a \neq 0$ бошад, он гоҳ хангоми

$$x = \frac{a-b}{a+b}; \quad y = \frac{b-c}{b+c}; \quad z = \frac{c-a}{c+a}$$

будан, баробарии

$$(1+x)(1+y)(1+z) = (1-x)(1-y)(1-z)$$

ҷой дорад.

1109. 3 мурғ ва мурғи марҷон якҷоя 22 кг, 2 мурғ ва 3 мурғи марҷон 23 кг вазн доранд. Мурғ ва мурғи марҷон чанд килог вазн доранд?

1110. Падар аз писараш 5 маротиба калон аст. Аз мудати 22 сола будани падар вақте гузаштааст, ки барои 22 сола шудани писар дучандаи он зарур аст. Ҳозир писар ва падар чанд солаанд?

ҶАВОБҲО

1048. 510 саҳифа. 1049. 4% кам мешавад. 1052. Баъд аз ду соат.
1053. 41. 1054. а) -6; б) $2 \pm \sqrt{3}$; в) 0,5; 2; $\frac{-11 \pm \sqrt{105}}{4}$. 1055. (2;9).
1057. Якумаш 28 детал, дуюмаш 20 детал. 1058. 37 ва 48. 1059. 34452, 34056, 34956. 1060. 6 сония. 1066. а) 0,8; 2; б) -1; $\frac{1}{3}$; в) $\frac{2}{7}$; 1,6; г) -1; 3. 1067. а) -1; 2; б) ҳамаи ададҳои аз 2 калон набуда.
1068. а) -4; 4; б) $1 - \sqrt{2}$; 1; $1 + \sqrt{2}$; в) $2 - \sqrt{12}$; 2; $2 + \sqrt{12}$; г) $1 - \sqrt{3}$.
1069. *m*. 1070. 300 кг. 1072. Дуюмаш калон. 1074. *a*-адади дилхоҳ, $v=c=0$ ва $a=-1$, $v=-1$, $c=1$. 1075. $(a^2+v^2-ac-vd)$. 1076. $4 - \sqrt{15}$ ё $-4 - \sqrt{15}$. 1077. 75,6 км/соат ва 147 м. 1078. (3;2); (-3;2) (3;-2); (-3;-2); 1079. (35;34); (13;10). 1083. 2. 1085. Аз $\left(2 - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(3 - \frac{5}{2}\right)^2$ бармеоҷд $\left|2 - \frac{5}{2}\right| = 3 - \frac{5}{2}$. 1086. 2. 1090. -5 ё 5.
1091. -2. 1092. 3. 1093. 165 км. 1094. 12 команда. 1095. 22 нафар. 1096. 7 нафар. 1097. Дар 20 соат ва 30 соат. 1098. 50 км/соат. 1101. 7. 1102. 91 ва 72. 1109. 4 ва 5 килогӣ. 1110. 6 сола ва 30 сола.

МАЪЛУМОТИ НАЗАРИЯВӢ АЗ КУРСИ АЛГЕБРАИ СИНФИ VII

Ифодаҳо ва табдилдиҳии онҳо

1. Дараҷаи адади a -и нишондиҳандааш натуралии n , ки аз 1 калон аст, ҳосили зарби n -то зарбшавандаҳои ҳар кадомаш ба a баробар мебошад:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ маротиба}}$$

Дараҷаи адади a -и нишондиҳандааш 1 ба худи адади a баробар аст:

$$a^1 = a.$$

Дараҷаи адади нобаробари нули a -и нишондиҳандааш 0 ба 1 баробар мебошад:

$$a^0 = 1.$$

2. Ҳосиятҳои дараҷаҳои нишондиҳандашон натуралий:

а) ҳангоми зарби дараҷаҳои асосашон якхела асосро бетағйир монда, нишондиҳандаҳоро ҳамчун менамоянд:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

б) ҳангоми тақсими дараҷаҳои асосашон якхела асосро бетағйир монда, аз нишондиҳандаи дараҷаи тақсимшаванда, нишондиҳандаи дараҷаи тақсимкунандаро тарҳ менамоянд:

$$a^m : a^n = a^{m-n}.$$

в) ҳангоми ба дараҷа бардоштани дараҷа асосро бетағйир монда, нишондиҳандаҳоро зарб менамоянд:

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

г) ҳангоми ба дараҷа бардоштани ҳосили зарб ҳар як зарбшавандаро ба ин дараҷа бардошта, натиҷаҳоро зарб менамоянд:

$$(ab)^n = a^n b^n.$$

3. Якаъзоғӣ гуфта, ҳосили зарби ададҳо, тағйирёбандаҳо ва дараҷаи онҳо, инчунин худи ададҳо, тағйирёбандаҳо ва дараҷаҳои онҳоро меноманд. Масалан, $5ax$, $-4a^2c^5$, 7 , x^2 ва $2y^4$ якаъзоғӣ мебошанд.

Суммаи нишондиҳандаҳои дараҷаҳои тағйирёбандаҳои дар якъзоғӣ бударо дараҷаи якъзоғӣ меноманд. Масалан, дараҷаи якъзоғии $7x^2y^3$ ба 5 ва дараҷаи якъзоғии $-0,4av^2c$ ба 4 баробар аст. Агар якъзоғӣ тағйирёбанда надошта бошад, яъне адад бошад, дараҷааш нол ҳисобида мешавад.

Намуди якъзоғӣ стандартӣ аст, агар вай дар шакли ҳосили зарби адади доимӣ ва дараҷаҳои гуногуни тағйирёбандаҳо тасвир карда шуда бошад. Масалан, якъзоғии $3a^2(-4)av^2$ дорои намуди стандартӣ набуда, якъзоғии айниятан ба он баробари $-12a^3v^2$, намуди стандартӣ дорад. Ҳар гуна якъзоғиро ҳамеша ба намуди стандартӣ овардан мумкин аст.

4. Суммаи якъзоғихоро бисёраъзоғӣ меноманд. Ҳар як якъзоғии ин сумма аъзон бисёраъзоғӣ аст. Масалан, $2x^4-6x+1, 4a^3v-2a^2v^2+3av+4$ бисёраъзоғианд. Якъзоғӣ ҳамчун бисёраъзоғии як аъзо дошта ҳисоб карда мешавад.

Бисёраъзоғӣ дорои намуди стандартӣ аст, агар ҳар як аъзoi он намуди стандартӣ дошта бошад ва дар он аъзоҳои монанд набоянд.

Дараҷаи бисёраъзоғии намуди стандартӣ гуфта, дараҷаи аз ҳама калонеро, ки онро яке аз якъзоғиҳои дар бисёраъзоғӣ буда дорад, меноманд. Масалан, дараҷаи бисёраъзоғии $6x^4y^2+7x^2y^6+xy+1$ ба дараҷаи якъзоғии $7x^2y^6$, яъне ба 8 баробар аст.

Дараҷаи бисёраъзоғии дилхоҳ ба дараҷаи бисёраъзоғии намуди стандартии айниятан бо он якхела баробар мешавад.

5. Ҳангоми ҷамъи бисёраъзоғиҳо қоидаи кушодани қавсҳоро истифода менамоем: агар пеш аз қавсҳо аломати плюс истода бошад, аломати ҳар як ҷамъшавандаи дохили қавсҳоро нигоҳ дошта қавсҳоро партофтан мумкин аст. Масалан:

$$(4xy+2z^2)+(xy-3z^2)=4xy+2z^2+xy-3z^2=5xy-z^2.$$

Ҳангоми тарҳи бисёраъзоғиҳо қоидаи кушодани қавсҳоро истифода менамоем: агар пеш аз қавсҳо аломати «минус» истода бошад, аломати ҳар як ҷамъшавандаи дохили қавсҳоро

ба муқобилаш иваз карда, кавсхоро партофтан мумкин аст. Масалан,

$$(7a^2 - b) - (3a^2 - 9b) = 7a^2 - b - 3a^2 + 9b = 4a^2 + 8b.$$

Барои якаъзогиरो ба бисёраъзоғӣ зарб кардан, якаъзогиरो ба ҳар як аъзои бисёраъзоғӣ зарб карда ҳосили зарбҳои пайдошударо ҳам кардан лозим аст. Масалан,

$$x^2(y^2 - 7xy - 3) = x^2y^2 - 7x^3y - 3x^2.$$

Барои бисёраъзогиरो ба бисёраъзоғӣ зарб кардан ҳар як аъзои як бисёраъзогиरो ба ҳар як аъзои бисёраъзоғии дигар зарб намуда, ҳосили зарбҳои ҳосилшударо ҳам кардан лозим аст. Масалан,

$$(7x + 2)(2x - 3) = 14x^2 + 4x - 21x - 6 = 14x^2 - 17x - 6.$$

6. Формулаҳои зарби мухтасар.

а) Квадрати суммаи ду ифода ба квадрати ифодаи якум, плус ҳосили зарби дучандаи якуму дуюм, плус квадрати ифодаи дуюм баробар аст:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

б) Квадрати фарқи ду ифода ба квадрати ифодаи якум, минус ҳосили зарби дучандаи ифодаҳои якуму дуюм, плус квадрати ифодаи дуюм баробар аст:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

в) Ҳосили зарби фарқи ду ифода ва суммаи онҳо ба фарқи квадратҳои ҳамин ифодаҳо баробар аст:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2.$$

г) Суммаи кубҳои ду ифода ба ҳосили зарби суммаи ин ифодаҳо ва квадрати нопурраи фарқи онҳо баробар аст:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2).$$

д) Фарқи кубҳои ду ифода ба ҳосили зарби фарқи ин ифодаҳо ва квадрати нопурраи суммаи онҳо баробар аст:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2).$$

7. Дар намуди ҳосили зарби бисёраъзоғӣҳои навиштани бисёраъзогиरो ба зарбкунандаҳо чудо кардани бисёраъзоғӣ меноманд.

Барои ба зарбкунандаҳо чудо кардани бисёраъзоғӣҳои чунин тарзхоро истифода мебаранд: аз кавсҳо баровардани зарбкунандаи умумӣ, гурӯҳбандии ҳамшаваандаҳо, истифода

кардани формулаҳои зарби мухтасар. Масалан, бисёраъзогии $10x^3-5x^2y$ -ро ба воситаи аз қавс баровардани $5x^2$ ба зарбкунандаҳо чудо кардан мумкин аст: $10x^3-5x^2y=5x^2(2x-y)$. Бисёраъзогии $ax-ay-2x+2y$ -ро бо истифодаи тарзи гурӯҳбандии чамъшавандаҳо ба зарбкунандаҳо чудо карда метавонем: $ax-ay-2x+2y=(ax-ay)-(2x-2y)=a(x-y)-2(x-y)=(a-2)(x-y)$.

Бисёраъзогии a^4-36b^2 -ро ба воситаи истифода кардани формулаи фарқи квадратҳои ду ифода ба зарбкунандаҳо чудо кардан мумкин аст:

$$a^4-36b^2=(a^2)^2-(6b)^2=(a^2-6b)(a^2+6b).$$

Баъзан бисёраъзогиро бо истифодаи якчанд тарзҳо ба зарбкунандаҳо чудо кардан рост меояд. Ин тарзро тарзи омехта меноманд. Масалан, аввал тарзи гурӯҳбандии чамъшавандаҳо, баъд формулаи зарби мухтасарро барои фарқи ду ифода истифода карда, бисёраъзогии x^3+x^2-4x-4 -ро ба зарбкунандаҳо чудо мекунем:

$$\begin{aligned} x^3+x^2-4x-4 &= x^2(x+1)-4(x+1)=(x^2-4)(x+1)=(x+1)(x^2-2^2)= \\ &= (x+1)(x-2)(x+2)=(x-2)(x+1)(x+2). \end{aligned}$$

Айниятҳо ва муодилаҳо

8. Баробарие, ки барои ҳамаи киматҳои тағйирёбанда дуруст аст, айният номида мешавад. Масалан, баробариҳои $3a-5b=-(5b-3a)$ ва $x^2-2x-35=(x-7)(x+5)$ айниятанд, вале баробарии $(y-4)(y-8)=y^2+32$ айният нест, чунки хангоми $y=1$ будан, кимати қисми чапи он ба $(1-4)(1-7)=(-3)\cdot(-7)=21$ ва кимати қисми ростии он ба $12+32=33$ баробар аст.

Баробариҳои ададии дуруст низ айният ҳисоб карда мешаванд. Масалан, баробарии $2\cdot6=36 : 3$ айният мебошад.

Барои исботи он ки баробарии додашуда айният аст, қисми чапи баробариро ба қисми росташ ё қисми ростии баробариро ба қисми чапаш тақдир додан лозим аст, ё ки ба ҳамон як ифода айниятан баробар будани қисмҳои чапу ростии баробариро нишон додан даркор аст.

9. Баробарие, ки дорой номаълум аст, муодила номида мешавад. Масалан, баробариҳои $2x+3=5-7x$, $x^2-2x=0$, $x^2-y^2=x+y$,

ки дар онҳо қимати тағйирёбандаҳо x ва y номаълуманд, муодила мебошанд. Дар муодилаи аввала дорои як тағйирёбанда буда, сеюмин ду тағйирёбанда дорад.

Решаи муодилаи дорои як тағйирёбанда гуфта, чунин қимати тағйирёбандаро меноманд, ки барояш муодила ба баробарии дуруст мубаддал мегардад. Масалан, адади 7 решаи муодила $2x+1=5x-20$ аст, чунки $2\cdot 7+1=5\cdot 7-20$ баробарии дуруст мебошад.

Ҳал кардани муодила ин ёфтани ҳамаи решаҳо ё исботи вучуд надоштани решаҳои муодила мебошад.

10. Муодилаҳое, ки решаҳои якхела доранд, муодилаҳои баробарқувва номида мешаванд. Масалан, муодилаҳои $2x+1=5x-20$ ва $2x=14$ баробарқувваанд, чунки адади 7 барои ҳар дуи муодилаҳо реша аст. Муодилаҳои реша надоштаре низ муодилаҳои баробарқувва меноманд. Масалан, муодилаҳои $0\cdot x=1$ ва $x^2+1=0$, ки реша надоранд, баробарқувваанд.

Ҳангоми ҳалли муодилаҳои дорои як тағйирёбанда хосиятҳои зеринро истифода менамоем:

агар дар муодила ҷамъшавандаро аз як қисм ба қисми дигар бо аломати муқобил гузаронем, он гоҳ муодилаи ба муодилаи аввала баробарқувва ҳосил мешавад;

агар ҳар ду қисми муодиларо ба ҳамон як адади аз нул фарқкунанда зарб ё тақсим кунем, он гоҳ муодилаи ба муодилаи аввала баробарқувва ҳосил мешавад.

11. Муодилаи намуди $ax=b$ -ро, ки дар ин ҷо x тағйирёбанда буда, a ва b ададҳои ҳақиқӣ, муодилаи хаттии дорои як тағйирёбанда меноманд.

Агар $a \neq 0$ бошад, он гоҳ муодилаи $ax=b$ дорои як решаи

$\frac{b}{a}$ аст. Масалан, муодилаи $5x=2$ решаи $\frac{2}{5}$ -ро дорад.

Агар $a=0$ ва $b \neq 0$ бошад, он гоҳ муодилаи $ax=b$ реша надорад. Масалан, муодилаи $0\cdot x=7$ реша надорад.

Агар $a=0$ ва $b=0$ бошад, он гоҳ ҳар гуна адад решаи муодилаи $ax=b$ аст. Дар ин маврид мегӯянд, ки миқдори решаҳои муодила бешумор мебошад.

12. Муодилаи хаттии дорои ду тағйирёбанда гуфта, муодилаи намуди $ax+by=c$ -ро меноманд, ки дар ин ҷо x ва y тағйирёбандаҳо буда, a , b ва c ададҳоанд.

13. Ҳалли муодилаи дорои ду тағйирёбанда гуфта, ҷуфти киматҳои тағйирёбандаҳоро меноманд, ки онҳо муодиларо ба баробарии дуруст табдил медиҳанд. Масалан, ҷуфти ададҳои $x=-2$ ва $y=3$ ҳалли муодилаи $4x+3y=1$ мебошанд.

Муодилаҳои дутағйирёбандадор, ки ҳалҳои якхела доранд, баробарқувва номида мешаванд. Муодилаҳои, ки ҳал надоранд, низ баробарқувва ҳисоб карда мешаванд.

Дар муодилаи дорои ду тағйирёбанда ҷамъшавандаҳоро бо аломати муқобил аз як қисм ба қисми дигар гузаронидан ва инчунин ҳар ду қисмро ба ҳамон як адади аз нул фарқкунанда зарб ё тақсим намудан мумкин аст. Дар чунин мавридҳо муодилаҳои ба муодилаи аввала баробарқувва ҳосил мешаванд.

14. Графики муодилаи дорои ду тағйирёбанда гуфта, маҷмӯи нуқтаҳои ҳамвории координатавиро меноманд, ки координатаҳои онҳо ҳалли муодилаи додашуда мебошанд.

Графики муодилаи хаттии дорои ду тағйирёбанда, ки дар он ақаллан яке аз коэффитсиентҳои назди тағйирёбандаҳо нобаробари нул аст, хати рост мебошад.

15. Ҳалли системаи муодилаҳои дорои ду тағйирёбанда гуфта, ҷуфти кимати тағйирёбандаҳоро меноманд, ки он ҳар як муодилаи системаро ба баробарии дуруст табдил медиҳад. Масалан, ҷуфти ададҳои $x=5$, $y=-2$ ҳалли системаи

$$\begin{cases} 2x - y = 12, \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

мебошад, чунки ҳар яке аз баробариҳои $2 \cdot 5 - (-2) = 12$ ва $5 + 2 \cdot (-2) = 1$ баробарии дуруст аст.

Ҳал кардани системаи муодилаҳо ин ёфтани ҳамаи ҳалҳо ё исботи вучуд надоштани ҳалҳои система мебошад.

Системаи муодилаҳои дорон ду тағйирёбанда, ки ҳалҳои яхела доранд, баробарқувва номида мешаванд. Системаҳои ҳал надошта низ баробарқувва мебошанд.

16. Барои ҳал кардани системаи муодилаҳои хаттии дорон ду тағйирёбанда аз тарзи гузориш, тарзи чамъкунии алгебравӣ ва тарзи графикӣ истифода мебаранд.

Функсияҳо

17. Вобастагии функционалӣ ё функсия, ин чунин вобастагии байни ду тағйирёбанда аст, ки дар он ба ҳар як қимати тағйирёбандаи новобаста, қимати ягонаи тағйирёбандаи вобаста, мувофиқ меояд. Масалан, вобастагии $y=3x-4$, $y=2x^2+1$ функсия мебошанд.

Тағйирёбандаи новобаста x -ро ба таври дигар аргумент, вале тағйирёбандаи вобаста y -ро бошад, функсия аз ҳамин аргумент меноманд. Ҳамаи он қиматҳои, ки тағйирёбандаи новобаста қабул мекунад, соҳаи муайяни функсияро ташкил мекунад.

18. Графикҳои функсия гуфта, маҷмӯи нуқтаҳои меноманд, ки абсиссашон ба қиматҳои аргумент баробар буда, ординаташон ба қиматҳои мувофиқи функсия баробаранд.

19. Функсияе, ки бо формулаи намудаш $y=kx+v$ дода мешавад, ки дар ин ҷо x тағйирёбандаи новобаста, k ва v ададҳои ҳақиқатӣ, функсияи хаттӣ номида мешавад.

Графикҳои функсияи хаттӣ $y=kx+v$ хати рост аст. Адади k -коэффитсиенти кунҷии хати ростест, ки он андозаи кунҷи байни графикҳои функсияи $y=kx+v$ -ро бо тири абсисса муайян менамояд: агар $k \neq 0$ бошад, он гоҳ графикҳои функсияи тири абсиссаро мебурад; агар $k=0$ ва $v \neq 0$ бошад, он гоҳ хати рост -

графики функцияи $y=kx+b$ бо тири Ox параллел аст; агар $k=0$ ва $b=0$ бошад, он гоҳ графики функцияи бо тири Ox ҳамчоя мешавад.

Графикҳои ду функцияи хаттӣ ҳамдигарро мебуранд, агар коэффитсиентҳои кунҷии онҳо гуногун бошанд, онҳо параллеланд, агар коэффитсиентҳои кунҷиашон якхела бошанд.

Функцияи хаттиеро, ки бо формулаи $y=kx$ дода мешавад, хангоми $k \neq 0$ будан, мутаносибии роста меноманд.

Графики мутаносибии роста, хати ростест, ки аз ибтидои координата мегузарад. Хангоми $k>0$ будан, график дар чорякҳои якум ва сеюми координатавӣ ва хангоми $k<0$ будан, график дар чорякҳои дуум ва чоруми координатавӣ ҷойгир аст.

20. Графики функцияи $y=x^2$ парабола мебошад. Графики мазкур аз ибтидои координата мегузарад ва дар чорякҳои якуму дуум ҷойгир аст. Вай нисбат ба тири Oy симметрии мебошад.

21. Графики функцияи $y=x^3$ аз ибтидои координата мегузарад ва дар чорякҳои якуму сеюми координатавӣ ҷойгир аст. Вай нисбат ба ибтидои координата симметрии мебошад.

Ҳисоббарориҳои тақрибӣ

22. Қимати мутлақи фарқи қиматҳои аниқ (саҳеҳ) ва тақрибӣ саҳви мутлақи қимати тақрибии адад номида мешавад.

Агар саҳви мутлақи қимати тақрибӣ аз адади h калон набошад, он гоҳ он қимат тақрибии бо саҳеҳии то h номида мешавад.

Нисбати саҳви мутлақ бар қимати мутлақи қимати тақрибӣ, саҳви нисбии қимати тақрибӣ номида мешавад.

МУНДАРИҶА

Сарсухан.....	3
Боби I	
Касрҳои ратсионалӣ	
§ 1. Касри ратсионалӣ. Соҳаи муайяни он	5
1. Ифода ва қиматҳои он	5
2. Ифодаҳои бутун ва ратсионалӣ	10
3. Соҳаи муайяни касри ратсионалӣ.....	14
4. Хосияти асосии каср. Ихтисори каср.....	19
§ 2. Сумма ва фарқи касрҳо.....	26
5. Ҷамъ ва тарҳи касрҳои махраҷашон якхела	26
6. Ҷамъ ва тарҳи касрҳои махраҷашон ҳархела.....	31
§ 3. Зарб ва тақсими касрҳо.....	38
7. Зарби касрҳо. Амали ба дараҷа бардоштани каср.....	38
8. Тақсими касрҳо	44
9. Табдилдиҳии айнияти ифодаҳои ратсионалӣ	48
10. Функсияи $y = \frac{k}{x}$. Хосиятҳо ва графики он.....	58
Маълумоти таърихӣ.....	64
Машқҳои иловагӣ ба боби I.....	67
Ҷавобҳо.....	75
Боби II	
Решаҳои квадратӣ	
§ 4. Ададҳои ҳақиқӣ.....	85
11. Бо касри даврӣ ифода шудани адади ратсионалӣ.....	85
12. Адади ирратсионалӣ.....	90
§ 5. Решаи квадратии адади мусбат.....	95
13. Мафҳуми решаи квадратӣ.....	95
14. Решаи квадратии арифметикӣ	99
15. Муодилаи $x^2=a$ ва айнияти $\sqrt{a^2} = a $	103

11
02
03

37
85
87
78

4
91
11

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



МАОРИН ДА ФАРҲАНГ

Ҷумҳурии Тоҷикистон
734018, ш. Душанбе, к. Н. Каробоев, 17
Тел./факс: (992 372) 33-93-97
E-mail: najmiddin64@mail.ru